Grundwissen

6. Jahrgangsstufe

Mathematik

1 Brüche

1.1 Bruchteil

1.2 Erweitern und Kürzen

Erweitern: Zähler und Nenner mit der selben Zahl multiplizieren

Kürzen: Zähler und Nenner durch die selbe Zahl dividieren

Brüche ändern ihren Wert beim Erweitern und Kürzen nicht!

1.3 Vergleichen von Brüchen

Um Brüche vergleichen zu können, muss man sie gleichnamig (d.h. gleicher Nenner) machen oder man muss sie auf den gleichen Zähler bringen.

Beispiele:

1.4 Rationale Zahlen

Die Bruchzahlen und ihre Gegenzahlen bilden zusammen die Menge der rationalen Zahlen: $\mathbb{Q}$

1.5 Dezimalbrüche

Bei der Dezimalschreibweise bedeutet die 1.,(2., 3. …) Stelle hinter dem Komma Zehntel, (Hundertstel, Tausendstel,...)

1.6 Umwandeln von Brüchen in Dezimalbrüche

Man bringt den Nenner auf eine Zehnerpotenz oder man dividiert den Zähler durch den Nenner.

Ein Bruchstrich bedeutet dasselbe wie geteilt: $\frac{a}{b} = a : b$

Wenn sich beim Divisionsverfahren ein Rest wiederholt, dann hat das Ergebnis eine Periode.

Beispiele:

1.7 Runden von Dezimalbrüchen

Hat man die gewünschte Zahl der Nachkommastellen festgelegt, so betrachtet man die Ziffer auf der nächsten Nachkommastelle und rundet nach den üblichen Regeln.

Beispiele:

Auf Tausendstel	Auf Hundertstel	Auf Zehntel

2 Relative Häufigkeit

2.1 Absolute Häufigkeit

Die absolute Häufigkeit eines Ergebnisses gibt an, wie oft dieses Ergebnis bei mehrfacher Ausführung des Zufallsexperimentes auftritt.

Bei 100 mal Würfeln kam folgende Tabelle

1	2	3	4	5	6
15	21	18	13	24	9

Absolute Häufigkeit von 5 war

Absolute Häufigkeit von "gerade" war

Absolute Häufigkeit von "ungerade" war

2.2 Relative Häufigkeit

Die relative Häufigkeit gibt den Anteil eines bestimmten Ergebnisses an der Gesamtzahl der Durchführungen des Zufallsexperimentes an.

$$\text{Relative Häufigkeit} = \frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}}$$

Beispiel:

Bei 100 mal Würfeln kam folgende Tabelle

1	2	3	4	5	6
15	21	18	13	24	9

Relative Häufigkeit von 2 war

Relative Häufigkeit von "gerade" war

3 Addition und Subtraktion von Brüchen

Zum Addieren und Subtrahieren müssen Brüche den gleichen Nenner haben.

Formeln: $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ $\quad$ $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

Der kleinstmögliche gemeinsame Nenner (Hauptnenner) ist das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) dieser Nenner.

Beispiele:

Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen

Wie bei den ganzen Zahlen wird stellenweise addiert bzw. subtrahiert.

Beispiele:

Addieren und Subtrahieren von gemischten Zahlen

Man kann die Ganzen und die Brüche getrennt voneinander zusammenfassen.

Beispiele:

4 Multiplikation und Division von Bruchzahlen

4.1 Multiplizieren eines Bruches mit einer natürlichen Zahl

Multipliziere den Zähler des Bruches mit der natürlichen Zahl und behalte den Nenner bei.

Formel:

$$a\cdot\frac{z}{n}=\frac{a\cdot z}{n}$$

Beispiele :

4.2 Dividieren eines Bruches durch eine natürliche Zahl

Multipliziere den Nenner des Bruches mit der natürlichen Zahl und behalte den Zähler bei.

Formel:

$$\frac{z}{n}:a=\frac{z}{n\cdot a}$$

Beispiele:

4.3 Multiplikation zweier Brüche

Multipliziere Nenner mit Nenner und Zähler mit Zähler.

Formel:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

Beispiel:

4.4 Division zweier Brüche

Durch einen Bruch wird dividiert, indem man mit dem Kehrbruch multipliziert.

Formel:

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$$

Beispiel:

4.5 Multiplikation von Dezimalbrüchen

1. Multipliziere zunächst ohne Berücksichtigung der Kommas.
2. Das Ergebnis hat so viele Nachkommastellen, wie die beiden Faktoren zusammen.

Beispiel:

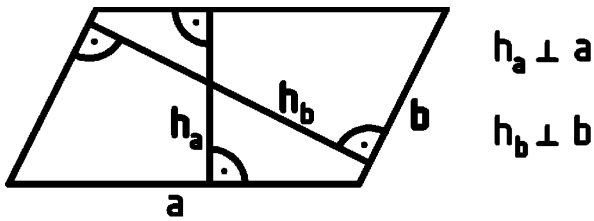
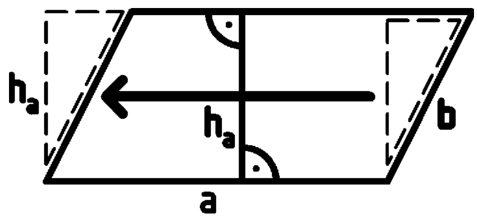
4.6 Division von Dezimalbrüchen

Verschiebe das Komma bei beiden Zahlen so weit nach rechts, bis der Divisor eine natürliche Zahl ist, und führe dann die Division durch.
Setze beim Überschreiten des Kommas auch im Ergebnis ein Komma.

Beispiel:

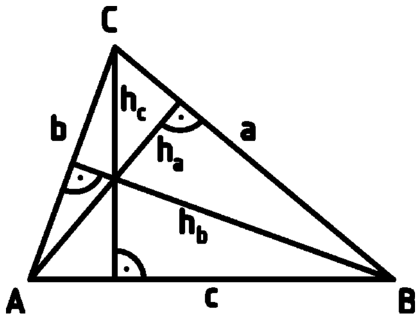
5 Flächeninhalt von Dreiecken und Vierecken

5.1 Flächeninhalt von Parallelogrammen

Beim Parallelogramm bezeichnet man den Abstand zweier paralleler Seiten als Höhe .	
Für den Flächeninhalt des Parallelogramms gilt: $A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$	

Parallelogramme, die in einer Seite und der dazugehörigen Höhe übereinstimmen, haben den gleichen Flächeninhalt.

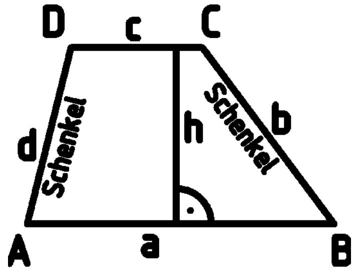
5.2 Flächeninhalt von Dreiecken

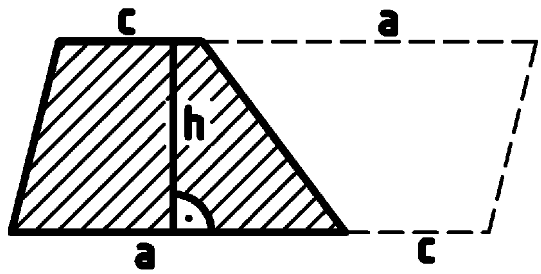
Die Länge der senkrechten Verbindungsstrecke zwischen einer Ecke und der gegenüberliegenden Seite bezeichnet man als Höhe im Dreieck. **In jeden Dreieck gibt es drei Höhen.**	
Für den Flächeninhalt des Dreiecks gilt: $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$	

Dreiecke, die in einer Seite und der zugehörigen Höhe übereinstimmen, haben den gleichen Flächeninhalt.

5.3 Flächeninhalt von Trapezen

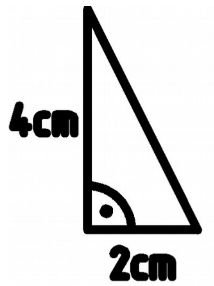
<table>
<tr>
<td>Ein Viereck mit zwei zueinander parallelen Seiten
nennt man Trapez.

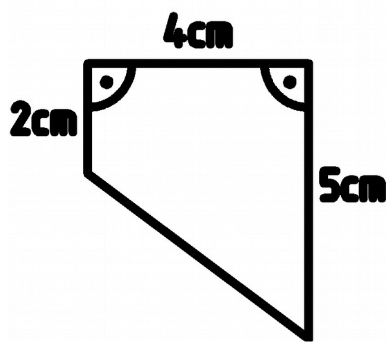
Den Abstand der zueinander parallelen Seiten bezeichnet man als Höhe des Trapezes.
Die beiden anderen Seiten bezeichnet man als Schenkel des Trapezes.</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Für den Flächeninhalt des Trapezes gilt:

$A=\frac{1}{2}\cdot(a+c)\cdot h$</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Beispiele:

Berechne möglichst einfach die Flächeninhalte der beiden Figuren.

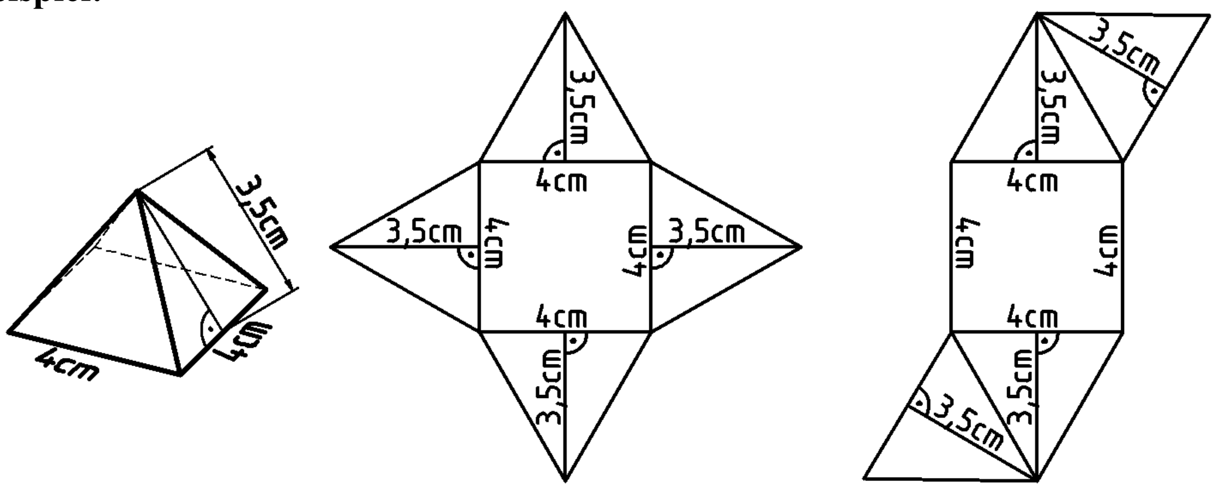




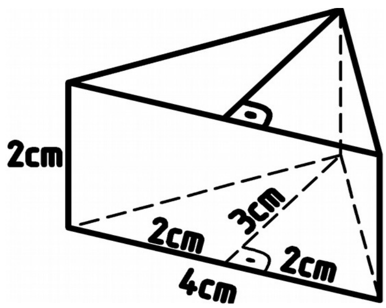
5.4 Netze

Wird die Oberfläche eines Körpers längs geeigneter Kanten aufgeschnitten und in der Zeichenebene ausgebreitet, so erhält man ein Netz des Körpers.

Beispiel:



Beispiel:
Zeichne ein Netz des geraden Prismas rechts.

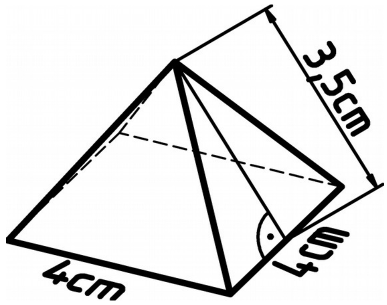


5.5 Oberflächeninhalt

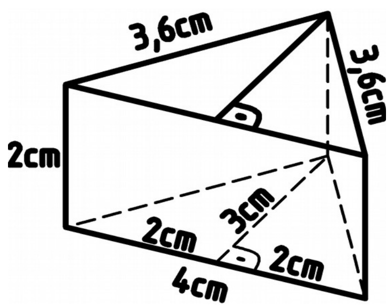
Der Oberflächeninhalt O eines Körpers ist gleich dem Flächeninhalt seines Netzes.

Beispiele:

Berechne den Oberflächeninhalt der quadratischen Pyramide rechts.



Berechne den Oberflächeninhalt des geraden Prismas rechts.



6 Volumen und Volumenmessung

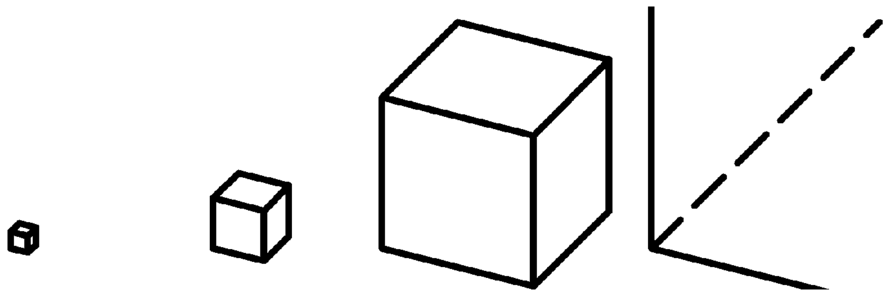
6.1 Volumen

Das Volumen gibt an, welchen Raum ein Körper einnimmt.

Beispiel:
$V = 5cm^3$ bedeutet: Der Körper hat das fünffache Volumen eines Zentimeterwürfels.

6.2 Volumeneinheiten

Zur Volumenmessung verwendet man Würfel mit den ...



Kantenlängen	1mm	1cm	1dm	1m
Volumen	$1mm^3$	$1cm^3$	$1dm^3$	$1m^3$

6.3 Umrechnungstabelle

$$1\,m^3 = 1000\,dm^3$$
$$1\mathrm{dm}^3 = 1000\,cm^3$$
$$1\mathrm{cm}^3 = 1000\mathrm{mm}^3$$

spezielle Einheiten

$$1\,l = 1\,dm^3 \qquad 100\,l = 1\,hl \qquad 1\,l = 1000\mathrm{ml} \qquad 1\mathrm{ml} = 1\mathrm{cm}^3$$

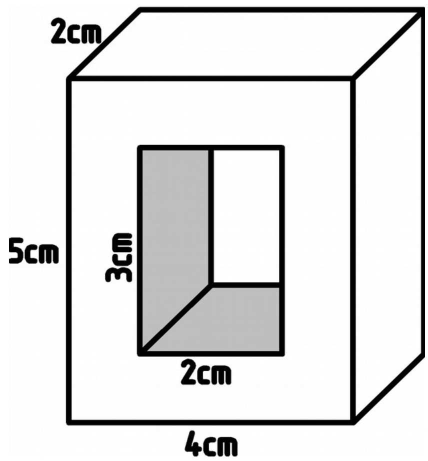
6.4 Das Volumen eines Quaders

Für den Quader mit den Kantenlängen a, b und c gilt : $V = a \cdot b \cdot c$

Für den Würfel mit der Kantenlänge a gilt: $V = a^3$

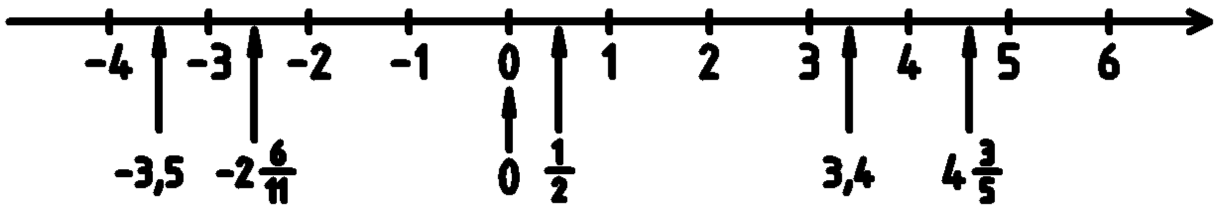
Beispiel:

Bestimme das Volumen des Körpers rechts.



7 Rationale Zahlen

7.1 Anordnung



Was auf der Zahlengerade weiter rechts ist, das ist größer.

z.B. : $-3{,}5 < -2\frac{6}{11} < 0 < \frac{1}{2} < 3{,}4 < 4\frac{3}{5}$

7.2 Addition und Subtraktion

Subtrahieren einer Zahl ist dasselbe wie Addieren der Gegenzahl.

7.3 Multiplikation und Division

Plus mal Minus gibt Minus. Minus mal Minus gibt Plus. Plus mal Plus gibt Plus.

7.4 Verbindung der Grundrechenarten

7.5 Rechengesetze

Vorrangregeln

- ➔ Klammern zuerst
- ➔ Potenz vor Punkt vor Strich
- ➔ Bei nur Strich (oder nur Punkt) gilt "von links nach rechts"

Klammern ohne Punkt

- ➔ Bei Plus vor der Klammer und kein Punkt hinter der Klammer → einfach weglassen
- ➔ Bei Minus vor der Klammer und kein Punkt hinter der Klammer → Vorzeichen umdrehen

$$137+(20-37)=137+20-37=120$$

$$193-(93-50)=193-93+50=150$$

Vertauschen

- ➔ Bei nur Plus (oder nur Mal) darf beliebig vertauscht werden.
- ➔ Vertauschen bei Plus und Minus: Rechenzeichen vor der Zahl mitnehmen

$$2-3+4-5+6-7=$$
$$=-5+4-7+6-3+2$$

8 Prozentrechnung

8.1 Prozentbegriff

Prozent ist eine andere Bezeichnung für Hundertstel

Beispiel:

8.2 Grundgleichung der Prozentrechnung

Prozentsatz · Grundwert = Prozentwert
PS · GW = PW

8.3 Berechnung des Prozentwertes

Beispiel:

Wie viel sind 19% von 240m ?

8.4 Berechnung des Prozentsatzes

Beispiel:

Wie viel Prozent von 150 sind 30?

8.5 Berechnung des Grundwertes

Beispiel:

30% von wie viel kg sind 45kg?

8.6 Dreisatz

Beispiele:

In 180s werden 66 Liter Öl abgefüllt. Wie lange dauert es für 55 Liter?	Die Bahnfracht für eine Sendung mit einem Gewicht von 260kg kostet 40€. Wie hoch ist die Gebühr für 52kg?