

A large, stylized, grey calligraphic graphic that resembles a large, flowing letter or symbol. It has a thick, layered appearance with a dark grey center and a lighter grey outer edge. The graphic is positioned in the background, with the text overlaid on it.

**Grundwissen**

**8. Jahrgangsstufe**

**Mathematik**

# 1 Proportionalität

## 1.1 Direkte Proportionalität

### Eigenschaften:

Quotientengleichheit → Bei  $\frac{y}{x}$  kommt immer das Gleiche raus;  $\frac{y}{x} = q$

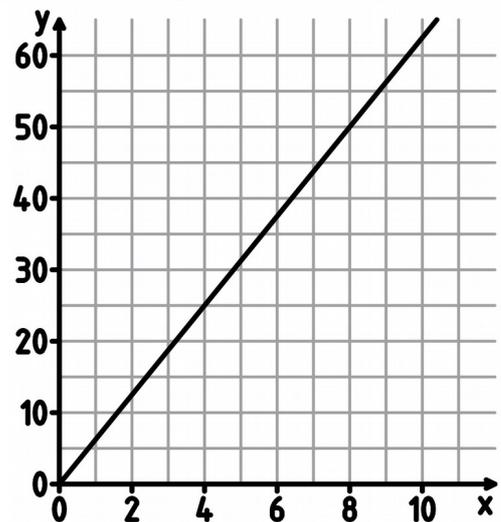
Zuordnungsvorschrift →  $y = q \cdot x$

Diagramm → Ursprungsgerade

### Beispiele:

In drei Minuten (x) läuft Egon 600m (y) . Stelle die Zuordnungsvorschrift auf!

Bestimme aus dem Diagramm die Zuordnungsvorschrift!



## 1.2 Indirekte (umgekehrte) Proportionalität

### Eigenschaften:

Produktgleichheit → Bei  $y \cdot x$  kommt immer das Gleiche raus;  $y \cdot x = p$

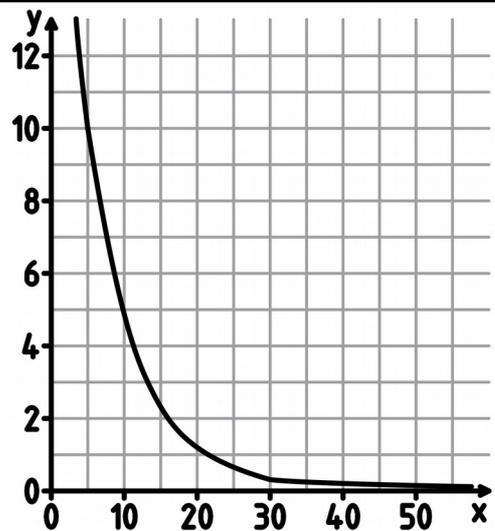
Zuordnungsvorschrift →  $y = \frac{p}{x}$

Diagramm → Hyperbel

### Beispiele:

Bei einem Tempo von 4 m/s (x) braucht Egon für die 1000m-Strecke 4min10s (y). Stelle die Zuordnungsvorschrift auf!

Bestimme aus dem Diagramm die Zuordnungsvorschrift!



### 1.3 Kreis

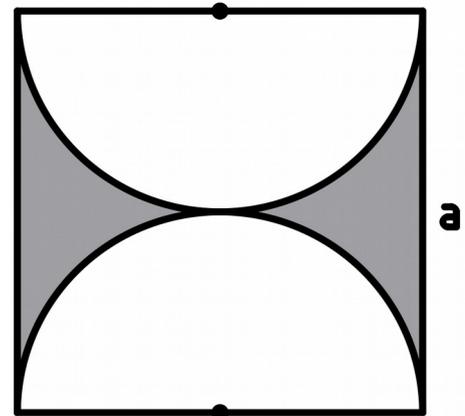
**Kreiszahl**  $\rightarrow \pi \approx 3,14$

**Umfang**  $\rightarrow U = 2 \cdot \pi \cdot r$

**Fläche**  $\rightarrow A = \pi \cdot r^2$

#### Beispiel:

Unten rechts ist ein Quadrat. Die markierten Punkte sind Mittelpunkte von Kreisen. Bestimme Umfang und Fläche der grau gefärbten Figur in Abhängigkeit von  $a$ !



## 2 Funktionen

### 2.1 Graphen von Funktionen

Beispiele:

<p>Welcher Graph gehört zu einer Funktion? Begründe!</p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center; margin: 10px;"> </div> </div>	<p>Zeichne den Graphen der Funktion <math>f(x)</math> mit <math>f(x) = x^2 - 4</math></p> <div style="text-align: center;"> </div>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

### 2.2 Lineare Funktionen → Geradengleichungen

Funktionsgleichung:  $f(x) = m \cdot x + t$

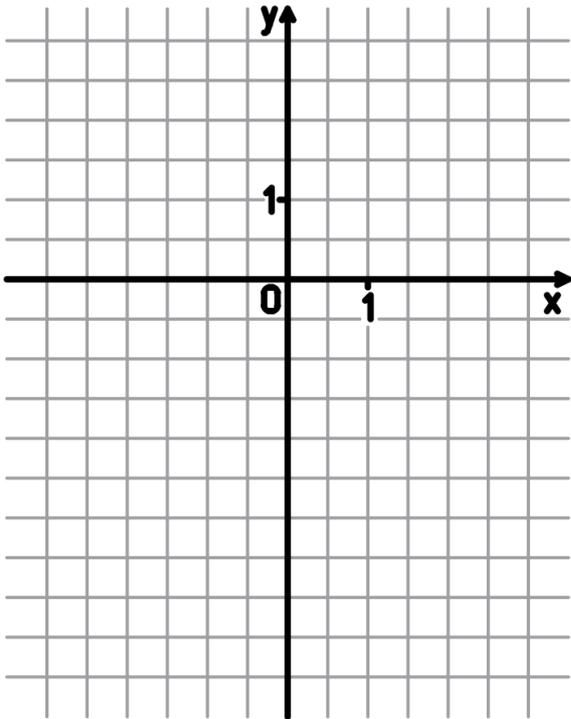
$m \rightarrow$  Steigung ;  $t \rightarrow$  y-Achsenabschnitt

Zur Steigung:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

**Beispiele:**

<p>Bestimme den Schnittpunkt der Geraden g und h  <math>g(x) = -2x + 3</math> ; <math>h(x) = 3x - 7</math></p>	<p>Bestimme die Gleichung der Gerade h durch die Punkte P(2/3) und Q(5/-6)!</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------

<p>Zeichne mit y-Achsenabschnitt und Steigungsdreieck die Gerade g mit der Gleichung  <math>g: y = 0,8x - 2</math></p> 	<p>Berechne die Schnittpunkte von g mit den Koordinatenachsen  <math>g: y = -2x + 6</math></p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------

## 2.3 Ungleichungen

### Vorsicht:

Wenn man eine Ungleichung mit einer negativen Zahl multipliziert oder durch eine negative Zahl dividiert, dann muss man das Ungleichheitszeichen umdrehen.

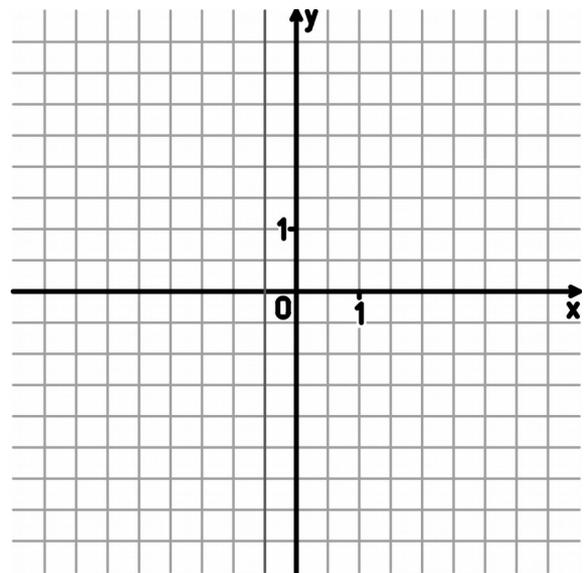
### Beispiele:

Berechne die Lösungsmenge der Ungleichung

$$3 - 2x \leq x + 12$$

Bestimme zeichnerisch die Lösungsmenge der Ungleichung

$$0,5x - 1 \geq -2x + 4$$



### 3 Gleichungssysteme mit zwei Variablen

#### 3.1 Einsetzungsverfahren

Man löst eine Gleichung nach einer Variablen auf und setzt in die andere Gleichung ein.

**Beispiel:**

Bestimme die Lösung des Gleichungssystems

$$I: -12x + 2y = -10$$

$$II: 15x - 3y = 15$$

#### 3.2 Additionsverfahren

Man addiert oder subtrahiert die beiden Gleichungen so, dass eine der beiden Variablen rausfällt. Vorher muss man:

- die beiden Gleichungen so hinschreiben, dass die Variablen richtig untereinander stehen
- die beiden Gleichungen geschickt multiplizieren

**Beispiel:**

Bestimme die Lösung des Gleichungssystems

$$I: 12a - 25b = 1$$

$$II: 18a - 35b = -1$$

## 4 Laplace-Wahrscheinlichkeit

### 4.1 Ergebnisse und Ereignisse

**Ergebnisraum  $\Omega$ :**

Die Menge aller möglichen Ergebnisse  $\rightarrow$  Systematisch sortiert aufschreiben!

**Beispiele:**

Eine Münze wird dreimal geworfen. Schreib 0 für Kopf und 1 für Zahl und gib den Ergebnisraum an. Mit Reihenfolge!

Die Ruderboote A, B und C fahren um die Wette. Gib den Ergebnisraum an.

**Ein Ereignis ist eine Teilmenge des Ergebnisraums****Beispiel:**

Wir betrachten einen Wurf mit einem Würfel

Beschreibung des Ereignisses	Das Ereignis als Menge
A: Die geworfene Zahl ist gerade	
B: Die geworfene Zahl ist eine Primzahl	
C:	$C = \{3; 6\}$

**4.2 Laplace-Wahrscheinlichkeiten**

- Laplace-Experiment  $\rightarrow$  alle Ergebnisse sind gleich wahrscheinlich
- Wichtig: Damit alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind muss man das Experiment mit Reihenfolge betrachten!
- Die Wahrscheinlichkeit von A berechnet man dann so

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der Ergebnisse in A}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}} = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

- Zählprinzip  $\rightarrow$  Die Anzahl der Möglichkeiten erhält man, indem man die Anzahlen der Möglichkeiten der aufeinander folgenden Stufen multipliziert.

**Beispiele:**

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit aus 32 Spielkarten einen König zu ziehen?	Fünf Schüler stellen sich zufällig in einer Reihe auf. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie sich alphabetisch geordnet aufstellen?
-------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>Fünf Schüler stellen sich zufällig in einer Reihe auf. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Egon auf keinem der beiden linken Plätze steht?</p>	<p>Wie groß ist bei einem Wurf mit zwei Würfeln die Wahrscheinlichkeit für Augensumme 5?</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------

## 5 Gebrochen rationale Funktionen

### 5.1 Graphen gebrochen rationaler Funktionen

**Definitionsmenge** → **der Nenner darf nicht Null werden**

**Nullstellen** → **den Zähler gleich Null setzen**

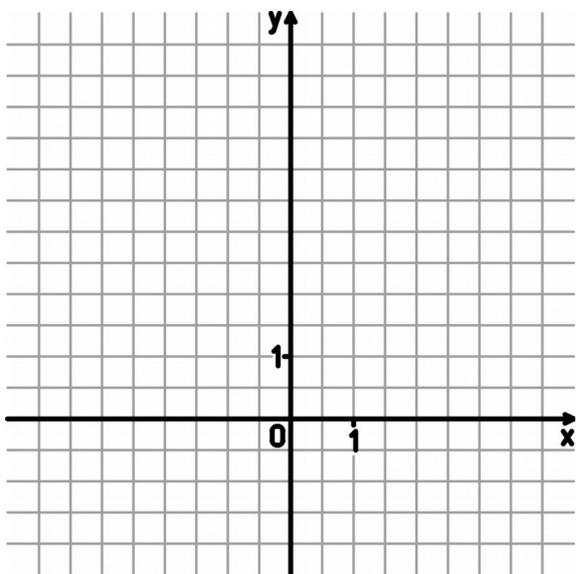
**vertikale Asymptoten** → **bei den Nullstellen des Nenners**

**horizontale Asymptoten** → **wenn man ganz große x-Werte einsetzt (TR)**

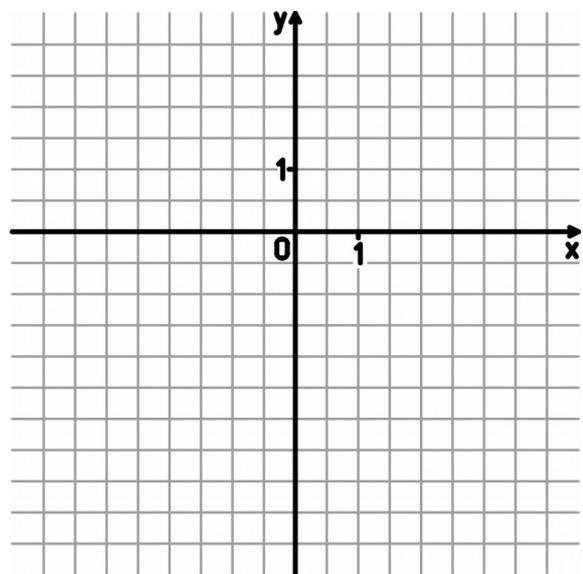
**Beispiele:**

Bestimme Definitionsmenge, Nullstellen und skizziere den Graphen inklusive Asymptoten.

$$f(x) = \frac{6x-3}{2x+2}$$



$$f(x) = \frac{-4x+2}{2x+1}$$



**5.2 Rechnen mit Bruchtermen**

Beim Addieren und Subtrahieren erweitert man auf den gemeinsamen Nenner

**Vorsicht: Zuerst die Nenner faktorisieren, damit der Nenner nicht zu groß wird!**

**Beispiele:**

$$\frac{a}{a-4} - \frac{2a}{12-3a} =$$

$$\frac{4x+1}{2x-10} - \frac{x}{3x-15} =$$

Beim Multiplizieren und Dividieren braucht man keinen gleichen Nenner!

$$\frac{4x^2}{7y} : \frac{6x}{35y^2} =$$

$$\frac{3x}{x+2} \cdot \frac{2-x}{x^2-2x} =$$

Zum Lösen einer Bruchgleichung bringt man alles auf den gleichen Nenner und multipliziert anschließend mit diesem Hauptnenner. Definitionsmenge beachten!

$$\frac{12}{x} = \frac{6}{x-2}$$



$$\frac{2x-3,5}{x-3} = \frac{5}{2x-6}$$

### 5.3 Negative Exponenten

Hoch "minus" bedeutet eins durch  $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$      $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$

#### Beispiele:

Schreibe mit Zehnerpotenzen

$$0,0000045 =$$

$$0,00032 =$$

$$120000000 =$$

Berechne

$$x^{-2} \cdot x^3 =$$

$$x^5 : x^{-3} =$$

## 6 Ähnlichkeit

### 6.1 Strahlensatz

Der Strahlensatz gilt nur dann, wenn man zwei parallele Geraden hat.

**Tipp: Schreib die gesuchte Größe in den Zähler!**

V-Figur	X-Figur
$\frac{f}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a}{e}$	$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{e}{f}$
$\frac{c}{b} = \frac{d}{a} = \frac{e}{f}$	$\frac{f}{a} = \frac{d}{b} = \frac{e}{c}$
$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} = \frac{e}{f}$	$\frac{f}{c} = \frac{d}{a} = \frac{e}{b}$

### 6.2 Ähnlichkeitssätze für Dreiecke

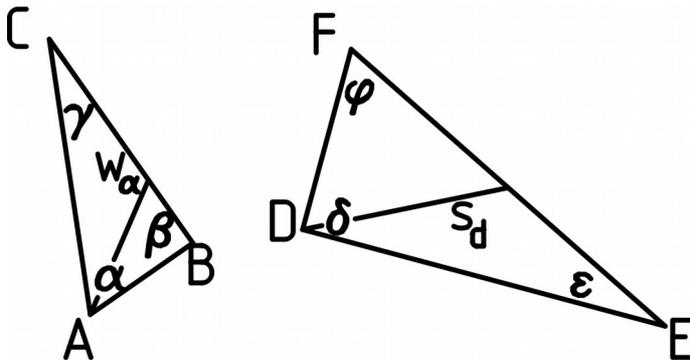
Was bedeutet der Begriff "ähnlich" ?	
Wozu ist es nützlich wenn man weiß, dass zwei Dreiecke ähnlich sind?	

<p>Wie kann man rausfinden, dass zwei Dreiecke ähnlich sind?</p>	
------------------------------------------------------------------	--

**Beispiel:**

Fehlende Längen einzeichnen!

<p>Die beiden rechtwinkligen Dreiecke unten sind ähnlich.</p>	<p> <math>\alpha =</math>      <math>\beta =</math>      <math>\gamma =</math>  <math>\frac{a}{b} = \text{---}</math>      <math>\frac{b}{c} = \text{---}</math>  <math>\frac{w_\alpha}{b} = \text{---}</math>      <math>\frac{s_d}{d} = \text{---}</math> </p>
---------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



**Beispiel:**

	<p>Zeige, dass die Dreiecke PQR, PFR, und FQR ähnlich zueinander sind.</p>
--	----------------------------------------------------------------------------