Franz-Miltenberger-Gymnasium, Bad Brückenau

Physik 11

von Stefan Bruckmoser, Version: 2019_11_09

Inhaltsverzeichnis

0 Grundlagen

Wiederholen: GW7: 1. / 2. GW8: 3.

0.1 Elektrische Stromstärke

Definition:

$$\boxed{\begin{array}{c} I=\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}=\dfrac{\text{geflossene Ladung}}{\text{dafür benötigte Zeit}} \\ [I]=1\dfrac{C}{s}=1\,A \quad \text{(Ampere)} \end{array}}$$

☠ Die Gleichung gilt allerdings nur, wenn die Stromstärke konstant ist.

Diagramme (dies gilt immer):

➔ Die Steigung im t-Q-Diagramm ist die Stromstärke

➔ Die überstrichene Fläche im t-I-Diagramm ist die geflossene Ladung.

Dieser Zusammenhang gilt ganz allgemein. Wenn

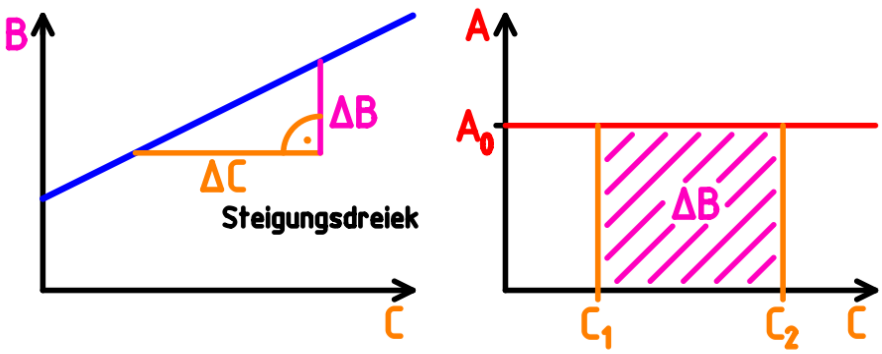
$$A=\frac{\Delta B}{\Delta C} \quad \text{ist, dann ist}$$

A die Steigung im C-B-Diagramm und

ΔB ist die überstrichene Fläche im C-A-Diagramm.

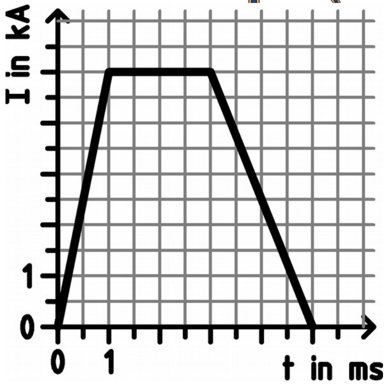
Die Überlegung für die Fläche ist nur für den Fall, dass A konstant ist dargestellt.

☺ Es stimmt aber immer !!!



$$\text{Steigung}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{\Delta B}{\Delta C}=A \Rightarrow \Delta B=A_0\cdot\Delta C=A_0\cdot(C_2-C_1)$$

Aufgabe 0.1:



Das Diagramm zeigt die Stromstärke während eines Blitzeinschlags. Bestimme die insgesamt geflossene Ladung.

Lösung:

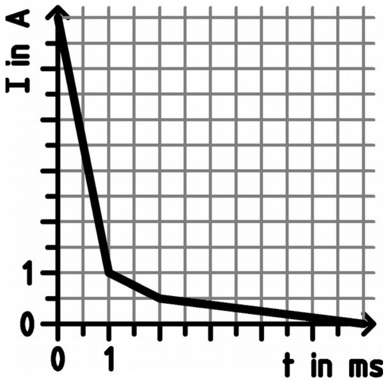
Linkes Dreieck plus Rechteck plus rechtes Dreieck

$$\Delta Q = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^{-3}\, s \cdot 5 \cdot 10^{3}\, A + 2 \cdot 10^{-3}\, s \cdot 5 \cdot 10^{3}\, A \ldots$$

$$\ldots + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\, s \cdot 5 \cdot 10^{3}\, A$$

$$= 2{,}5\, C + 10\, C + 5\, C = \underline{\underline{17{,}5\, C}}$$

Aufgabe 0.2:



Das Diagramm zeigt die Stromstärke beim Aufladen eines Kondensators. Bestimme die Größe der Ladung auf dem geladenen Kondensator.

Lösung:

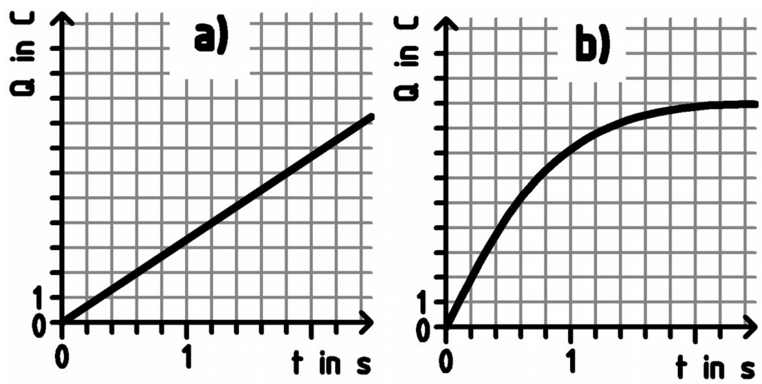
Von links nach rechts: zwei Trapeze und ein Dreieck

$$Q = \frac{1}{2} \cdot (6\, A + 1\, A) \cdot 1 \cdot 10^{-3}\, s + \frac{1}{2} \cdot (1\, A + 0{,}5\, A) \cdot 1 \cdot 10^{-3}\, s \ldots$$

$$\ldots + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5\, A \cdot 4 \cdot 10^{-3}\, s$$

$$= 3{,}5 \cdot 10^{-3}\, As + 0{,}75 \cdot 10^{-3}\, As + 1 \cdot 10^{-3}\, As = \underline{\underline{5{,}25\, mAs}}$$

Aufgabe 0.3:



Bestimme für die Diagramme a) und b) jeweils die mittleren Stromstärken zwischen

1) 0,2s und 0,6s

2) 0,8s und 1,4s

3) 1,8s und 2,4s

Lösung:

Einzeichnen von Steigungsdreiecken für die jeweiligen Zeitintervalle gibt

a) $I_1=\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{1{,}3\,C}{0{,}4\,s}=\underline{\underline{3\,A}}$ $I_2=\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{2\,C}{0{,}6\,s}=\underline{\underline{3\,A}}$ $I_3=\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{2\,C}{0{,}6\,s}=\underline{\underline{3\,A}}$

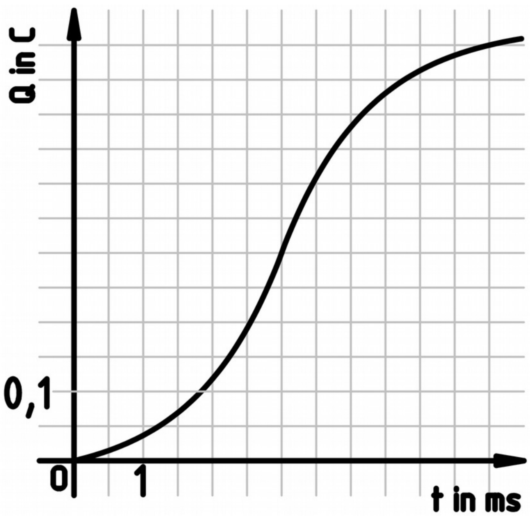
Bei einem Diagramm in Form einer Gerade ist die Steigung an jeder Stelle gleich groß. Es ist also egal wohin oder wie groß man das Steigungsdreieck macht. Um die Stromstärke zu bestimmen hätte man bei a) besser ein großes Steigungsdreieck machen und nach Kästchenschnittpunkten suchen sollen. Dann findet man eine Stromstärke von 3,33A.

b) $I_1=\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{3{,}2\,C}{0{,}4\,s}=\underline{\underline{8\,A}}$ $I_2=\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{2\,C}{0{,}6\,s}=\underline{\underline{3{,}3\,A}}$ $I_3=\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{0{,}2\,C}{0{,}6\,s}=\underline{\underline{0{,}33\,A}}$

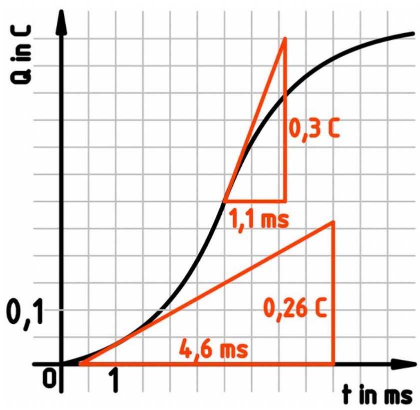
Je steiler das t-Q-Diagramm, desto größer die Stromstärke!

Aufgabe 0.4: Momentane Stromstärke, Tangente

Bestimme aus dem Diagramm rechts die Stromstärken für die Zeitpunkte t = 1ms und t = 5ms. Zu welchem Zeitpunkt ist die Stromstärke maximal? Bestimme diese maximale Stromstärke.

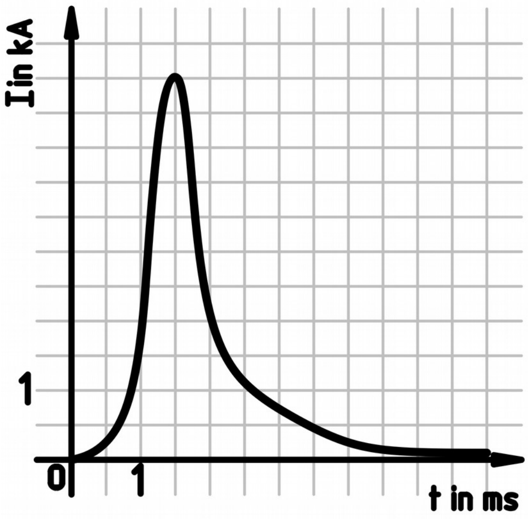


Lösung:



$$I(t=1\,ms)=\frac{0{,}26\,C}{4{,}6\cdot10^{-3}\,s}=\underline{\underline{57\,A}}\quad I(t=5\,ms)=\underline{\underline{57\,A}}$$

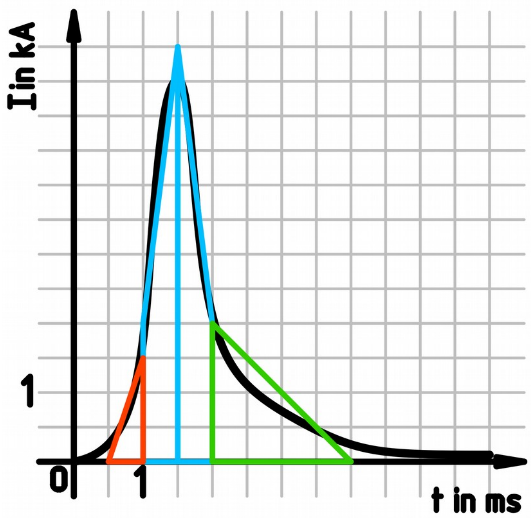
$$I_{max}=I(t=3\text{ms})=\frac{0{,}3\,C}{1{,}1\cdot10^{-3}\,s}=\underline{\underline{273\,A}}$$



Aufgabe 0.5: Näherungslösung

Bestimme aus dem Diagramm die während der ersten Millisekunde geflossene Ladung, die während der zweiten Millisekunde geflossene Ladung und die insgesamt geflossene Ladung.

Lösung:



Rotes Dreieck:

$$\Delta Q(0\text{ms}-1\text{ms})=\frac{1}{2}\cdot 0{,}5\cdot 10^{-3s}\cdot 1{,}5\cdot 10^{3}\,A=\underline{\underline{0{,}4\,C}}$$

Zwei blaue Trapeze:

$$\Delta Q(1\text{ms}-2\text{ms})=$$
$$=2\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot(2\cdot 10^{3A}+6\cdot 10^{3}\,A)\cdot 0{,}5\cdot 10^{-3}\,s\right)=\underline{\underline{4\text{C}}}$$

Grünes Dreieck:

$$Q_{Rest}=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10^{-3}\,s\cdot 2\cdot 10^{3}\,A=\underline{\underline{2\text{C}}}$$
$$Q_{ges}=0{,}4\,C+4\text{C}+2\text{C}=\underline{\underline{6{,}4\,C\approx 6\text{C}}}$$

0.2 Widerstand, R

Definition:

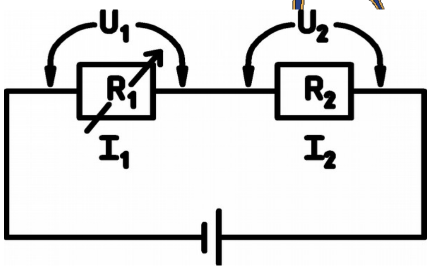
$$\boxed{R=\frac{U}{I}\qquad [R]=1\frac{V}{A}=1\,\Omega}$$

Die Gleichung aufgelöst nach U gibt:

$$\boxed{U = R\cdot I}$$

➔ Die am Widerstand abfallende Spannung ist also proportional zur Größe des Widerstandes und zur Stromstärke im Widerstand.

Aufgabe 0.6:



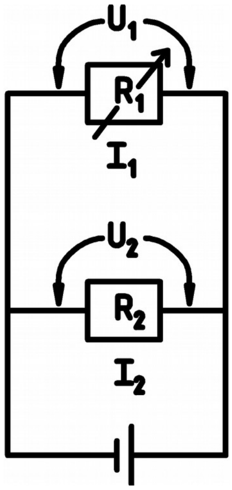
Der Widerstand R1 ist regelbar. Wie verändern sich I1, I2, U1 und U2 wenn R1 erhöht wird? Begründe deine Antwort.

Lösung:

Wenn R1 erhöht wird, steigt der Widerstand der gesamten Schaltung und deshalb wird die Stromstärke kleiner. I1 und I2 werden also kleiner.

Wenn die Stromstärke I2 kleiner wird, dann wird auch die an R2 abfallende Spannung kleiner. Da die Summe der beiden Spannungen gleich bleibt, muss U1 größer werden.

Aufgabe 0.7:



Der Widerstand R1 ist regelbar. Wie verändern sich I1, I2, U1 und U2 wenn R1 erhöht wird? Begründe deine Antwort.

Lösung:

Die Spannungen sind an beiden Widerständen gleich der Spannung an der Spannungsquelle. Die verändern sich also nicht.

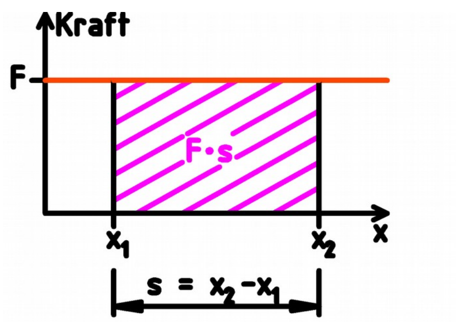
Da an R2 sich weder Spannung noch Widerstand ändern, bleibt auch die Stromstärke gleich.

An R1 bleibt die Spannung gleich und der Widerstand steigt. Deshalb wird die Stromstärke kleiner.

0.3 Arbeit und Energie

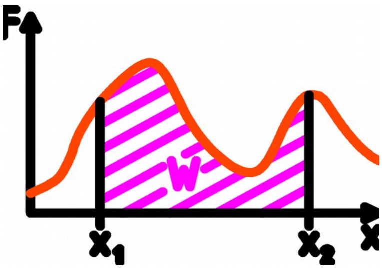
Arbeit als Fläche:

Die Gleichung $W = F \cdot s$ gilt nur wenn die Kraft F parallel zum Weg s ist und wenn die Kraft konstant ist. Falls die Kraft nicht konstant ist, müssen wir eine andere Möglichkeit finden die Arbeit zu bestimmen.



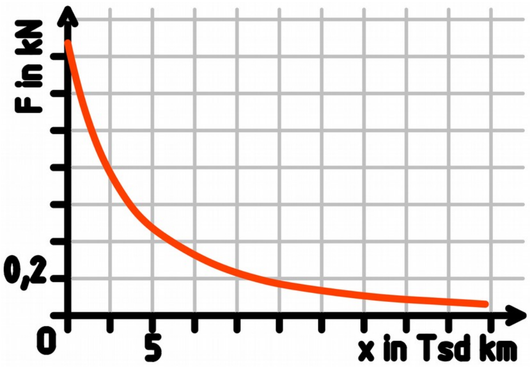
$W = F \cdot s$ = überstrichene Fläche

Wenn die Kraft konstant ist, dann ist die verrichtete Arbeit offensichtlich gleich der überstrichenen Fläche im x-F-Diagramm (Flächenformel für Rechtecke).



Diese Beziehung gilt allerdings ganz allgemein, auch wenn die Kraft nicht konstant ist. Dafür muss die Kraft lediglich parallel zum Weg s sein.

Aufgabe 0.8:



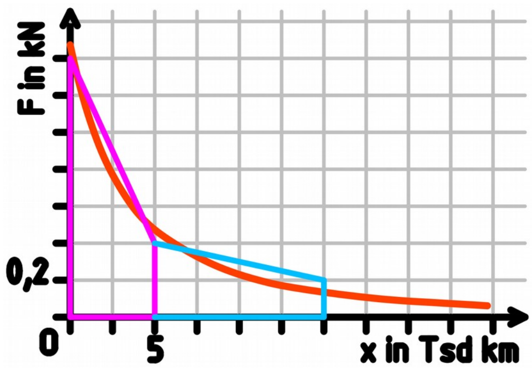
Das Bild rechts zeigt die Gravitationskraft auf einen Satelliten von ungefähr drei Zentnern Masse in Abhängigkeit von der Höhe über dem Erdboden x.

Bestimme aus dem Diagramm näherungsweise die Größe der Arbeit die verrichtet werden muss, um den Satelliten in eine Höhe von fünfzehntausend Kilometer zu bringen.

Lösung:

$$W_{\text{magenta}} = \frac{1}{2} \cdot \left(0{,}4 \cdot 10^3\,N + 1{,}4 \cdot 10^3\,N\right) \cdot 5 \cdot 10^6\,m$$
$$= \underline{4{,}5 \cdot 10^9\,Nm}$$

$$W_{\text{blau}} = \frac{1}{2} \cdot \left(0{,}4 \cdot 10^3\,N + 0{,}2 \cdot 10^3\,N\right) \cdot 10 \cdot 10^6\,m$$
$$= \underline{3 \cdot 10^9\,Nm}$$



Addieren:

$$W_{ges} = 4{,}5 \cdot 10^9\,Nm + 3 \cdot 10^9\,Nm = \underline{7{,}5 \cdot 10^9\,Nm}$$

Was ist eigentlich Energie?

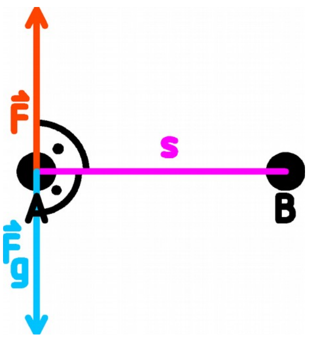
Energie ist die Fähigkeit Arbeit zu verrichten.

➔ Wenn ein Körper Arbeit verrichtet, dann sinkt seine Energie um den Betrag der verrichteten Arbeit.

$$\boxed{W = \Delta E}$$

➔ Wenn man an einem Körper Arbeit verrichtet, dann steigt seine Energie um den Betrag der verrichteten Arbeit.

Wenn die Kraft senkrecht zum Weg ist



Wenn der Weg s ,entlang dessen man einen Körper bewegt, senkrecht zur Gewichtskraft ist, dann ändert sich die Höhe des Körpers nicht. Und wegen $E = m \cdot g \cdot h$ ändert sich dann auch seine Höhenenergie nicht.

Da die Gewichtskraft der Bewegung in dieser Richtung keinen Widerstand entgegensetzt, muss keine physikalische Arbeit verrichtet werden.

Das gilt ganz allgemein.

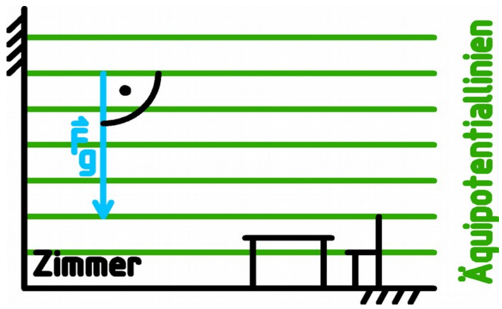
Wenn die Kraft senkrecht zum zurückgelegten Weg (bzw. zur Bewegungsrichtung ist, dann wird keine Arbeit verrichtet, und die potentielle Energie bleibt konstant.

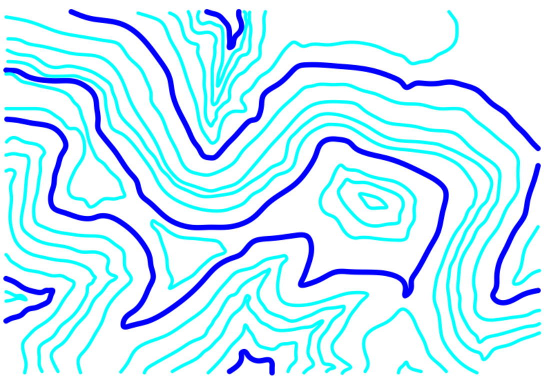
Äquipotentiallinien, -flächen:

Linien, oder im dreidimensionalen Flächen, entlang derer sich die potentielle Energie nicht ändert, also konstant ist, heißen Äquipotentiallinien oder -flächen. Wegen oben gilt:

Äquipotentiallinien laufen an jeder Stelle senkrecht zur wirkenden Kraft.

Die Äquipotentiallinien in unserem Zimmer sind lauter Parallelen zum Boden. Bewegt man sich entlang einer solchen Äquipotentiallinie, dann ändert sich die potentielle Energie (Höhenenergie) nicht.





Solche Äquipotentiallinien kennen wir auch von Wanderkarten als Höhenlinien. Bewegt man sich entlang einer solchen Äquipotentiallinie muss man dem Körper keine potentielle Energie zuführen und das Wandern ist nicht so anstrengend. Wenn man sich aber senkrecht zu den Äquipotentiallinien bewegt, noch dazu an einer Stelle, an der die Äquipotentiallinien dicht beieinander liegen, dann muss man dem Körper sehr viel potentielle Energie zuführen und das Wandern ist recht mühsam.

Betrachtet man das Gravitationsfeld der Erde aus größerer Entfernung und bewegt man sich immer senkrecht zur Gravitationskraft, dann bewegt man sich schließlich auf einem Kreis. Ein Satellit, der sich auf einem solchen Kreis bewegt, hat also konstante potentielle Energie.

Im dreidimensionalen wären die Äquipotentialflächen dann Kugeln.

Elektrische Größen:

➔ Elektrische Leistung: $P = U \cdot I$

Einheitenbetrachtung: $[l.S.] = 1\text{W} \;\; ; \;\; [r.S.] = 1\,VA \quad \Rightarrow \quad 1\,W = 1\,VA = 1\frac{VC}{s}$

➔ Elektrische Arbeit oder Energie: $E_{el} = W_{el} = U \cdot I \cdot t = U \cdot Q$

Elektronenvolt, eV:

Bei Mikroteilchen setzt man Ladungen gerne in der Einheit e (Elementarladung) ein. Die Energie erhält man dann in $e{\cdot}V$. Man spricht allerdings nicht "Elementarladung-Volt" sondern man sagt "Elektronenvolt" (weshalb man so spricht weiß ich nicht). Zum Umrechnen in SI-Einheiten muss man nur die Elementarladung e in Coulomb einsetzen.

$$\boxed{1 \cdot e \cdot V = 1 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 1\,V = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,VC = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,J}$$

0.4 Anschließen von Messgeräten

Um den Aufbau von Versuchen zu verstehen, ist es notwendig zu wissen, wie Strom- und Spannungsmessgeräte anzuschließen sind.

➔ Ein Strommessgerät (Amperemeter) misst nur den Strom, der durch das Amperemeter hindurch fließt. Um eine Stromstärke zu messen, muss man also den Strom durch das Amperemeter durch schicken (Reihenschaltung).

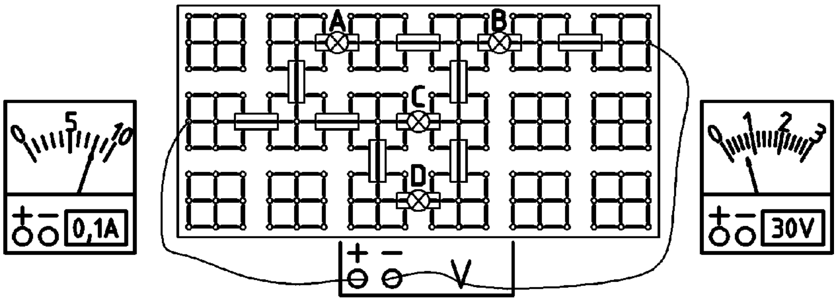
➔ Eine Spannung ist ein Unterschied zwischen zwei Punkten A und B. Um eine Spannung zu messen muss man das Voltmeter nur mit diesen beiden Punkten verbinden (Parallelschaltung).

- Für die richtige Polung der Messgeräte muss der mit Plus beschriftete Anschluss des Messgerätes in Richtung des Pluspols der Spannungsquelle zeigen.

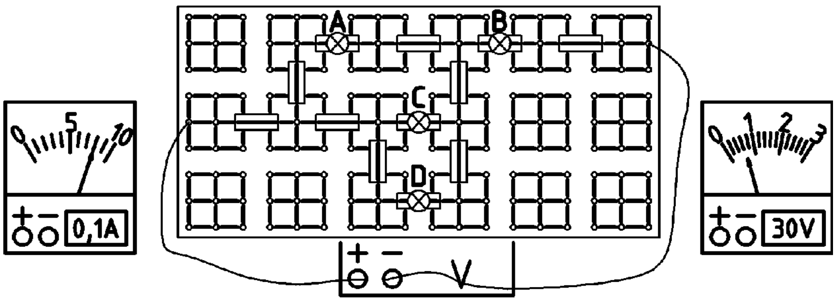
Aufgabe 0.9:

Die fehlenden Kabel sind einzuzeichnen. Oft muss man ein Bauteil oder ein Kabel entfernen um den Stromkreis zu öffnen. Dazu streicht man das Bauteil einfach durch.

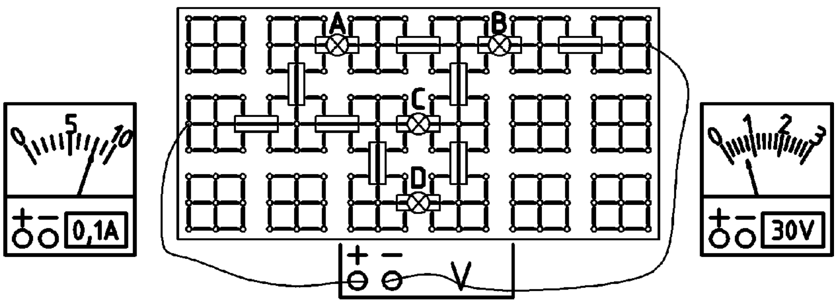
a) Miss die Stromstärke durch die Glühbirne B und den Spannungsabfall an der Glühbirne C.



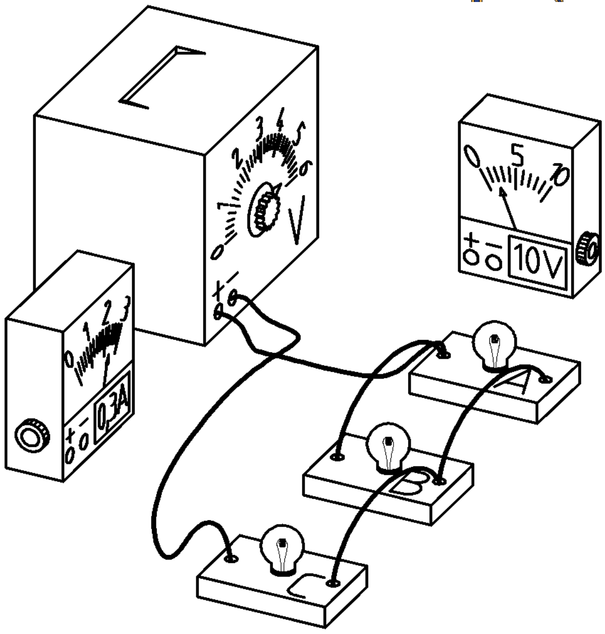
b) Miss die Stromstärke durch die Glühbirne D und den Spannungsabfall an der Glühbirne A.

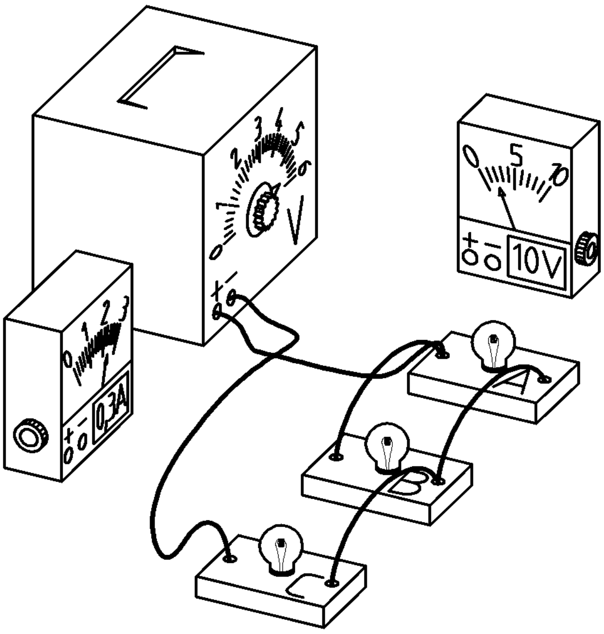


c) Miss die Stromstärke durch A und den Spannungsabfall an B.



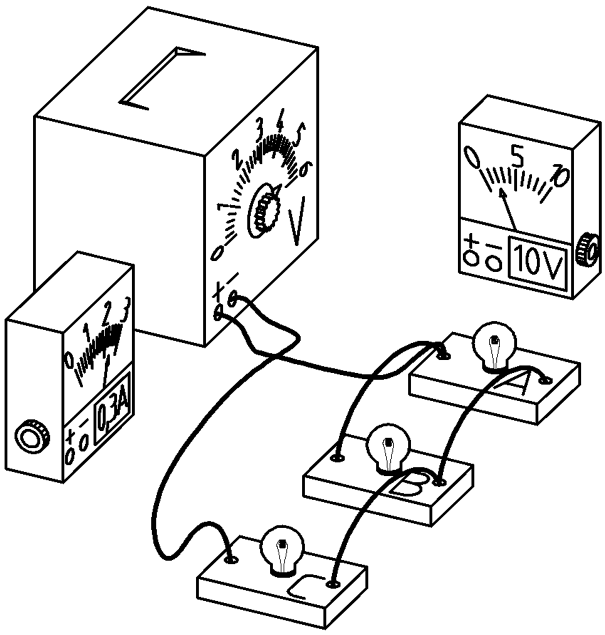
d) Miss die Stromstärke durch A und den Spannungsabfall an B und zeichne einen Schaltplan der Schaltung ohne Messgeräte.





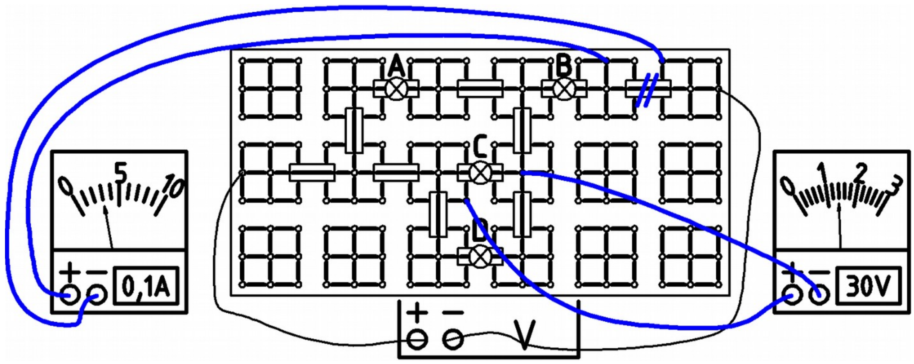
e) Miss die Stromstärke durch B und den Spannungsabfall an A.

f) Miss die Stromstärke durch C und den Spannungsabfall an der gesamten Schaltung.

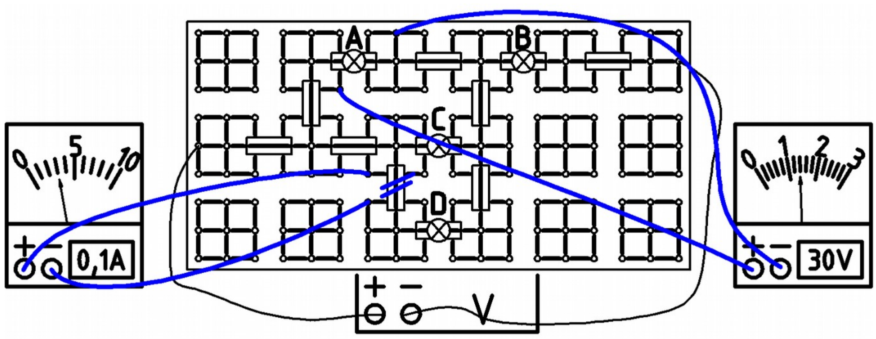


Lösung:

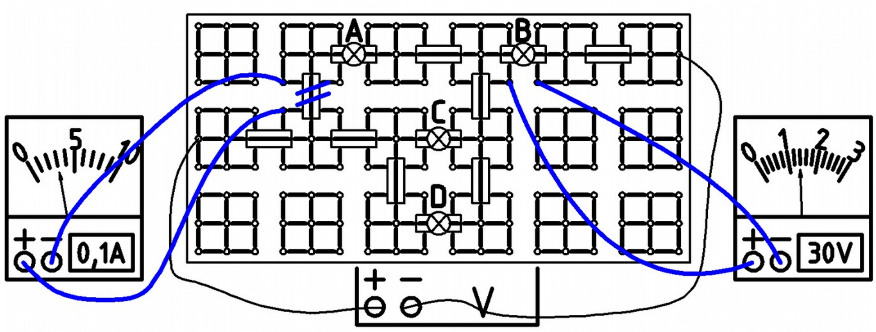
a)



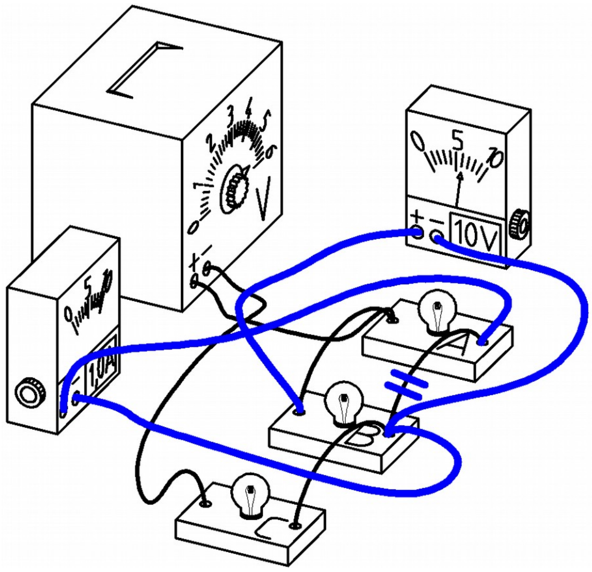
b)

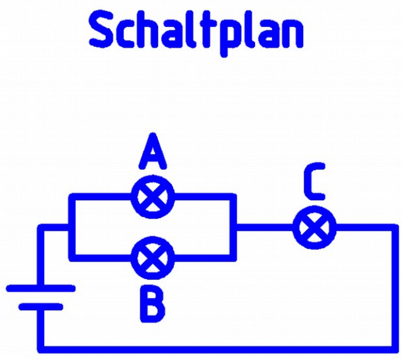


c)

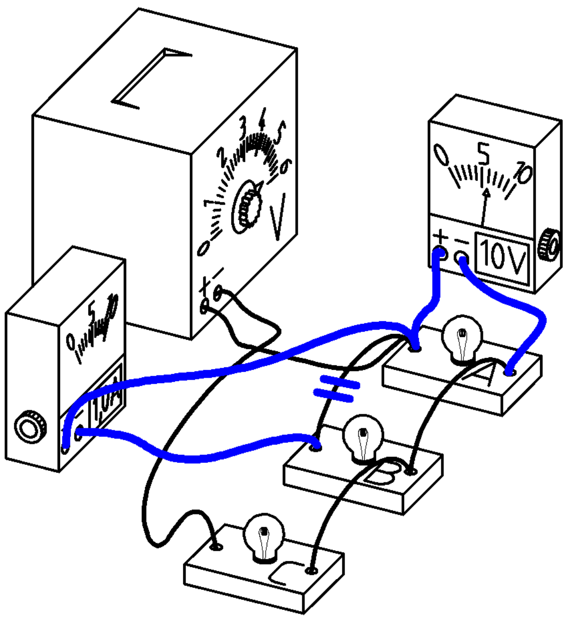


d)

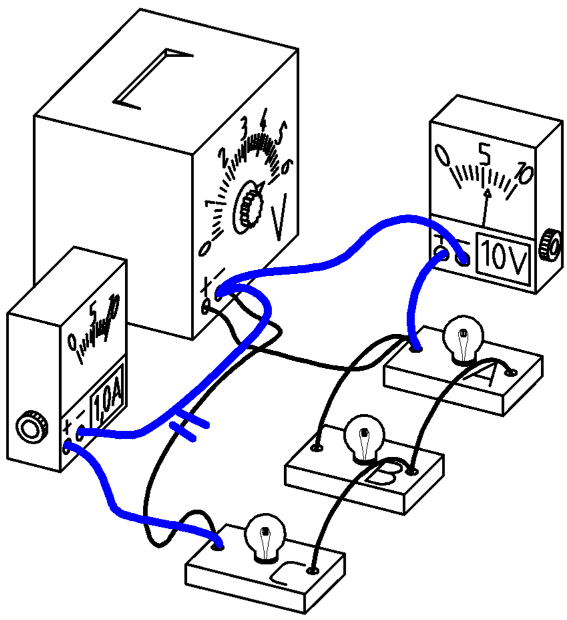




e)



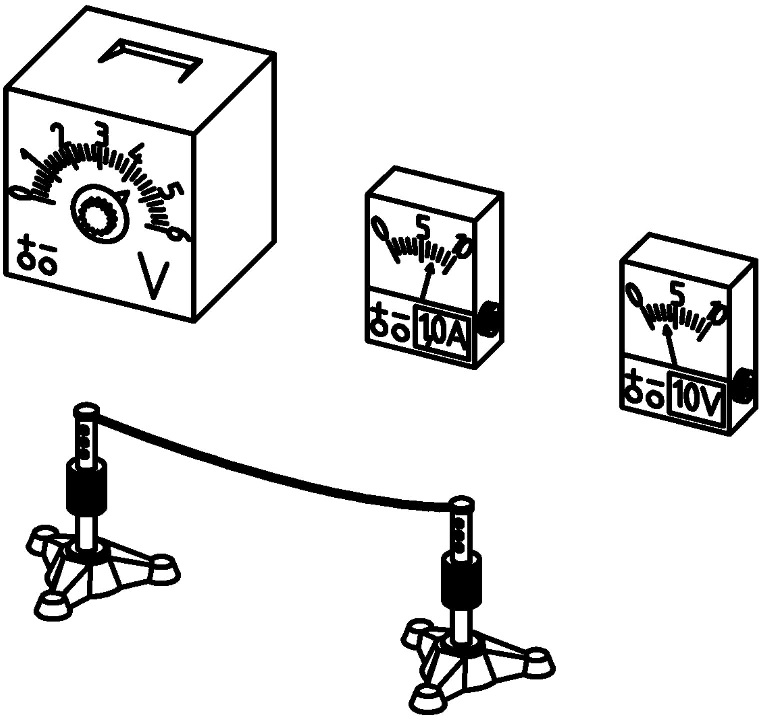
f)



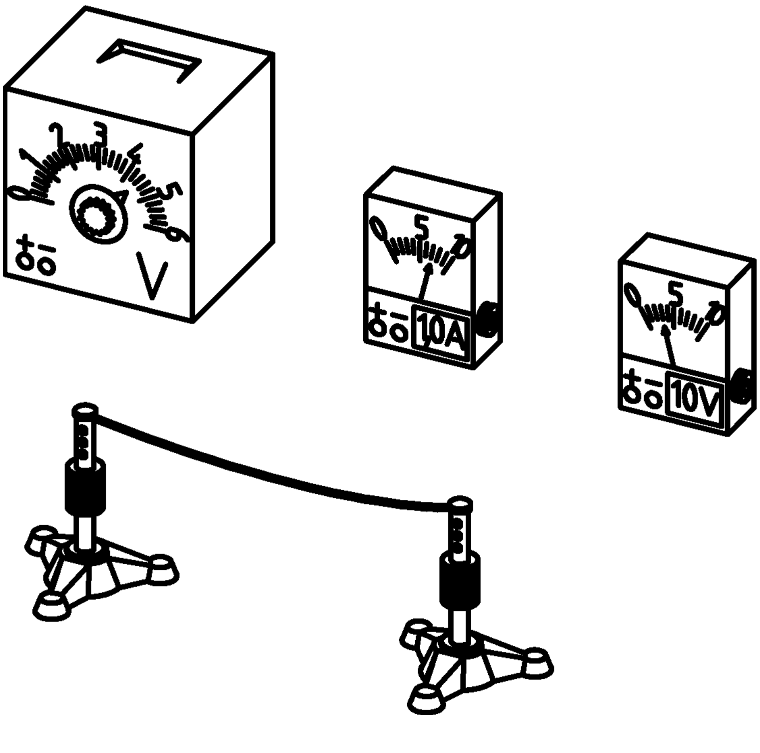
Aufgabe 0.10:

Will man die Stromstärke durch ein Bauteil und die am Bauteil abfallende Spannung gleichzeitig messen, zum Beispiel für eine Widerstandsmessung, dann wird zwingend eine der beiden Messungen fehlerbehaftet sein, weil sie von der anderen beeinflusst wird.

a) Zwischen den isolierten Stativstangen ist ein Draht gespannt. Schließe den Draht an das Netzgerät an und miss gleichzeitig Stromstärke im Draht und Spannungsabfall am Draht, und zwar so dass die Spannungsmessung exakt ist (spannungsgenau) und zeichne einen Schaltplan der gesamten fertigen Schaltung.

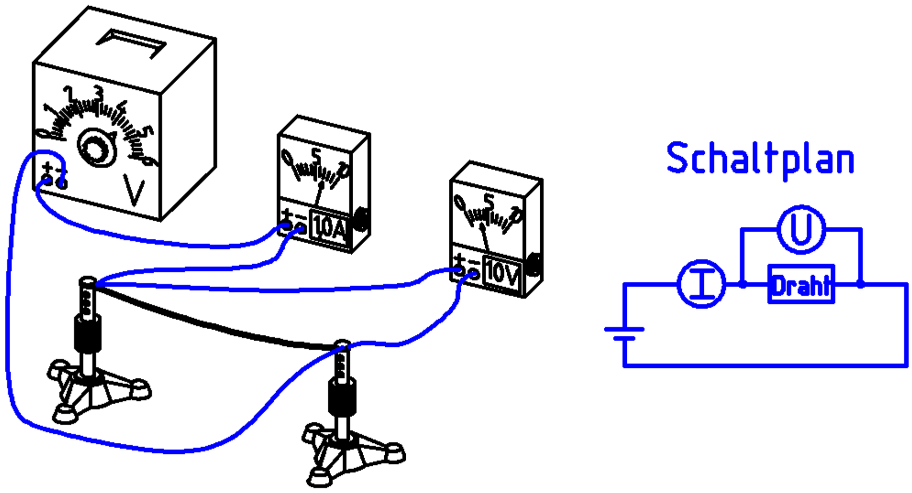


b) Das ganze nochmal, aber diesmal stromgenau.

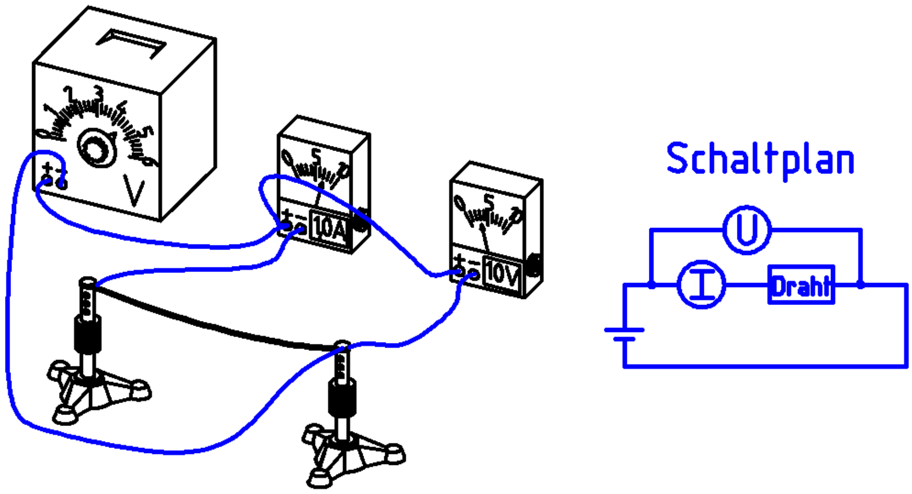


Lösung:

a)



b)



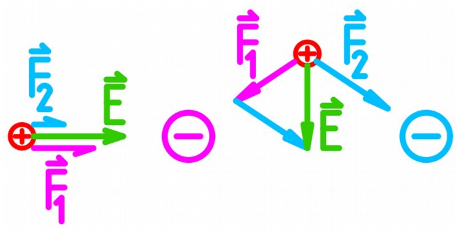
1 Elektrisches Feld, qualitativ

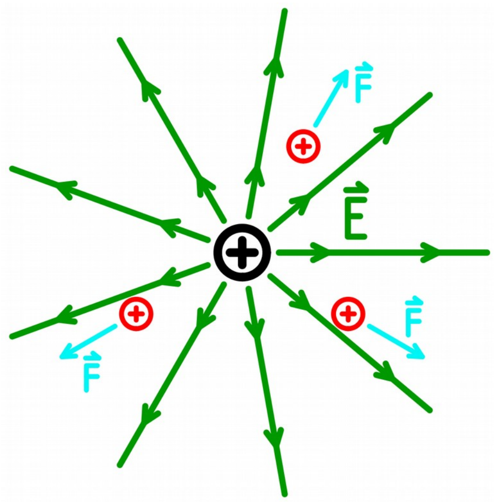
1.1 Elektrisches Feld

<u>Definition: Elektrisches Feld; qualitativ</u>

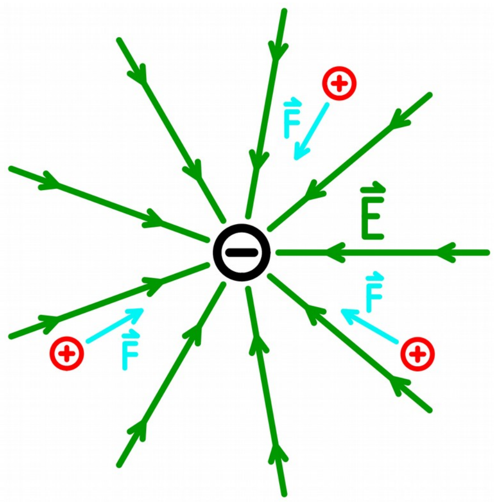
> Ein elektrisches Feld ist ein Raum in dem auf eine ruhende Ladung eine Kraft wirkt. Das Elektrische Feld $\vec{E}$ zeigt immer in die Richtung, in die eine Kraft auf eine gedachte, positive Probeladung zeigt.

Will man sich überlegen, in welche Richtung das Elektrische Feld an einem bestimmten Punkt zeigt, dann muss man sich nur überlegen, in welche Richtung die Kraft auf unsere positive Probeladung wirkt. Für ein von mehreren Ladungen erzeugtes E-Feld muss man die Kräfte der einzelnen Ladungen vektoriell addieren.





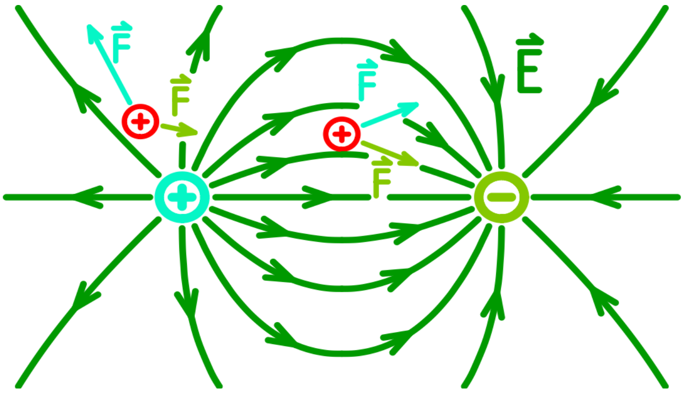
In der Umgebung einer positiven Ladung zeigt die Kraft auf unsere Probeladung an jeder Stelle radial von der positiven Ladung weg. Deshalb laufen auch die elektrischen Feldlinien geradlinig von der positiven Ladung weg nach außen.



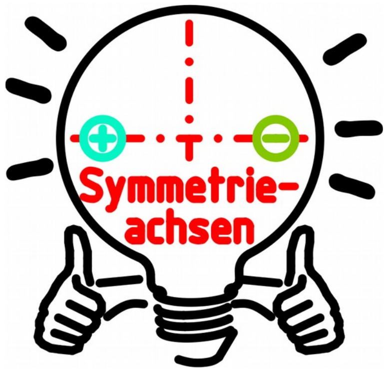
Im Feld einer negativen Ladung zeigt die Kraft auf unsere Probeladung an jeder Stelle zum Mittelpunkt der negativen Ladung hin. Deshalb laufen die elektrischen Feldlinien der negativen Ladung geradlinig zur negativen Ladung hin. Ganz nahe bei der negativen Ladung ist die Kraft groß und die Feldlinien liegen dicht beieinander. Weit weg von der negativen Ladung ist die Kraft klein und die Feldlinien haben einen großen Abstand. Das müssen Sie beim Zeichnen von E-Feldern auch richtig wiedergeben.

Merke:

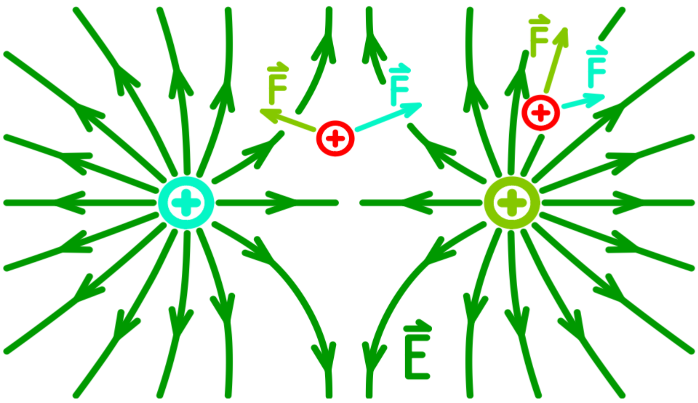
- ➔ Die Feldlinien zeigen von positiven Ladungen weg und zu negativen Ladungen hin. Bei positiven Ladungen beginnen elektrische Feldlinien, bei negativen Ladungen enden elektrische Feldlinien.
- ➔ Je stärker das elektrische Feld, desto dichter müssen die Feldlinien sein.
- ➔ Feldlinien dürfen sich niemals schneiden oder berühren (<- die Kraft auf unsere Probeladung hat ja immer eine eindeutige Richtung!!)



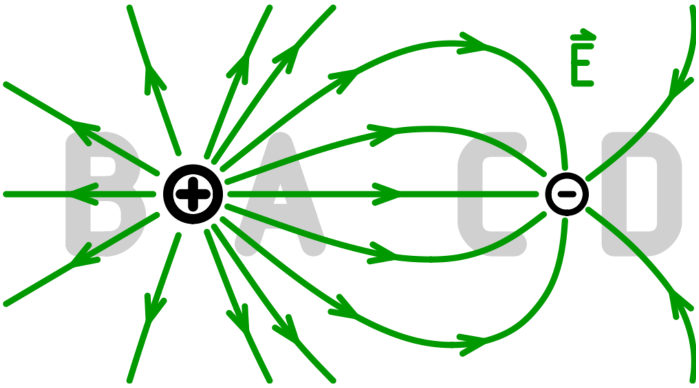
Das elektrische Feld zweier gleich großer, ungleichnamiger Ladungen ist zwischen den Ladungen stärker als außerhalb, weil die beiden Kräfte auf die positive Probeladung zwischen den Ladungen in dieselbe Richtung zeigen, außerhalb in entgegengesetzte Richtungen. Deshalb muss man die Feldlinien zwischen den Ladungen viel dichter zeichnen als links und rechts von den beiden Ladungen.



Wenn Sie versuchen, sich solche Felder zu überlegen und zu zeichnen, dann nutzen Sie die Symmetrien der Situation. Da die beiden Ladungen gleich groß sind, gibt es zwei Symmetrieachsen. Bei Spiegelung an der vertikalen Symmetrieachse dreht sich nur die Richtung der Feldlinien um, weil sich die Vorzeichen der Ladungen vertauschen.

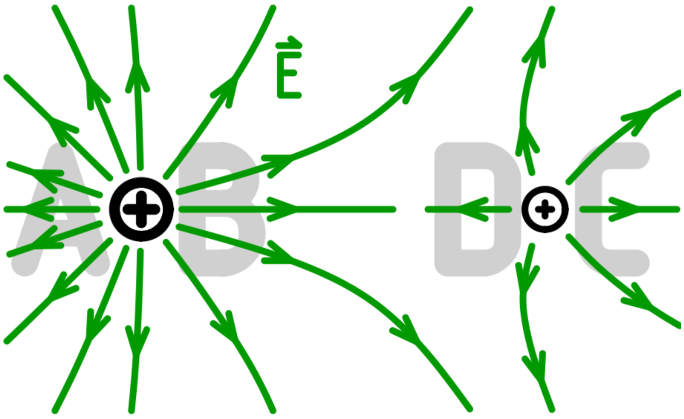


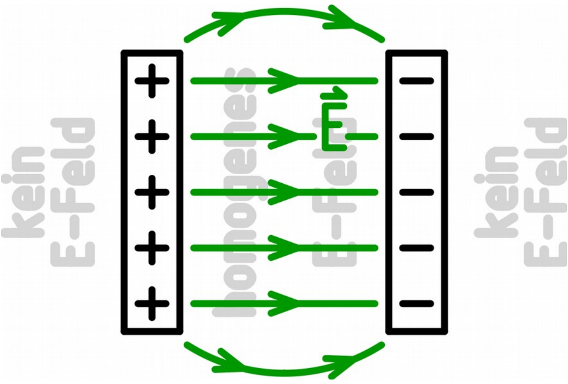
Das Feld von zwei gleich großen, gleichnamigen Ladungen ist zwischen den Ladungen schwächer als außerhalb, weil die beiden Kräfte auf die Probeladung zwischen den Ladungen entgegengesetzte Richtung haben und außerhalb eher dieselbe Richtung. Deshalb müssen die Feldlinien hier außerhalb der Ladungen dichter sein als zwischen den Ladungen.



In der direkten Umgebung einer großen Ladung müssen die Feldlinien dichter sein als in der Umgebung der kleineren Ladung. Im Bereich A wird das Feld der großen positiven Ladung noch vom Feld der kleineren negativen Ladung unterstützt. Hier sind die Feldlinien noch dichter als im Bereich B, wo das Feld der negativen Ladung dem dominanten Feld der großen positiven Ladung entgegenwirkt. Im Bereich C wird das Feld der kleinen negativen Ladung vom Feld der positiven Ladung unterstützt. Hier sind die Feldlinien nicht ganz so dünn verteilt wie im Bereich D, wo das Feld der positiven Ladung dem Feld der kleinen negativen Ladung entgegenwirkt.

Sind die beiden verschieden großen Ladungen gleichnamig, dann wird das dominante Feld der großen positiven Ladung im Bereich A von der kleineren positiven Ladung unterstützt, hier sind die Feldlinien dichter als im Bereich B, wo das Feld der kleineren positiven Ladung dem dominanten Feld entgegenwirkt. Genauso müssen bei der kleineren Ladung im Bereich C die Feldlinien dichter sein als im Bereich D.

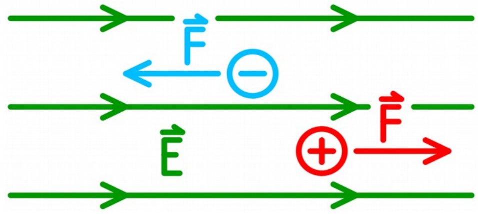




Plattenkondensator

Zwei parallele, entgegengesetzt geladene Metallplatten bilden einen Kondensator. Die Richtung des so erzeugten E-Feldes kann man sich leicht überlegen. Nicht völlig offensichtlich ist, dass es außerhalb der Platten so gut wie kein E-Feld gibt und dass das Feld zwischen den beiden Platten homogen ist, d.h. das Feld zwischen den Platten hat an jeder Stelle dieselbe Richtung und dieselbe Stärke. Im Bild noch sichtbar sind die Inhomogenitäten an den Ränder der Platten, dort sind die Feldlinien nicht mehr parallel zu denen im Innern des Kondensators und die Stärke des E-Feldes ist dort auch kleiner.

1.2 Ladungsverschiebung

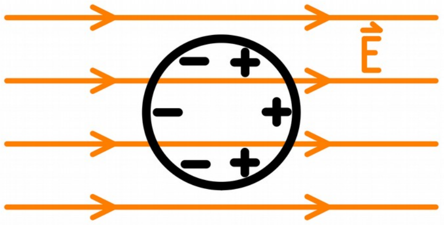


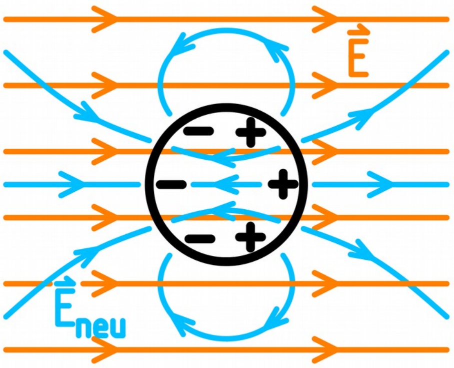
Kraft im elektrischen Feld

Auf eine positive Ladung wirkt eine Kraft in Richtung der Feldlinien, auf eine negative Ladung wirkt eine Kraft entgegengesetzt zur Richtung der Feldlinien.

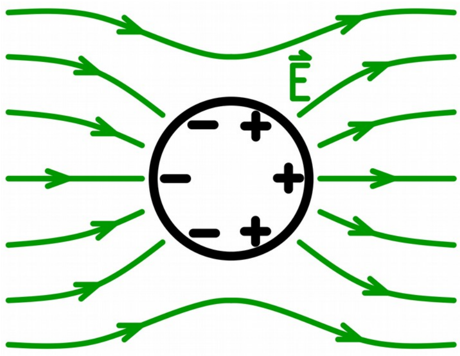
Metallkugel im elektrischen Feld

Die frei beweglichen Elektronen in der Metallkugel werden nach links gezogen, so dass auf der rechten Seite ein Elektronenmangel entsteht, wodurch die rechte Seite positiv geladen wird.

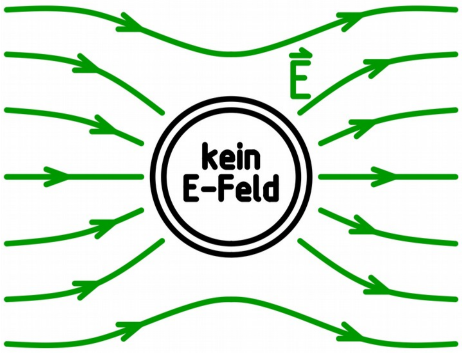




Der Effekt heißt Influenz. Durch die Ladungsverschiebung entsteht ein zusätzliches E-Feld. Im Innern der Kugel wirkt dieses neue Feld dem bereits vorhandenen entgegen. Erst wenn sich im Innern der Kugel die beiden Felder exakt aufheben, endet der Prozess der Ladungsverschiebung.



Das Innere der Kugel ist also vollständig Feldfrei. Im Außenbereich addieren sich die beiden Felder zu einem resultierenden Feld, was den Eindruck erweckt, als würden die E-Feldlinien von dem Metall angezogen und teilweise hineingezogen. Am Rand des Metalls stehen die Feldlinien senkrecht auf der Metalloberfläche (dazu später noch mehr).



Alles das Funktioniert auch, wenn die Metallkugel innen hohl ist. Auch dann ist im Innern das E-Feld gleich Null.

➔ Im Innern eines Metalls oder eines Käfigs aus Metall besteht kein elektrisches Feld. Ein solcher Käfig heißt ein Faradayscher Käfig.

☺ Auf diese Weise kann man elektrische Felder abschirmen. Das funktioniert sogar dann noch ziemlich gut, wenn der Käfig nur aus einem Drahtgeflecht besteht (Koaxialkabel).

Merke: Regeln für Metall-Körper im elektrischen Feld

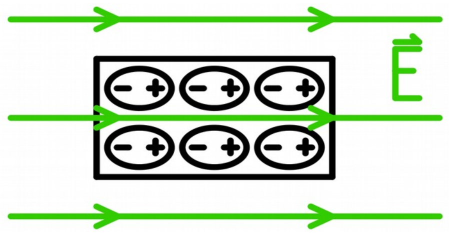
Im Innern eines Metalls ist kein elektrisches Feld vorhanden.

Die elektrischen Feldlinien senkrecht auf dem Rand eines Metalls.

Die elektrischen Feldlinien werden vom Metall angezogen.

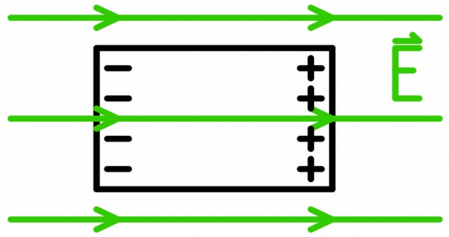
Nichtleiter (Isolator; Kunststoff) im E-Feld

Der Isolator besitzt zwar keine frei beweglichen Ladungen, allerdings können sich die Elektronen innerhalb der Moleküle ein bisschen bewegen, wodurch die Moleküle links negativ und rechts positiv geladen werden.



➔ Die Moleküle werden zu elektrischen Dipolen. Man spricht von Polarisation (und nicht mehr von Influenz)

Als Resultat ist der linke Rand des Kunststoffs negativ und der rechte Rand positiv geladen. Die Wirkung auf das E-Feld ist deshalb ähnlich wie bei einem Metall, nur viel viel schwächer.



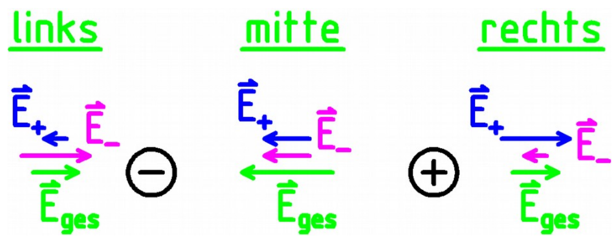
Das Innere des Kunststoffs ist auch nicht Feld-frei, dafür reicht die Beweglichkeit der Elektronen nicht aus.

Aufgabe 1.11:

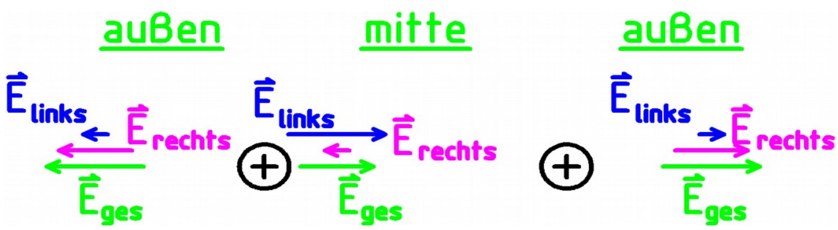
a) Gegeben ist das elektrische Feld zweier gleich großer, ungleichnamiger Punktladungen. Begründe, dass es auf der Geraden g durch die beiden gleich großen, verschiedennamigen Ladungen keinen Punkt gibt, an dem das elektrische Feld gleich Null ist. Fallunterscheidung; drei Fälle !

b) Gegeben ist das elektrische Feld zweier gleichnamiger Punktladungen. Begründe, dass es zwischen den beiden Ladungen einen Punkt gibt, an dem das elektrische Feld gleich Null ist (<- versuche auch eine Begründung für den Fall, dass die beiden Ladungen nicht gleich groß sind). Begründe weshalb es außerhalb der beiden Ladungen, auf der Gerade g durch die beiden Ladungen, keinen Punkt gibt, an dem das elektrische Feld gleich Null ist.

Lösung:

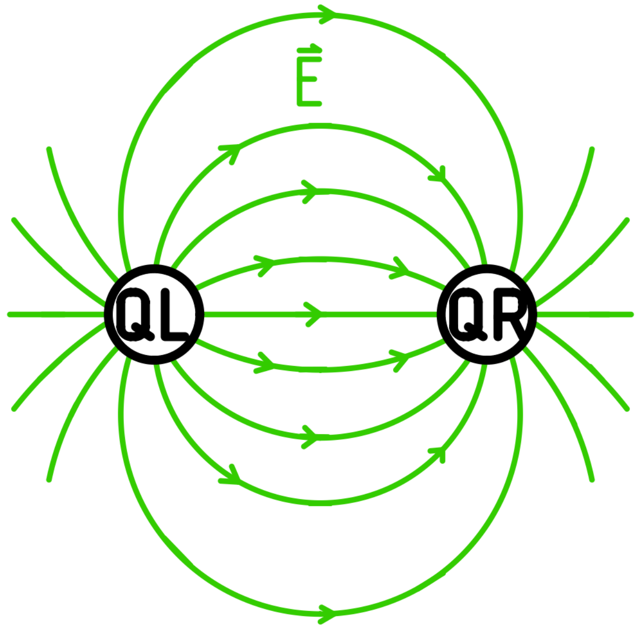


a) Die von der positiven und von der negativen Ladung links, in der Mitte und rechts erzeugten einzelnen Felder haben die im Bild gezeigten Richtungen. Wegen des kleineren Abstandes ist links das von der negativen Ladung erzeugte Feld stärker als das von der positiven Ladung erzeugte und das Gesamt-Feld muss nach rechts zeigen. Auf der rechten Seite umgekehrt. In der Mitte haben die beiden einzelnen Felder dieselbe Richtung und das Gesamt-Feld muss nach links zeigen.



b) Weit links in der Mitte ist das Feld von der linken Ladung wegen des kleineren Abstandes stärker als das der Rechten Ladung und das Gesamt-Feld zeigt nach rechts. Wenn man von hier aus nach rechts geht, wird das Feld der linken Ladung immer schwächer und das Feld der rechten Ladung immer stärker (wegen des größer bzw. kleiner werdenden Abstandes) bis das Feld der rechten Ladung schließlich stärker als das Feld der linken Ladung ist. Deshalb muss es auf dem Weg einen Punkt geben, an dem die beiden Felder gleich stark sind und da ist das Gesamt-Feld gleich Null. In den Außenbereichen haben die beiden Felder jeweils dieselbe Richtung weshalb sie sich zu einem Gesamt-Feld addieren, das von den beiden Ladungen weg zeigt.

Aufgabe 1.12: ISB; Feldlinienbild zweier Punktladungen



Nebenstehende Abbildung zeigt das Feld zweier ungleich geladener Punktladungen QL (links) und QR (rechts).

a) Begründen Sie, weshalb es auf der Verbindungslinie zwischen den Ladungen keinen Punkt gibt, in dem die resultierenden Feldstärke den Wert Null annimmt.

b) Warum können sich elektrische Feldlinien nie schneiden?

c) Entscheiden und begründen Sie jeweils ob es auf der Verbindungslinie zwischen den Ladungen Punkte gibt, in denen die resultierende Feldstärke den Wert Null annimmt, wenn ...

i) ... QL und QR im Vorzeichen und im Betrag übereinstimmen,

ii) ... QL und QR im Vorzeichen aber nicht im Betrag übereinstimmen,

iii) ... QL und QR weder im Vorzeichen noch im Betrag übereinstimmen.

d) Die Ladung QL trage dem Betrag nach eine doppelt so große Ladung wie QR . Zeichnen Sie die entsprechenden Feldlinienbilder, wenn beide Ladungen gleiches bzw. ungleiches Vorzeichen tragen.

Lösung: vom ISB

a) Da es sich um zwei ungleichnamig geladene Punktladungen handelt, spürt ein beispielsweise positiv geladener Probekörper an jedem Punkt der Verbindungslinie eine abstoßende Wirkung von der positiven Punktladung (in obigen Bild nach rechts) und eine anziehende Wirkung von der negativen Punktladung (in obigen Bild ebenfalls nach rechts). Beide Kraftwirkungen verstärken sich auf der Verbindungslinie innerhalb der Punktladungen. Demnach gibt es auf der „inneren“ Verbindungslinie keinen Punkt, an dem sich die beiden Kraftwirkungen gegenseitig kompensieren können.

b) Eine Feldlinie gibt immer die Richtung an, in die eine Kraft auf eine positive Probeladung wirkt. Gäbe es nun einen Punkt, an dem sich die Feldlinien schneiden (und die Feldstärke dort vom Betrag her gleichzeitig nicht 0 wäre), so würde dies bedeuten, dass die Kraft in zwei verschiedene Richtungen wirkt, die Gesamtkraft kann aber nur eine Richtung haben.

c) i) In diesem Fall würden sich die beiden Punktladungen genau in der Mitte auf der Verbindungslinien in ihrer Wirkung kompensieren, da die Kräfte, die sie dort auf eine Probeladung ausüben entgegengesetzt und gleich groß sind.

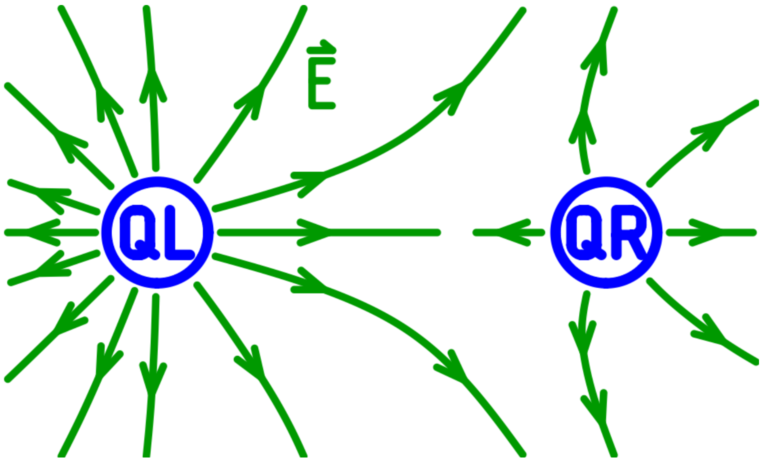
ii) Nun gibt es wieder einen Punkt auf der Verbindungslinie zwischen den Punktladungen, an dem sich die Kräfte auf eine Probeladung gegenseitig aufheben. Allerdings befindet sich dieser nicht mehr in der Mitte der Verbindungslinie.

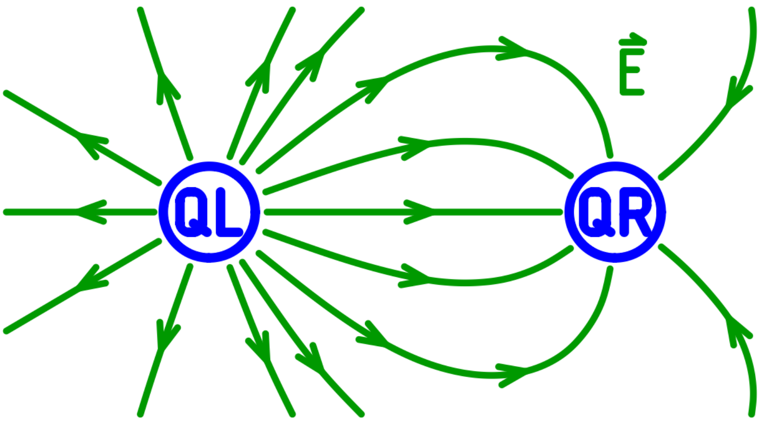
iii) Stimmen die Punktladungen nicht in ihrem Vorzeichen überein, dann verstärken sie sich an jedem Punkt auf der „inneren" Verbindungslinie. Es gibt dort also keinen Punkt, an dem sich ihre Wirkungen aufheben.

Anmerkung: Auf der äußeren Verbindungslinie kann es aufgrund des unterschiedlichen Betrages der Ladungen u.U. aber durchaus so einen Punkt geben.

<u>d) Gleiches Vorzeichen:</u>

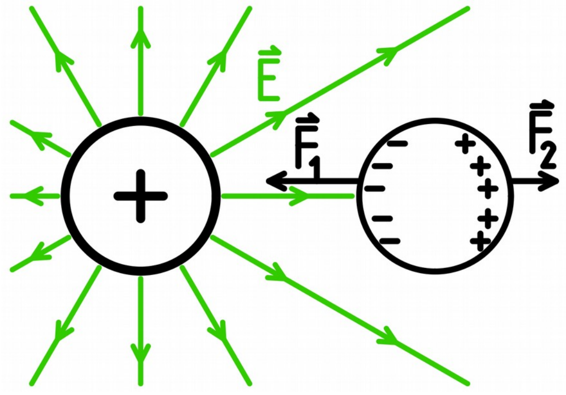
Anmerkung: Die genaue Position des singulären Punktes zwischen den beiden Punktladungen kann noch nicht ermittelt werden. Allerdings liegt er sicher nicht mehr in der Mitte zwischen den beiden Ladungen. Des weiteren kommt es bei dieser Aufgabe vor allem auch auf die Dichte der Feldlinien an.





<u>Ungleiches Vorzeichen:</u>

Auch hier Dichte der Feldlinien und Richtung beachten.



Aufgabe 1.13:

Eine neutrale Metallkugel in der Nähe einer positiven Ladung wird durch Influenz auf der linken Seite negativ, auf der rechten Seite positiv geladen. Erkläre, weshalb eine resultierende anziehende Kraft auf die neutrale Kugel wirkt, obwohl die positiven Influenzladungen auf der rechten Seite abgestoßen werden.

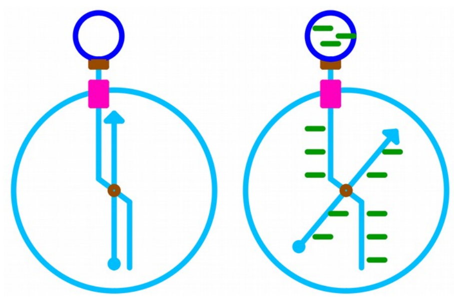
Aufgabe 1.14:

Hält man einen ungeladenen Wattebausch in die Nähe einer stark negativ geladenen Kugel, dann wird er zuerst von der Kugel angezogen. Sobald er aber die Kugel berührt springt er sofort wieder weg, wird also abgestoßen. Erkläre den Vorgang.

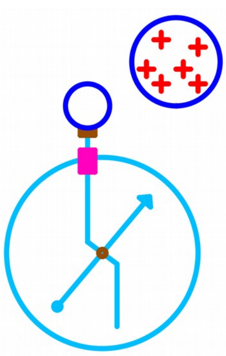
Lösung:

Durch Polarisation wird der Wattebausch an den Rändern geladen. Da das Feld an der Seite, die der geladenen Kugel näher ist stärker ist, ist die Anziehung stärker als die Abstoßung. Der Wattebausch wird also zur Kugel hingezogen. Sobald der Wattebausch die Kugel berührt, fließen von der Kugel Elektronen auf den Wattebausch wodurch dieser negativ geladen wird und deshalb von der Kugel abgestoßen wird.

Aufgabe 1.15: Elektroskop



Ein Elektroskop besteht im Wesentlichen aus einem Zeiger, der drehbar und elektrisch leitend mit einer Halterung verbunden ist. Auf der Halterung sitzt wieder leitend verbunden ein Metallkörper, z.B. eine Konduktorkugel.

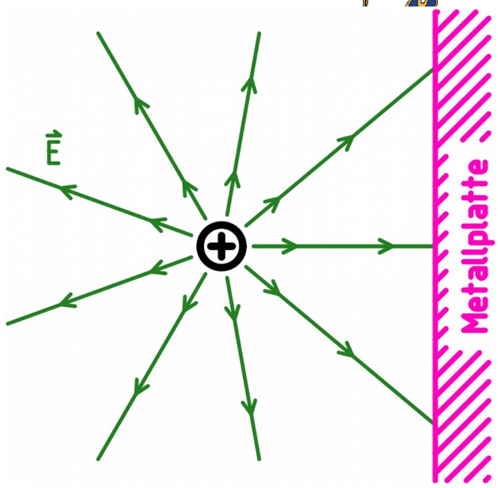


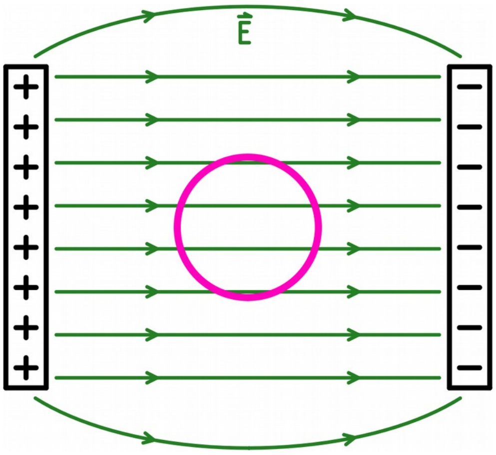
Wird die Konduktorkugel geladen - z.B. negativ - dann laden sich auch Halterung und Zeiger negativ auf und stoßen sich ab, der Zeiger schlägt aus.

Bringt man eine positiv geladene Kugel in die Nähe der Konduktorkugel eines neutralen Elektroskops (siehe links), dann schlägt der Zeiger aus. Erkläre den Zeigerausschlag.

Aufgabe 1.16: Einfluss von Metallkörpern auf E-Felder

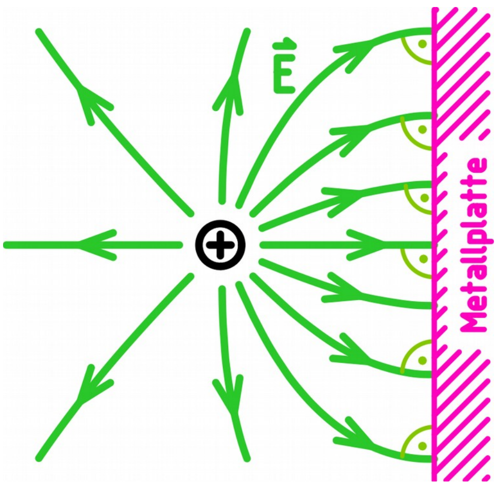
a) Eine positive Punktladung befindet sich vor einer großen, ebenen Platte aus Metall. Im Bild eingezeichnet ist das elektrische Feld der Punktladung ohne den Einfluss der Metallplatte. Durch den Einfluss der Metallplatte verändern sich die elektrischen Feldlinien erheblich. Fertige eine Zeichnung von Punktladung, Metallplatte und resultierendem E-Feld an.





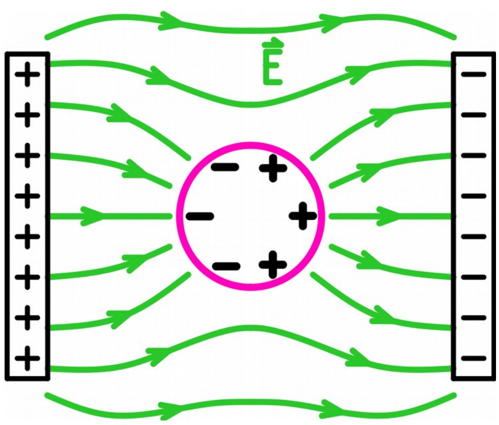
b) Eine Kugel aus Metall befindet sich in der Mitte eines geladenen Plattenkondensators. Im Bild eingezeichnet ist das elektrische Feld des Kondensators ohne den Einfluss der Metallkugel. Durch den Einfluss der Metallkugel verändern sich die elektrischen Feldlinien erheblich. Fertige eine Zeichnung von Kondensator, Metallkugel und resultierendem E-Feld an.

Lösung:



a) Bild links: Feldlinien werden zur Metallplatte hin gebogen (auch die Feldlinien weiter links) und stehen senkrecht auf der Platte; dadurch sind die Feldlinien auf der Seite der Platte wesentlich dichter als auf der Seite, die der Platte abgewandt ist

b) Bild rechts: Feldlinien zur Kugel hin gebogen und senkrecht auf der Kugeloberfläche; im Innern der Kugel keine Feldlinien; in der Nähe der Kugel Feldlinien sehr dicht; im Bild sind noch die Influenzladungen auf der Kugel eingezeichnet.



2 Elektrische Feldstärke, E

2.1 Direkte Proportionalität

Eigenschaften einer direkten Proportionalität (x ~ y):

- ➔ Quotientengleichheit: Bei y:x kommt immer dasselbe Ergebnis raus, dieses Ergebnis heißt die Proportionalitätskonstante k.

- ➔ Graph: Trägt man Punkte in ein KOSY ein, dann erhält man eine Ursprungsgerade.

- ➔ Funktionaler Zusammenhang: $y = k \cdot x$ mit der Proportionalitätskonstante k, die wir aus einem beliebigen Wertepaar ausrechnen können als $k = y/x$.

- ☺ Die Größen x und y sind natürlich austauschbar, d.h. im Prinzip kann man anstelle y:x genauso gut x:y machen.
- ☺ Wenn a proportional zu b und c ist (und wenn b und c unabhängig von einander sind), dann ist a automatisch proportional zu $b \cdot c$. Wenn man das weiß, vereinfacht das die Arbeit ganz erheblich. Der Nachweis folgt ganz am Ende dieses Kapitels.

- ➔ Ist y direkt proportional zu $1/x$, dann sagt man x und y sind indirekt proportional. D.h. wenn man x verdoppelt (verdreifacht, ...) dann wird automatisch y halbiert (gedrittelt, ...). Man schreibt dann $y \sim 1/x$.

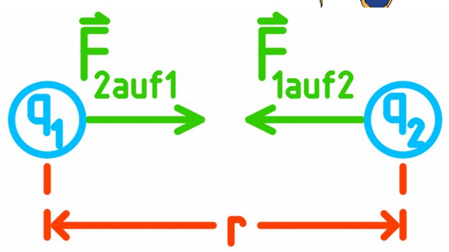
Nachweis einer direkten Proportionalität:

- ➔ Hat man experimentelle Werte gegeben (meist in Form einer Tabelle), dann benutzt man die Quotientengleichheit oder den Graph zum Nachweis. D.h. man rechnet alle Quotienten aus, und schaut ob sie gleich sind, oder man trägt alle Punkte in ein KOSY ein und schaut ob sie auf einer Ursprungsgerade liegen.

- ➔ Will man aus bekannten Gleichungen auf die Proportionalität zweier Größen schließen, dann benutzt man den funktionalen Zusammenhang. D.h. man rechnet y in Abhängigkeit von x aus und fasst alles was auf der rechten Seite steht zu einem Faktor vor dem x zusammen.

2.2 Das Coulombsche Gesetz

-> Formel für die Kraft zwischen zwei Punktladungen.



Die Kraft hängt von der Größe der beiden Ladungen q1 und q2, und dem Abstand der beiden Ladungen r ab. Wir lassen jeweils zwei der Größen konstant, verändern die dritte und messen jeweils die Kraft.

Aufgabe 2.17:

Messung 1: Bei konstantem q1 = 4,0 nC und konstantem r = 1,0 cm wird q2 verändert und die Kraft auf q2 gemessen.

q2 in nC	1,0	2,0	3,0	4,0
F in mN	0,35	0,73	1,09	1,43

1,0	1,5	2,0	2,5	r in cm
1,44	0,64	0,36	0,23	F in mN

Messung 2: Bei konstantem q1 = 4,0 nC und konstantem q2 = 4,0 nC wird der Abstand verändert und die Kraft auf q2 gemessen.

a) Zeige graphisch die Proportionalität der Kraft zur Ladung q_2 und begründe, dass die Kraft proportional zu q_1 sein muss.

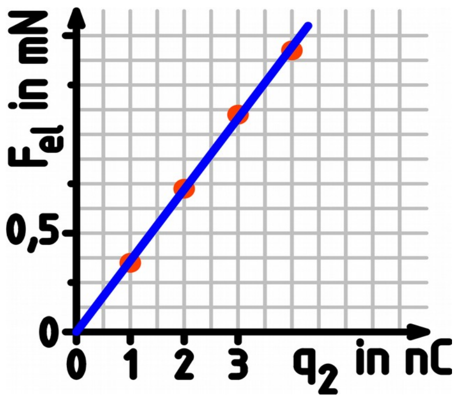
b) Zeige rechnerisch die Proportionalität der Kraft zu $\frac{1}{r^2}$.

c) Begründe, dass die Kraft proportional zu $\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$ sein muss und bestimme den Proportionalitätsfaktor k.

d) Für den Proportionalitätsfaktor schreibt man $k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}$, mit der elektrischen Feldkonstante ϵ_0 . Bestimme die elektrische Feldkonstante.

Lösung:

a) Wir tragen die Messwerte in ein geeignetes KOSY ein und versuchen eine Ursprungsgerade durch die Punkte zu legen. Da die Punkte in sehr guter Näherung auf einer Ursprungsgerade liegen, folgt die Proportionalität zwischen Kraft und zweiter Ladung.



Wie gerade gezeigt, ist die Kraft auf eine Ladung proportional zu Größe der Ladung auf welche die Kraft wirkt. Wegen Newton III ist die Kraft auf q1 genauso groß wie die Kraft auf q2, also ist die Kraft auf q1 proportional zu q2, m.a.W. ist die Kraft auf eine Ladung proportional zur Größe der Ladung welche die Kraft ausübt. Deshalb muss die Kraft auf q2 proportional zu q1 sein.

b) Wir erweitern die gegebene Tabelle.

Beachte: $\frac{F_{el}}{\frac{1}{r^2}} = F_{el} \cdot r^2$

Da der Quotient $\frac{F_{el}}{\frac{1}{r^2}}$ immer gleich groß ist, folgt die Proportionalität der beiden Größen.

r in cm	1,0	1,5	2,0	2,5
F_{el} in mN	1,44	0,64	0,36	0,23
r^2 in $10^{-4} m^2$	1,0	2,25	4,0	6,25
$F_{el} \cdot r^2$ in $10^{-7} C \cdot m^2$	1,44	1,44	1,44	1,44

c) Aus $F_{el} \sim q_1$; $F_{el} \sim q_2$ und $F_{el} \sim \frac{1}{r^2}$ folgt $F_{el} \sim q_1 \cdot q_2 \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$.

Die Proportionalitätskonstante erhält man aus beliebigen Messwerten. Wir benutzen die ersten Messwerte aus der ersten Tabelle.

$$F_{el} = 0{,}35 \cdot 10^{-3} N; \quad q_1 = 4{,}0 \cdot 10^{-9} C; \quad q_2 = 1{,}0 \cdot 10^{-9} C; \quad r = 1{,}0 \cdot 10^{-2} m$$

Damit ergibt sich k zu

$$k = \frac{F_{el}}{\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}} = \frac{F_{el} \cdot r^2}{q_1 \cdot q_2} = \frac{0{,}35 \cdot 10^{-3} N \cdot \left(1{,}0 \cdot 10^{-2} m\right)^2}{4{,}0 \cdot 10^{-9} C \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-9} C} = \underline{\underline{8{,}75 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}}}$$

Um einen besseren Wert zu erhalten, müssten man in einer Tabelle das k aus allen gemessenen Werten bestimmen und anschließend den Mittelwert bilden.

d) Aus $k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}$ folgt $\epsilon_0 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot k} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8{,}75 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}} = \underline{\underline{9{,}1 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m}}}$

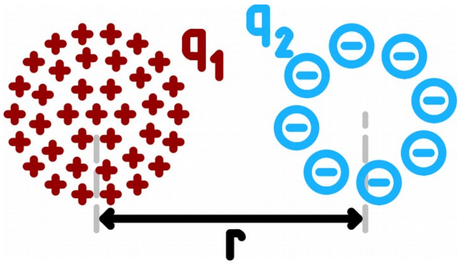
Tabellenwert: $\epsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{A \cdot s}{V \cdot m}$

Coulombsches Gesetz

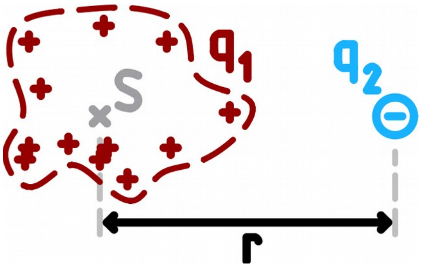
Für die Größe der elektrischen Kraft zwischen zwei Punktladungen im Abstand r.

$$\boxed{F_{el}=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}}$$

➔ Meistens hat man es nicht mit punktförmigen Ladungen zu tun sondern vielleicht mit kugelförmigen Ladungsverteilungen. Als Abstand r nimmt man dann den Abstand der beiden Mittelpunkte.



Bei homogenen, kugelförmigen oder kugelschalenförmigen Ladungsverteilungen gilt das Coulombsche Gesetz ganz exakt.



Bei anderen Ladungsverteilungen kann man den Abstand zum Ladungsschwerpunkt S in das Coulombsche Gesetz einsetzen. Man erhält dann zwar keine genauen Werte mehr, aber oft müssen wir uns mit ungefähren Näherungswerten zufrieden geben.

Das funktioniert aber nur, wenn der Abstand zur Ladungsverteilung groß ist im Vergleich zur Ausdehnung der Ladungsverteilung.

☠ Im rechten Bild, für die Kraft auf das Elektron in der Nähe einer geladenen Metallplatte, erhält man keinen sinnvollen Wert mehr für die elektrische Kraft, weil die Metallplatte viel zu groß ist, im Vergleich zum Abstand zum Elektron.

➔ Die Formel gibt die Kraft auf q_1 an. Wegen dem dritten Newtonschen Gesetz ist die Kraft auf q_2 genauso groß. Also gibt die Formel auch die Kraft auf q_2 an.

➔ Wenn man die Ladungen mit Vorzeichen einsetzt, dann erhält man ein Vorzeichen für die Kraft. Meistens ist es aber praktischer einfach mit Beträgen zu rechnen. Das muss in einer Rechnung nicht mal kommentiert werden, man lässt dann einfach die negativen Vorzeichen weg.

2.3 Elektrische Feldstärke

Definition: elektrische Feldstärke E

Wir stellen uns eine positive Probeladung q in einem elektrischen Feld vor. Damit definieren wir die elektrische Feldstärke E zu

$$\boxed{E := \frac{F_{el}}{q} \quad ; \quad [E] = 1\frac{N}{C} = 1\frac{V}{m}}$$

➔ Eine elektrische Feldstärke von $100\ N/C$ bedeutet, dass auf eine Ladung der Größe $1\mathrm{C}$ eine elektrische Kraft von $100\,N$ wirkt.

➔ Die elektrische Feldstärke gibt also die Größe der elektrischen Kraft auf eine Ladung von $1\mathrm{C}$ an diesem Punkt im Raum an.

➔ Wenn man die elektrische Feldstärke kennt, kann man mit der Gleichung die elektrische Kraft auf eine beliebige Ladung ausrechnen.

$$\boxed{F_{el} = E \cdot q}$$

☠ Das Formelzeichen für die elektrische Feldstärke ist leider genau dasselbe, wie für die Energie. Wofür das E steht, müssen Sie aus dem Zusammenhang erschließen.

➔ Ein elektrisches Feld hat eine Richtung, die wir durch Feldlinienbilder veranschaulichen können, und einen Betrag, nämlich die elektrische Feldstärke. Größen mit diesen beiden Eigenschaften, wie zum Beispiel auch Kraft oder Geschwindigkeit, nennt man vektorielle Größen.

Aufgabe 2.18:

Zur Definition der elektrischen Feldstärke haben wir die Gleichung E = F/q benutzt. Man kann natürlich nicht irgendeine Gleichung nehmen um damit eine neue physikalische Größe zu definieren. Die Definition muss mindestens in der Hinsicht sinnvoll sein, dass sie nicht zu Missverständnissen führen kann. Die Definition muss eindeutig sein.

a) Welche Bedingung müssen die an der Definition beteiligten Größen erfüllen, damit die Definition eindeutig also unmissverständlich ist?

b) Entwickeln Sie ein Experiment inklusive Auswertung zum Nachweis der in a) gefundenen Bedingung.

Lösung:

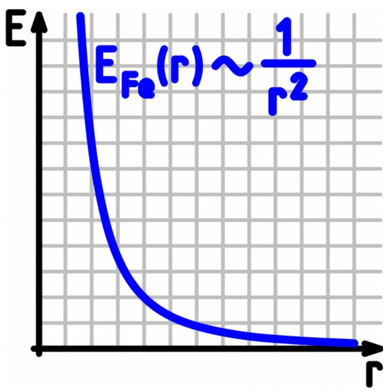
a) Unabhängig von der Größe der Probeladung q muss an jedem Punkt eines jeden E-Feldes für den Quotienten F/q dasselbe Ergebnis kommen. Dafür muss an jedem Punkt eines jeden E-Feldes die elektrische Kraft auf eine Ladung direkt proportional zur Größe der elektrischen Ladung sein.

b) Man wählt einen beliebigen Punkt eines beliebigen E-Feldes und misst bei veränderter Probeladung jeweils die elektrische Kraft auf die Ladung. Falls die Quotienten F/q alle gleich groß sind ist die Proportionalität für diesen Punkt dieses E-Feldes gezeigt. Das Experiment an verschiedenen Punkten verschiedener E-Felder wiederholt zeigt die Proportionalität schließlich allgemein.

Feldstärke im Feld einer Punktladung, Q:

Die Punktladung Q erzeugt ein elektrisches Feld. In dieses Feld geben wir die Probeladung q, betrachten die Kraft, die auf die Probeladung wirkt und berechnen damit die Feldstärke.

$$E = \frac{F_{el}}{q} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} : q = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \frac{1}{q} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$



Also gilt für die Feldstärke im Feld der Punktladung Q:

$$\boxed{E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}}$$

Insbesondere ist die Feldstärke - genauso wie die Coulomb-Kraft - proportional zu $1/r^2$.

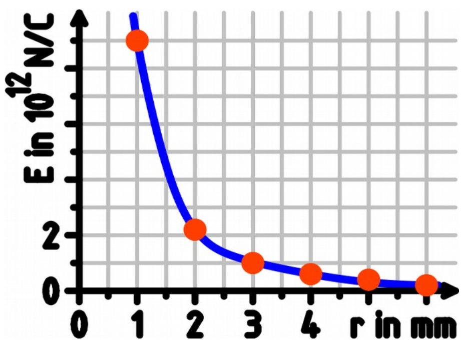
Aufgabe 2.19:

Zeichne den Graphen der elektrischen Feldstärke im Feld einer Punktladung von 1mC als Funktion des Abstandes von der Punktladung im Bereich bis 6mm.

Lösung:

r in mm : 1; 2 ; 3; 4; 5; 6

E in TN/C: 9,0; 2,3; 1,0; 0,6; 0,4; 0,3



Aufgabe 2.20:

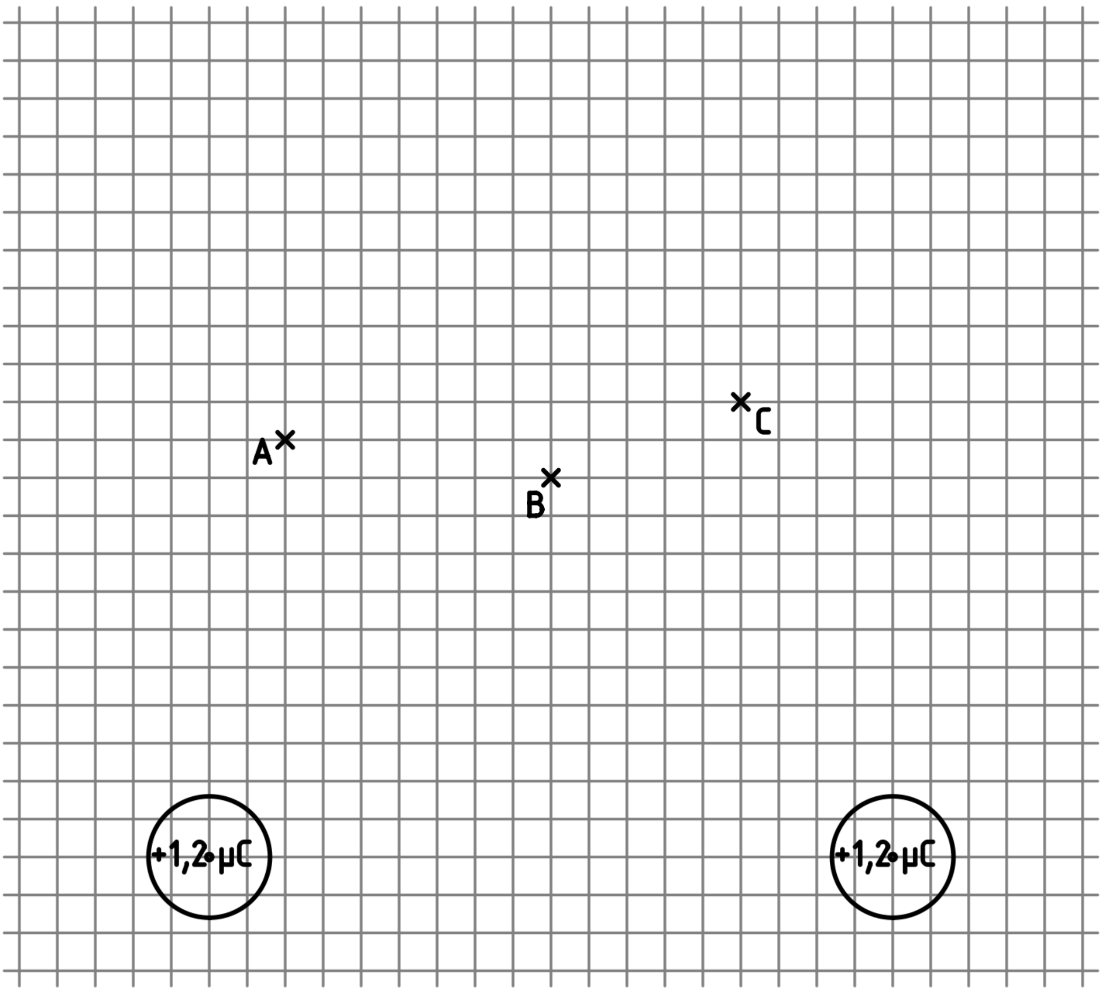
Das E-Feld der Erde hat eine mittlere Feldstärke von ca. 130 V/m und zeigt vertikal nach unten. Wie groß ist in diesem Feld die Kraft auf ein 1,0 g schweres Hagelkorn, das durch Reibung eine Ladung von q = -500e besitzt, in welche Richtung zeigt die elektrische Kraft? Vergleiche mit der Gewichtskraft auf das Hagelkorn.

Lösung:

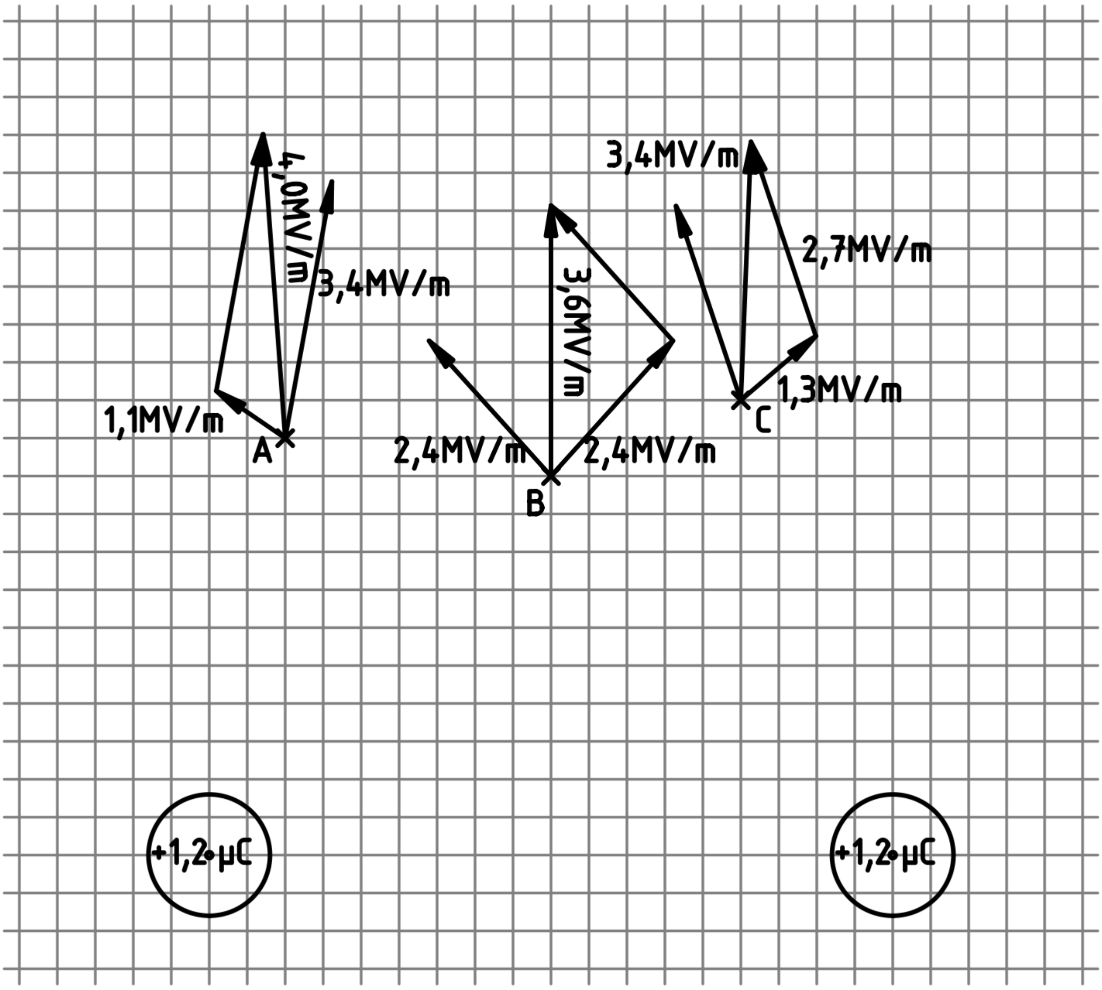
$F_{el}=\underline{1{,}0\cdot10^{-14}\,N}$ (rauf) $F_g=\underline{0{,}98\cdot10^{-2}\,N}$ (runter, eine Billion mal so groß)

Aufgabe 2.21:

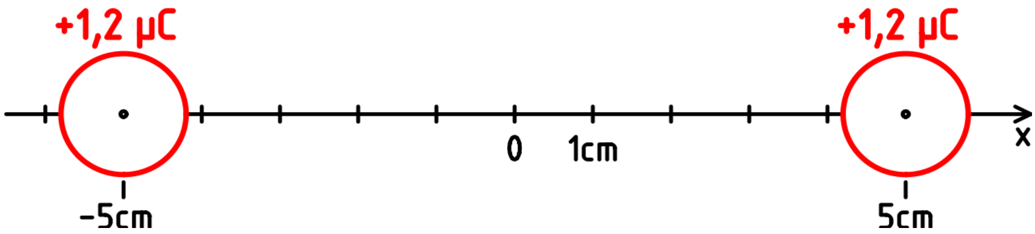
Gegeben sind zwei positive Ladungen von jeweils 1,2µC. Bestimme jeweils die elektrischen Feldstärken der einzelnen Ladungen an den drei Punkten A, B und C (Abstände mit Geodreieck messen), zeichne die Feldvektoren der einzelnen Felder ein, bestimme zeichnerisch den Gesamt-Feldvektor und bestimme so die Gesamt-Feldstärke.



Lösung:



Aufgabe 2.22:



Zwei Ladungen von jeweils +1,2μC befinden sich in einem Abstand von 10cm. Bestimme jeweils rechnerisch die Gesamt-Feldstärke an den Positionen x = 0cm, x = 2cm und x = -7cm.

Lösung:

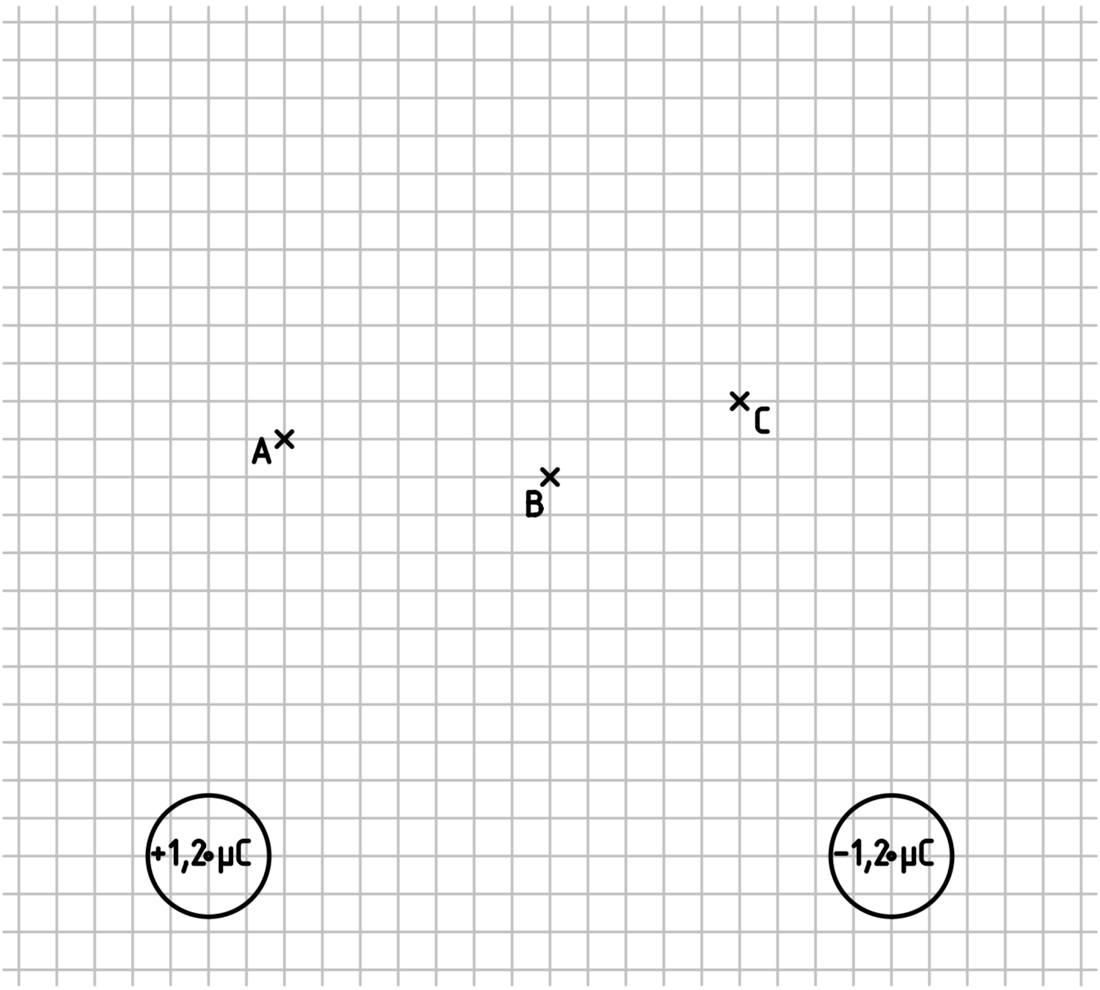
$\underline{x=0\text{cm}:}$ $\quad E_{Fe}=0$ beide Felder gleich stark

$$\underline{x=2\text{cm}:}\qquad E_{Fe}=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}\,As/Vm}\cdot\left(\frac{1{,}2\,\mu C}{0{,}07^2\,m^2}-\frac{1{,}2\,\mu C}{0{,}03^2\,m^2}\right)=\underline{\underline{-9{,}78\,MV/m}}$$

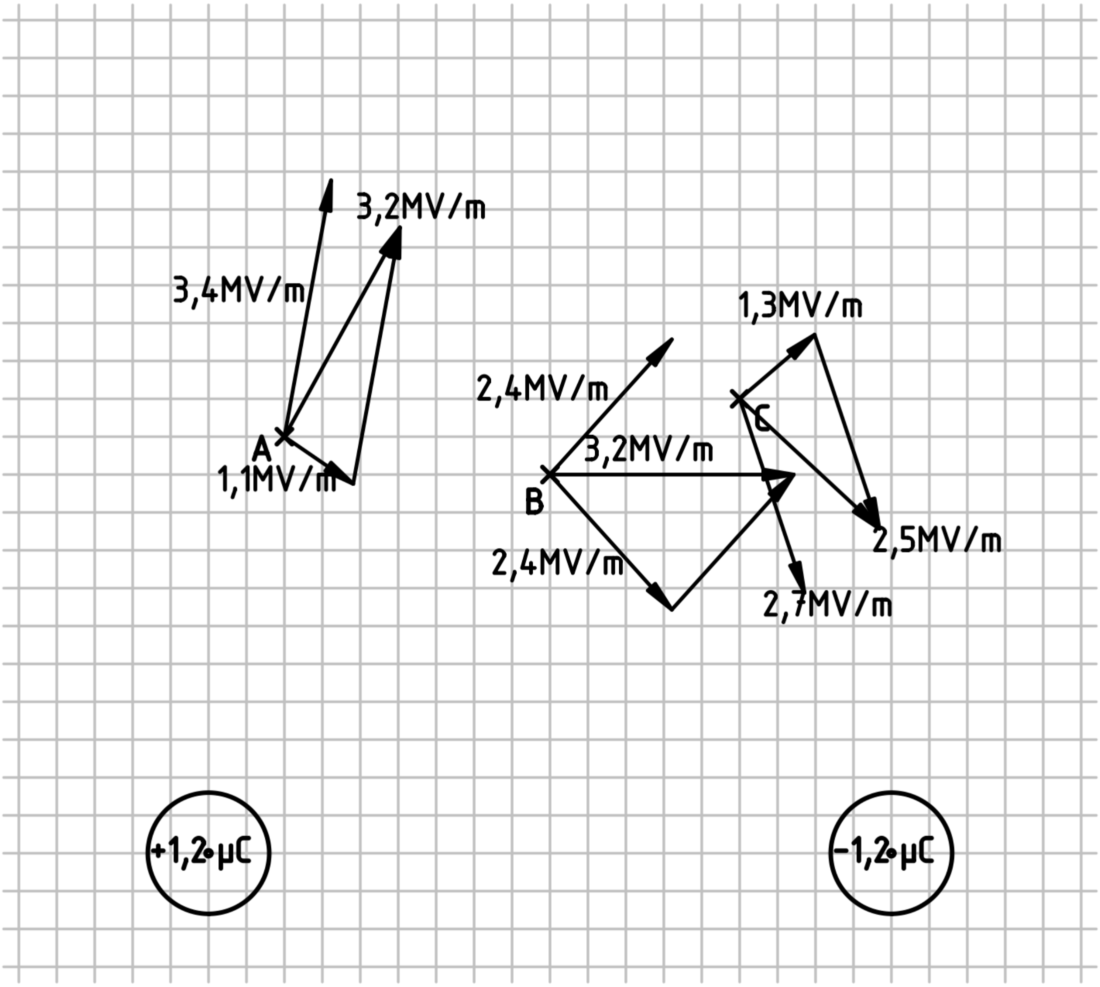
$$\underline{x=-7\text{cm}:}\qquad E_{Fe}=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}\,As/Vm}\cdot\left(-\frac{1{,}2\,\mu C}{0{,}02^2\,m^2}-\frac{1{,}2\,\mu C}{0{,}12^2\,m^2}\right)=\underline{\underline{-27{,}7\,MV/m}}$$

Aufgabe 2.23:

Gegeben sind zwei gegensätzliche Ladungen von plus bzw. minus 1,2µC. Bestimme jeweils die elektrischen Feldstärken der einzelnen Ladungen an den drei Punkten A, B und C (Abstände mit Geodreieck messen), zeichne die Feldvektoren der einzelnen Felder ein, bestimme zeichnerisch den Gesamt-Feldvektor und bestimme so die Gesamt-Feldstärke.



Lösung:



Aufgabe 2.24:

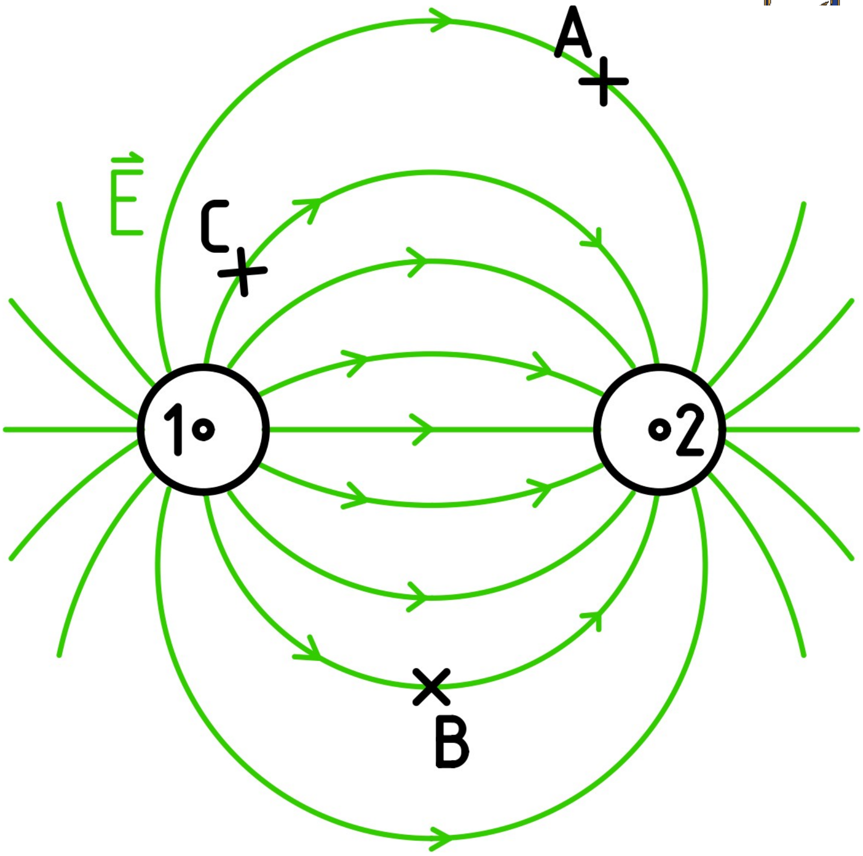
Zwei benachbarte Atomrümpfe in einem Metallgitter besitzen jeweils eine Masse von m = 56 u, eine Ladung von q = +2 e und einen Abstand von 0,15 nm. Bestimme die Größe der elektrischen Kraft, welche die beiden Atomrümpfe aufeinander ausüben. Wie groß wäre die Beschleunigung eines der beiden Atomrümpfe, wenn sonst keine Kraft wirkt.

Lösung:

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,As/(Vm)} \cdot \frac{4 \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C)^2}{(0{,}15 \cdot 10^{-9}\,m)^2} = \underline{\underline{40{,}9\,nN}}$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{40{,}9 \cdot 10^{-9}\,N}{56 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,kg} = \underline{\underline{4{,}4 \cdot 10^{17}\,m/s^2}}$$

Aufgabe 2.25: Zerlegen von Feldvektoren



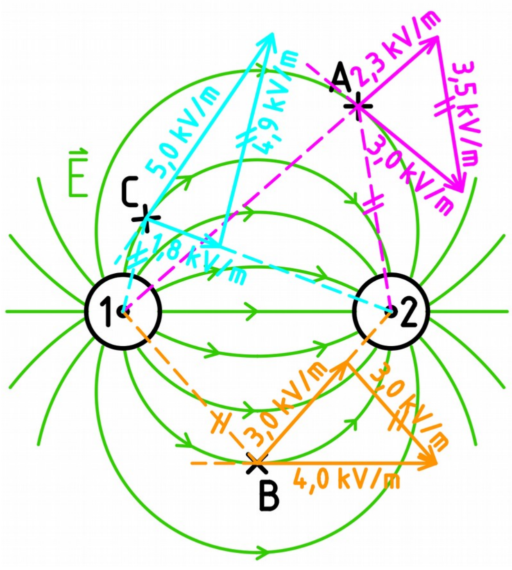
Das Bild zeigt das elektrische Feld zweier Punktladungen.

Die Mittelpunkte der Punktladungen sind jeweils durch kleine Kreis markiert, damit man später genauer zeichnen kann.

a) Welches Vorzeichen haben die beiden Ladungen?

b) Die Fedstärke in A beträgt 3,0 kV/m, in B 4,0 kV/m und im Punkt C 5,0 kV/m. Wähle einen geeigneten Maßstab und bestimme zeichnerisch möglichst exakt die Zerlegungen der Gesamt-Feldvektoren in die Feldvektoren E1 und E2 der beiden Ladungen. Wie groß sind jeweils die Feldstärken E1 und E2?

Lösung:



a) Das E-Feld zeigt von 1 weg und zu 2 hin, also ist 1 positiv und 2 negativ geladen.

b) Aufpassen, dass die Vektoren E1 von 1 weg und die Vektoren E2 zu 2 hin zeigen müssen.

Gesamt-Feldvektor tangential; Teil-Feldvektoren parallel zur Verbingungslinie zum Ladungsmittelpunkt!!!

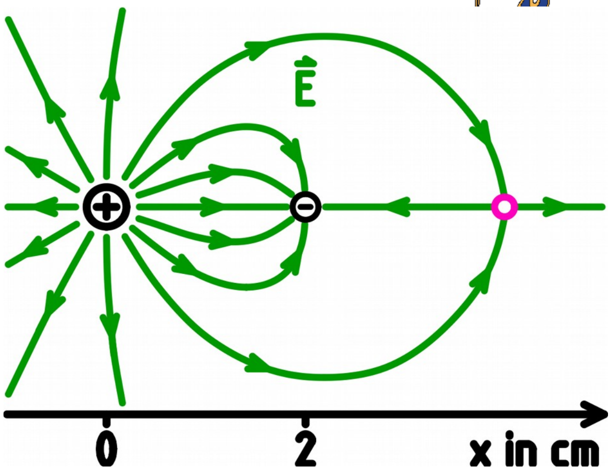
A: $E_1 = 2{,}3\,kV/m$; $E_2 = 3{,}5\,kV/m$

B: $E_1 = 3{,}0\,kV/m$; $E_2 = 3{,}0\,kV/m$

C: $E_1 = 4{,}9\,kV/m$; $E_2 = 1{,}8\,kV/m$

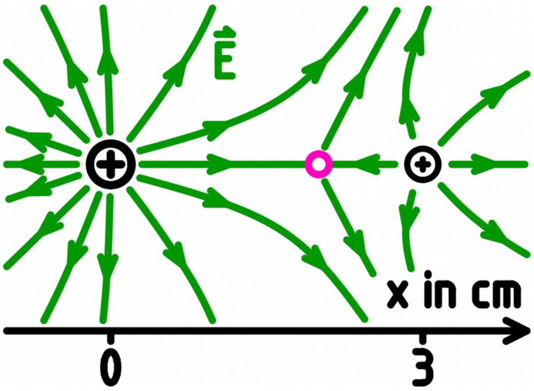
Aufgabe 2.26: Singuläre Punkte

a) Zwei Punktladungen, die positive Ladung Q1 = +4,0 C und rechts davon die negative Ladung Q2 = -1,0 C befinden sich im Abstand 2,0 cm voneinander.



Im Feld der beiden Punktladungen gibt es rechts von der negativen Ladung einen Punkt (kleiner Kreis), an dem die elektrische Feldstärke gleich Null ist.

Berechne die x-Koordinate dieses Punktes.



b) Zwei positive Punktladungen, Q1 = +4,0 C und Q2 = +1,0 C befinden sich im Abstand 3,0 cm voneinander.

Im Feld der beiden Ladungen gibt es zwischen den beiden Ladungen einen Punkt (kleiner Kreis), an dem die elektrische Feldstärke gleich Null ist.

Berechne die x-Koordinate dieses Punktes.

Lösung:

a) Wenn beide Felder gleich stark sind, dann ist die Feldstärke gleich Null. Beim Rechnen setzten wir Beträge ein.

$$E_p = E_m \rightarrow \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\frac{4{,}0\,C}{x^2} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\frac{1{,}0\,C}{(x-2\text{cm})^2} \rightarrow 4{,}0\,C\cdot(x-2\text{cm})^2 = 1{,}0\,C\cdot x^2$$

$$3{,}0\,C\cdot x^2 - 16\,C\cdot cm\cdot x + 16\,C\cdot cm^2 = 0$$

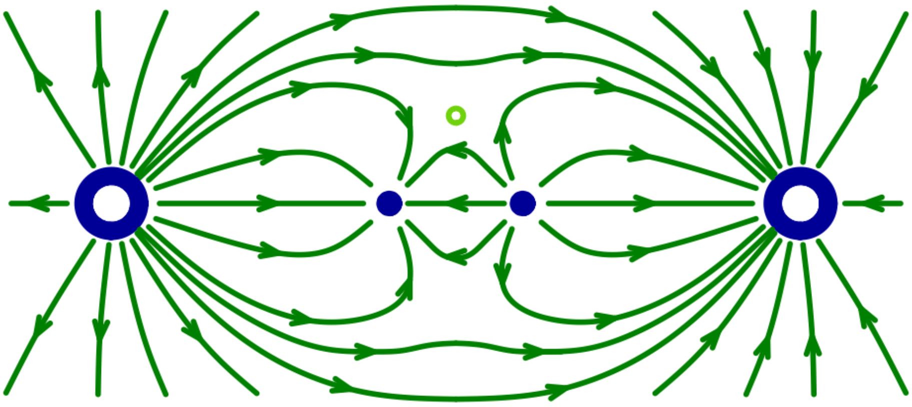
$$x_{1,2} = \frac{16\,C\cdot cm \pm \sqrt{16^2\cdot C^2\cdot cm^2 - 4\cdot 3\,C\cdot 16\,C\cdot cm^2}}{2\cdot 3{,}0\,C} = \frac{16\,C\cdot cm \pm 8\,C\cdot cm}{2\cdot 3{,}0\,C}$$

$$x_1 = 1{,}33\,cm \quad ; \quad x_2 = 4{,}0\,cm$$

Bei x1 sind die Felder gleich stark, zeigen aber in dieselbe Richtung. Also liegt der Singuläre Punkt bei x = 4,0 cm, wo die beiden Felder in entgegengesetzte Richtung zeigen.

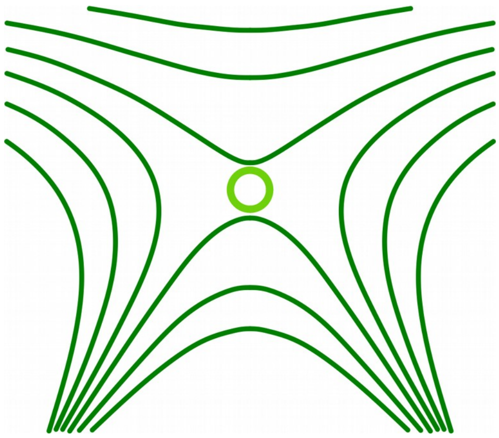
b) x1 = 6,0 cm und x2 = 2,0 cm. Bei x1 zeigen die Felder wieder in dieselbe Richtung, bei x2 in entgegengesetzte, also ist der gesuchte Punkt bei x2 = 2,0 cm.

Aufgabe 2.27: Singulärer Punkt, für ganz Harte



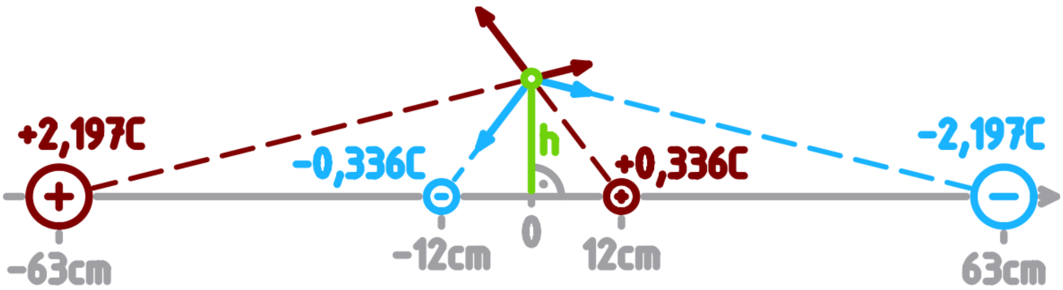
Das Bild zeigt das elektrische Feld von vier Punktladungen, zwei große außen (betragsmäßig gleich groß) und zwei kleine innen (auch betragsmäßig gleich groß).

a) Begründe, welches Vorzeichen die vier Ladungen jeweils haben.



Im Bild oben ist mit einem kleinen Kringel ein Punkt markiert, an dem die elektrische Feldstärke gleich Null ist. Das nebenstehende Bild zeigt eine Detailansicht des Feldes um diesen Punkt.

b) Zeichne die Richtung der elektrischen Feldlinien in dem nebenstehenden Bild ein. Beachte, dass jede Feldlinie an einer der vier Ladungen beginnt und an einer anderen endet.



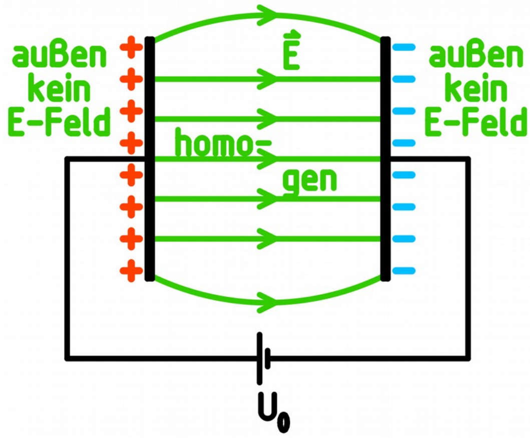
Das nebenstehende Bild zeigt die Größen und exakten Positionen der vier Ladungen, die auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Der singuläre Punkt liegt auf der Symmetrieachse der vier Ladungen.

c) Berechne die Höhe h auf der der singuläre Punkt liegt. Benutze zum Rechnen keine Winkel sonder ähnliche Dreiecke (Verhältnisse) und Pythagoras.

Lösung:

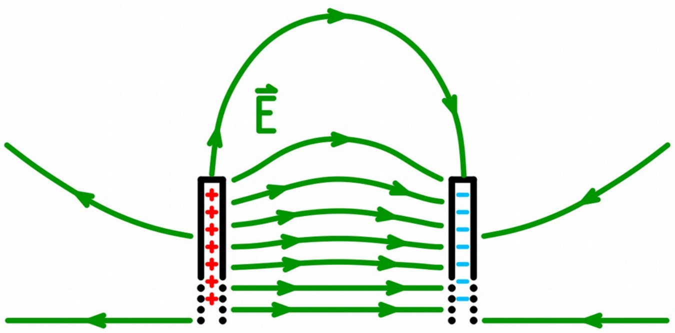
c) h = 16 cm

2.4 Plattenkondensator



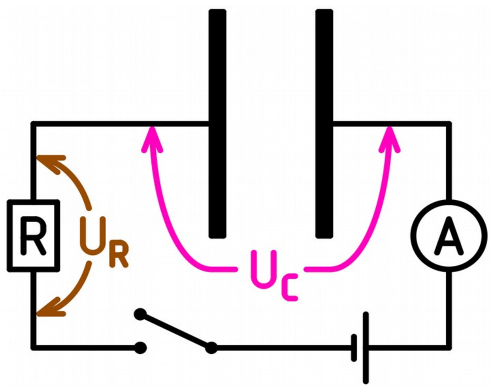
Ein Kondensator besteht aus zwei parallelen Metallplatten. Wird er an eine Spannungsquelle angeschlossen laden sich die Platten auf und es entsteht ein elektrisches Feld im Kondensator.

➔ Das E-Feld im Kondensator ist näherungsweise homogen (D.h. an jeder Stelle gleiche Stärke und Richtung). Außerhalb der Platten gibt es nahezu kein E-Feld! <- näherungsweise !!!

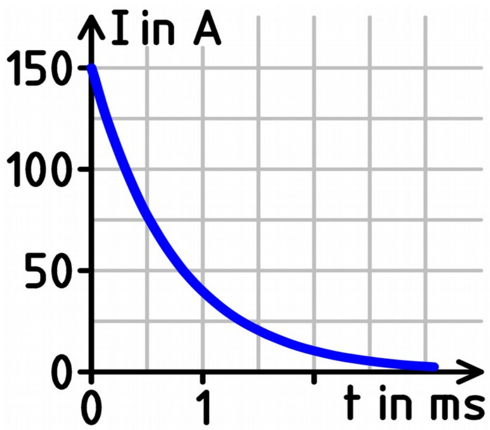


Das Bild zeigt die obere Hälfte eines Plattenkondensators und eine recht exakte Darstellung der Richtung und Stärke des E-Feldes. Man erkennt die Inhomogenitäten am oberen Rand der Platten und das schwache Feld außerhalb der Platten. Zum Rechnen tun wir aber immer so, als ob das Feld innen perfekt homogen ist und außen keins.

<u>Aufgabe 2.28:</u>



Der zu Anfang ungeladene Kondensator wird nach schließen des Schalters von der Spannungsquelle mit 50V aufgeladen.



a) Was passiert auf mikroskopischer Ebene auf den Kondensator-Platten und in der Spannungsquelle?

b) Das Diagramm zeigt die Stromstärke beim Aufladen. Weshalb sinkt die Stromstärke sehr schnell fast auf Null?

c) Bestimme die Größe der Ladung auf dem Kondensator. Wie groß ist die Ladung auf der linken Platte, wie groß auf der rechten Platte?

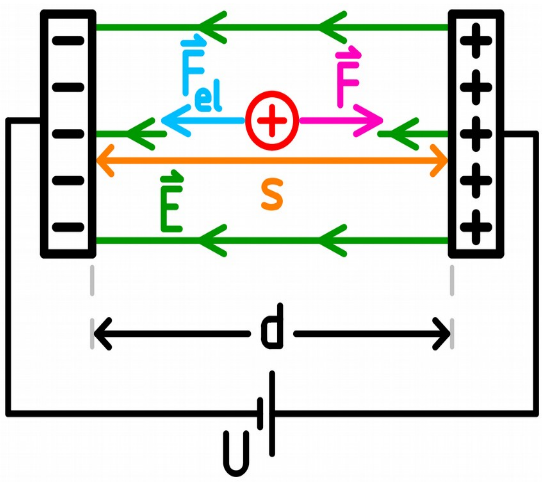
d) Skizziere die zeitlichen Verläufe der während des Aufladens an Widerstand bzw. Kondensator abfallenden Spannungen, beginne mit der am Widerstand abfallenden Spannung und beachte, dass beide Spannungen zusammen immer 50 V ergeben müssen.

Lösung:

c) $Q \approx \frac{1}{2} \cdot (150\,A + 75\,A) \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}\,s + \frac{1}{2} \cdot 75\,A \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}\,s = \underline{113\,mAs}$

$\underline{Q_{rechts} = +113\,mC \qquad Q_{links} = -113\,\text{mC}}$

2.5 Elektrische Feldstärke im Kondensator



Um die elektrische Feldstärke im Kondensator rauszukriegen benötigen wir die eingezeichneten Parameter, Plattenabstand d und anliegende Spannung U.

Wir schieben unsere positive Probeladung von der negativen zur positiven Platte. Dabei verrichten wir Arbeit gegen die elektrische Kraft.

Da das E-Feld im Kondensator homogen ist (d.h. die Kraft ist konstant), und die Feldlinien also auch die Kraft parallel zum Weg s verlaufen dürfen wir unsere Formel für die Arbeit benutzten.

$$W = F \cdot s = F_{el} \cdot s = E \cdot q \cdot d \quad (1)$$

Der Zuwachs an elektrischer Energie der Ladung q beim Verschieben ist

$$E_{el} = U \cdot q \quad (2)$$

Die verrichtete Arbeit ist genauso groß wie der Zuwachs an elektrischer Energie.

$$W = \Delta E$$

(1) und (2) eingesetzt gibt

$$E \cdot q \cdot d = U \cdot q \quad /:q$$
$$E \cdot d = U \quad /:d$$

Damit erhalten wir für die Feldstärke im Plattenkondensator mit Plattenabstand d und anliegender Spannung U die Formel

$$E = \frac{U}{d} \qquad [E] = 1\,\frac{V}{m}$$

nach U aufgelöst gibt

$$U = E \cdot d$$

an den Kondensatorplatten anliegende Spannung

Aufgabe 2.29:

Zwischen den Platten eines Kondensators mit Plattenabstand 10 cm liegt eine Spannung von 300 V an. (Kinematische Formel aus der 9ten Klasse wiederholen!)

a) Berechne die elektrische Feldstärke im Kondensator.

b) Wie groß ist die elektrische Kraft auf ein Elektron in diesem Kondensator?

c) Berechne die Beschleunigung des Elektrons in m/s^2 und in Vielfachen der Fallbeschleunigung. (Erinnerung: $F = m \cdot a$)

d) Wie lange dauert es, bis das Elektron in diesem Kondensator aus der Ruhe eine Geschwindigkeit von 3 000 km/s (das sind 1% Lichtgeschwindigkeit) erreicht? (Erinnerung: $v = a \cdot t$)

e) Wie lang ist die notwendige Beschleunigungsstrecke für den Vorgang aus d)? (Erinnerung: $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$)

Lösung:

a) $E = \frac{U}{d} = \frac{300\,V}{0{,}1\,m} = \underline{3000\,V/m}$

b) $F = E \cdot q = 3000\,V/m \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C = \underline{4{,}8 \cdot 10^{-16}\,N}$

c) $a = \frac{F}{m} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-16}\,N}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg} = \underline{5{,}3 \cdot 10^{14}\,m/s^2 = 54 \cdot 10^{12}\,g}$

d) $\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{3 \cdot 10^6\,m/s}{5{,}3 \cdot 10^{14}\,m/s^2} = \underline{5{,}7\,ns}$

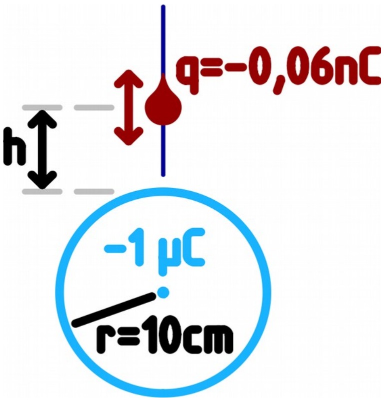
e) $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 5{,}3 \cdot 10^{14}\,m/s^2 \cdot (5{,}7 \cdot 10^{-9}\,s)^2 = \underline{8{,}6\,mm}$

Aufgabe 2.30: Tröpfchen und Staubteilchen

a) Millikan: Ein Öltröpfchen der Masse 1,0 pg (Picogramm) trägt durch Reibungselektrizität die Ladung +3e. Es befindet sich zwischen den horizontalen Platten eines Kondensators mit Plattenabstand 1,0 cm.

Auf welchen Wert muss die Spannung am Kondensator eingestellt werden, damit das Öltröpfchen schwebt, damit also Gewichtskraft und elektrische Kraft auf das Öltröpfchen im Gleichgewicht sind?

b) Ein Öltropfchen der Masse 4 mg (das ist ungefähr ein Tröpfchen mit 1 mm Radius) besitzt eine elektrische Ladung von -0,06 nC und kann sich reibungsfrei entlang eines dünnen Fadens bewegen, ohne dabei Ladung zu verlieren. Der Faden hängt über einer Metallkugel mit 10cm Radius, die eine Ladung von -1,0 μC trägt.



In welcher Höhe h über der Kugel kommt das Öltröpfchen schließlich zum Stillstand? (Hinweis: Gleichgewicht zwischen Gewichtskraft und Coulomb-Kraft)

c) Eine Gewitterwolke erzeugt ein nach oben gerichtetes elektrisches Feld der Stärke 20 kV/m. Wie groß müsste die Ladung eines 20 μg schweren Staubteilchens sein, damit das Staubteilchen im elektrischen Gewitterfeld schweben kann, oder sich sogar nach oben bewegt? Welches Vorzeichen muss die Ladung des Staubteilchens haben?

d) Ein elektrostatischer Staubfilter von der Gestalt eines Kondensators hat einen Plattenabstand von 2,0 cm und eine anliegende Spannung von 30 kV. Wir betrachten ein Staubteilchen der Masse 50 μg, das eine Ladung von 0,5 nC trägt.

Wie groß ist die elektrischen Kraft auf das Staubteilchen.

Wie lange würde es ohne Luftwiderstand dauern, bis das Staubteilchen durch die Beschleunigung im elektrischen Feld die 2,0 cm lange horizontale Strecke von der Kathode zur Anode zurücklegt und also ausgefiltert wird? (Erinnerung: $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$)

e) Zwei Tröpfchen eines Deosprays haben jeweils eine Masse von 60 μg und eine elektrische Ladung von 10 pC.

Wie nahe (Abstand der Mittelpunkte) müssen sich die beiden Tröpfchen sein, damit die Coulomb-Kraft zwischen den beiden Tröpfchen genauso groß wie die Gewichtskraft auf eines der Tröpfchen ist?

Lösung:

a)

$$F_g = F_{el} \rightarrow m \cdot g = E \cdot q = \frac{U}{d} \cdot 3 \cdot e \rightarrow U = \frac{m \cdot g \cdot d}{3 \cdot e} = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-15}\,kg \cdot 9{,}81\,m/s^2 \cdot 0{,}01\,m}{3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C} = \underline{\underline{204\,V}}$$

b) $$F_g = F_{el} \rightarrow m \cdot g = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{(r_K + h)^2}$$

$$r_K + h = \sqrt{\frac{q \cdot Q}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot m \cdot g}} = \sqrt{\frac{0{,}06 \cdot 10^{-9}\,C \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-6}\,C}{4\,\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,As/Vm \cdot 4 \cdot 10^{-6}\,kg \cdot 9{,}81\,m/s^2}} = \underline{\underline{0{,}117\,m}}$$

D.h. das Öltröpfchen kommt 1,7 cm über der Metallkugel zum Stillstand.

c) $$m \cdot g = F_g = F_{el} = E \cdot q \rightarrow q = \frac{m \cdot g}{E} = \frac{20 \cdot 10^{-9}\,kg \cdot 9{,}81\,m/s^2}{20 \cdot 10^3\,V/m} = \underline{\underline{9{,}8 \cdot 10^{-12}\,C \approx 0{,}01\,nC}}$$

d) $$F = E \cdot q = \frac{U}{d} \cdot q = \frac{30 \cdot 10^3\,V}{0{,}02\,m} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-9}\,C = \underline{\underline{0{,}75\,mN}}$$

$$F = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F}{m} \;;\quad x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot x}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot x \cdot m}{F}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}02\,m \cdot 50 \cdot 10^{-9}\,kg}{0{,}75 \cdot 10^{-3}\,N}} = \underline{\underline{1{,}6\,ms}}$$

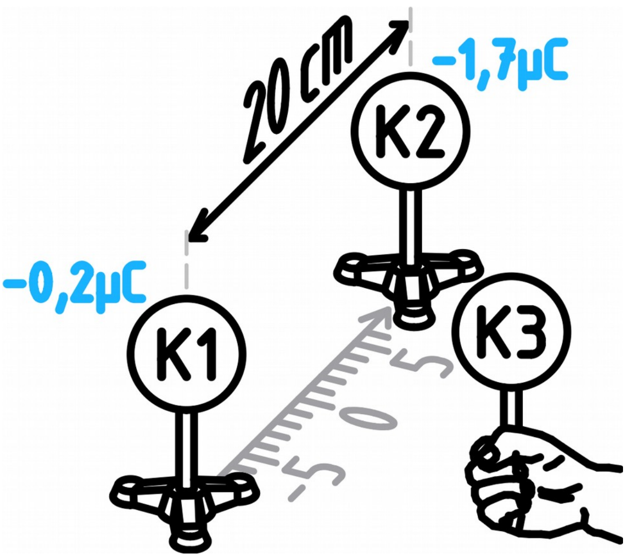
e)

$$m \cdot g = F_g = F_{el} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2} \rightarrow r = \sqrt{\frac{q^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot m \cdot g}}$$

$$r = \sqrt{\frac{(10 \cdot 10^{-12}\,C)^2}{4 \cdot \pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,As/Vm \cdot 60 \cdot 10^{-9}\,kg \cdot 9{,}81}} = \underline{\underline{1{,}2\,mm}}$$

Aufgabe 2.31: Kugeln

Drei ansonsten identische Metallkugeln, die alle einen Radius von 3,0 cm haben, besitzen unterschiedliche Ladungen. Kugel K3 ist zu Anfang ungeladen. K1 trägt die Ladung -0,2 μC und K2 besitzt eine Ladung von -1,7 μC. Der Abstand der Mittelpunkte dieser beiden Kugeln beträgt 20 cm.



a) Wie groß ist die abstoßende Coulomb-Kraft, die K1 auf K2 ausübt?

b) Wieso kann man nicht mit der bekannten Formel W = F·s die Arbeit ausrechnen, die man aufwenden müsste, um K1 an K2 heranzuschieben?

c) Mit der zu Anfang noch ungeladenen Kugel K3 berührt man nun zuerst K1 (Ladungsausgleich) und anschließend K2 (nochmal Ladungsausgleich). Wie groß sind danach die Ladungen, welche die drei Kugeln tragen?

d) An welche Stelle auf der Verbindungsstrecke von K1 und K2 (x-Koordinate; x-Achse siehe Bild, x = 0 in der Mitte) muss man nun die Kugel K3 stellen, damit die beiden Kräfte von K1 und K2 auf die Kugel K3 gleich groß sind?

<u>Lösung:</u>

a) $$F=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{12}\,As/Vm}\cdot\frac{0{,}2\cdot 10^{-6}\,C\cdot 1{,}7\cdot 10^{-6}\,C}{(0{,}2\,m)^2}=\underline{\underline{76\,mN}}$$

b) Die Formel W = F·s gilt nur, wenn die Kraft konstant ist, aber die Coulomb-Kraft nimmt mit abnehmendem Abstand zu.

c) q1 = -0,1 μC ; q2 = -0,9 μC ; q3 = -0,9 μC

d) Man kann natürlich wie in Aufgabe 2.26 vorgemacht den singulären Punkt ausrechnen, aber ich möchte noch was anderes zeigen.

$$F_1=F_2 \Leftrightarrow \frac{q_1}{r_1^2}=\frac{q_2}{r_2^2} \Leftrightarrow \frac{r_2^2}{r_1^2}=\frac{q_2}{q_1} \Leftrightarrow \frac{r_2}{r_1}=\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}=\sqrt{\frac{9}{1}}=\underline{\frac{3}{1}}$$

Die beiden Abstände müssen sich also wie 3 zu 1 verhalten. Dazu teilt man die 20 cm lange Strecke in 4 Teile. Der Abstand zu K2 muss also 15 cm sein, der zu K1 5 cm.

<u>Nachtrag:</u>

Wenn a ~ b und a ~ c , dann gilt a ~ b·c. Es folgt ein Nachweis hierzu.

Die drei Größen haben die Startwerte $a_1;\ b_1$ und c_1 .
Wir verändern b von b_1 nach b_2 und c von c_1 nach c_2 .
Dadurch verändert sich a von a_1 nach a_2 .
Wir müssen jetzt zeigen, dass $\frac{a_1}{b_1 \cdot c_1} = \frac{a_2}{b_2 \cdot c_2}$,
dann haben wir die Proportionalität nachgewiesen.

Wir verändern zuerst bei konstantem $c = c_1$ das b von b_1 nach b_2 .
Dadurch verändert sich a von a_1 nach $\tilde{a}_1$ und wegen der gegebenen
Proportionalität gilt $\frac{a_1}{b_1} = \frac{\tilde{a}_1}{b_2} \quad \Rightarrow \quad \tilde{a}_1 = \frac{a_1}{b_1} \cdot b_2 \ (I)$

Jetzt verändern wir bei konstantem $b = b_2$ das c von c_1 nach c_2 .
Dadurch verändert sich a von $\tilde{a}_1$ nach a_2 und wegen der gegebenen
Propotionalität gilt $\frac{\tilde{a}_1}{c_1} = \frac{a_2}{c_2} \quad \Rightarrow \quad \tilde{a}_1 = \frac{a_2}{c_2} \cdot c_1 \ (II)$

Gleichsetzen von (I) und (II) liefert $\frac{a_1}{b_1} \cdot b_2 = \frac{a_2}{c_2} \cdot c_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{a_1}{b_1 \cdot c_1} = \frac{a_2}{b_2 \cdot c_2}$

Damit ist der Nachweis erbracht.

3 Elektrisches Potential, φ

Potentielle Energie:

Eine potentielle Energie ist eine Energie, die ein Körper besitzt, weil er sich an einem bestimmten Punkt im Raum befindet. Ein Beispiel dafür ist die Höhenenergie die wir aus der Mittelstufe kennen. Das deutsche Wort für potentielle Energie ist Lageenergie. Deshalb ist die potentielle Energie natürlicherweise eine Funktion des Ortes x.

Vergleichspunkt:

Damit man eine potentielle Energie angeben kann braucht man einen Vergleichspunkt, an dem die potentielle Energie Null sein soll (wie bei der Höhenenergie in der 8ten). Im Prinzip ist die Wahl dieses Punktes völlig beliebig. Es gibt allerdings gewisse Standards für bestimmte Situationen, die weiter hinten genannt werden. Diese Standards haben den Vorteil, dass die Formeln dann einfacher werden.

3.1 Definition: Potential, φ

Für das Potential stellen wir uns wieder eine Probeladung (positiv) q vor, die sich an einem bestimmten Punkt x im Raum befindet. Das Potential im Punkt x ist dann

$$\varphi_{el}(x)=\frac{E_{el}(x)}{q}$$

Meistens lässt man beim schreiben das x einfach weg.

$$\boxed{\varphi_{el}=\frac{E_{el}}{q}}$$

Man darf aber nicht vergessen, dass das Potential vom Ort x abhängig ist.

➔ Einheit: $[\varphi]=1\frac{J}{C}=1\frac{VC}{C}=1\,V$

➔ $\varphi=5\frac{J}{C}$ bedeutet, dass an diesem Punkt eine Ladung von 1C eine elektrische Energie von 5J besitzt, im Vergleich zum Vergleichspunkt.

Das Potential gibt also die elektrische Energie einer positiven Ladung von 1C an diesem Punkt im Raum an, im Vergleich zum Vergleichspunkt.

M.a.W.: Das Potential φ ist potentielle Energie (im Vergleich zum Vergleichspunkt) pro Ladung.

➔ Kennt man das Potential im Punkt A, dann kann man für eine beliebigen Ladung q die elektrische Energie in diesem Punkt im Vergleich zum Vergleichspunkt ausrechnen

$$\varphi_A = \frac{E_{el,A}}{q} \Rightarrow E_{el,A} = \varphi_A \cdot q$$ Vorzeichen beachten!!

3.2 Energiedifferenz, Spannung

Für den Unterschied der elektrischen Energie einer Ladung die sich von Punkt A nach Punkt B bewegt ergibt sich mit oben

$$\Delta E_{el} = E_{el,B} - E_{el,A} = \varphi_B \cdot q - \varphi_A \cdot q = (\varphi_B - \varphi_A) \cdot q$$

Aus der Mittelstufe wissen wir $\Delta E_{el} = U_{AB} \cdot q$

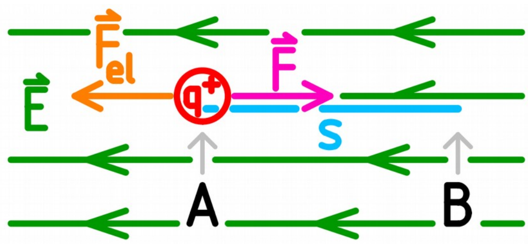
Also ist $U_{AB} \cdot q = (\varphi_B - \varphi_A) \cdot q$

Also ist die Spannung die Differenz der elektrischen Potentiale von zwei Punkten

$$\boxed{U_{AB} = \varphi_B - \varphi_A}$$

Energiedifferenz und Spannung im homogenen elektrischen Feld:

Wir bewegen eine Ladung q gegen die elektrische Kraft im Feld E entlang des Weges s von A nach B. Der Zuwachs an elektrischer Energie ist genauso groß wie die verrichtete Arbeit.



$$\Delta E_{el} = W = F \cdot s = F_{el} \cdot s = E \cdot q \cdot s = E \cdot s \cdot q$$

Außerdem gilt $\Delta E_{el} = U_{AB} \cdot q$

Also ist $U_{AB} \cdot q = E \cdot s \cdot q \Rightarrow E \cdot s = U_{AB} = \Delta\varphi_{AB} = \varphi_B - \varphi_A$

Im homogenen E-Feld gilt

Energiedifferenz: $\Delta E_{el} = E \cdot s \cdot q$ Spannung: $\Delta\varphi_{AB} = U_{AB} = E \cdot s_{AB}$

Bemerkung:

Im homogenen E-Feld gilt

$$U_{AB} = E \cdot s_{AB} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{U_{AB}}{s_{AB}} \quad .$$

Wenn das elektrische Feld homogen ist, also die Feldstärke überall gleich groß ist, gilt

$$\boxed{\begin{array}{c} \dfrac{U_{AB}}{s_{AB}} = E = \dfrac{U_{CD}}{s_{CD}} \\ \dfrac{U_{AB}}{s_{AB}} = \dfrac{U_{CD}}{s_{CD}} \end{array}}$$

Wegen der Quotientengleichheit sind also die zwischen zwei Punkten anliegende Spannung (Potentialdifferenz) und der entlang der Feldlinien gemessene Abstand der Punkte im homogenen E-Feld direkt proportional zueinander. D.h. man kann auch mit Dreisatz rechnen.

Im homogenen E-Feld gilt:

$U \sim \Delta x$

Bemerkung:

Der zurückgelegte Weg s ist ein Positionsunterschied und die Spannung ist eine Potentialdifferenz. Also ist:

$$E = \frac{U_{AB}}{s_{AB}} = \frac{\Delta \varphi_{AB}}{\Delta x_{AB}}$$

$$\boxed{E = \frac{\Delta \varphi_{AB}}{\Delta x_{AB}}}$$

Diese Gleichung gilt zwar nur im homogenen E-Feld, aber die Schlussfolgerungen für die Diagramme gelten immer.

➔ Die elektrische Feldstärke ist die Steigung im x-φ-Diagramm.

➔ Die Potentialdifferenz ist gleich der überstrichenen Fläche im x-E-Diagramm.

Feldstärke, Potential und Energie

E_{pot}
(Energie)

$$\Delta E_{el} = E_{Feld} \cdot \Delta x_{AB} \cdot q$$

$$\Delta E_{el} = U \cdot q = \Delta \varphi \cdot q$$

$$E_{el} = \varphi \cdot q$$

E_{Feld}

$$U_{AB} = \Delta \varphi_{AB} = E_{Fe} \cdot \Delta x_{AB}$$

$$E_{Fe} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta x} = \frac{U_{AB}}{\Delta x_{AB}}$$

φ
Potential

$$E_{Feld} = \frac{F_{el}}{q}$$

$$F_{el} = E_{Feld} \cdot q$$

$$\varphi = \frac{E_{pot}}{q}$$

$$\Delta \varphi_{AB} = U_{AB}$$

Proportionalitäten

Im homogenen E-Feld ist

$$U_{AB} \sim \Delta x_{AB} \mid \Delta \varphi_{AB} \sim \Delta x_{AB} \mid \Delta E_{el} \sim \Delta x_{AB}$$

Aufgabe 3.32:

Ein Proton bewegt sich in einem Elektrischen Feld der Feldstärke E=2,5kV/m parallel zu den Feldlinien und in Richtung zu den Feldlinien und legt dabei auf dem Weg von A nach B eine Strecke von 10cm zurück.

a) Wie groß ist die Kraft auf das Proton?

b) Wie groß ist die Potentialdifferenz zwischen den Punkten A und B?

c) Wie groß ist der Gewinn/Verlust an elektrischer Energie?

Lösung:

a) $F_{el}=4{,}0\cdot 10^{-15}N$ b) $\Delta\phi_{AB}=0{,}25kV$ c) $\Delta E_{el}=-0{,}25keV=-4{,}0\cdot 10^{-17}J$

Aufgabe 3.33:

Ein Alphateilchen bewegt sich in einem Elektrischen Feld und legt dabei eine Strecke von 20cm zurück. Die elektrische Energie des Alphateilchens steigt dabei um 6,0keV.

a) Bestimme die Potentialdifferenz, welche das Alphateilchen durchquert.

b) Bestimme die Feldstärke des elektrischen Feldes.

c) Bestimme die Kraft auf das Alphateilchen.

Lösung:

a) $\Delta\phi=3{,}0kV$ b) $E_{Feld}=15kV/m$ c) $F_{el}=4{,}8\cdot 10^{-15}N$

Aufgabe 3.34:

Ein Kohlenstoff-Atomkern bewegt sich 20cm weit in einem homogenen elektrischen Feld in Richtung der Feldlinien. Auf ihn wirkt dabei eine Kraft von $1{,}92\cdot 10^{-14}N$.

a) Bestimme die Feldstärke des Elektrischen Feldes.

b) Bestimme die Potentialdifferenz, welche der Kohlenstoffkern durchquert.

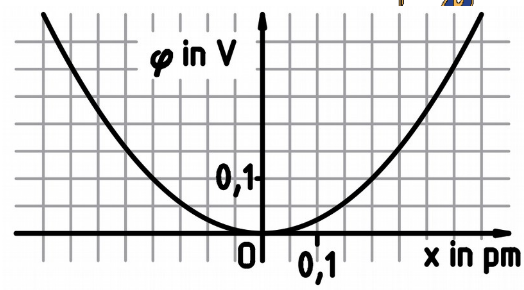
c) Bestimme den Verlust an elektrischer Energie des Kohlenstoffkerns.

Lösung:

a) $E_{Fe}=20kV/m$ b) $\Delta\phi=99{,}9kV$ c) $\Delta E_{el}=-598keV=-9{,}6\cdot 10^{-14}J$

Aufgabe 3.35:

Ein Atomrumpf der Ladung +3e im Innern eines Metalls wird von den benachbarten Atomrümpfen abgestoßen. Das Bild zeigt den Verlauf des von den Nachbar-Rümpfen erzeugten Potentials in Abhängigkeit der Position des Metallrumpfs. Bei x=0 ist die Ruhelage des Atomrumpfes.



a) Wie viel Energie muss man dem Atomrumpf zuführen, um in um 0,15pm aus seiner Ruhelage auszulenken?

b) Der um 0,15pm ausgelenkte Atomrumpf beginnt um seine Ruhelage zu schwingen. Wie groß ist seine kinetische Energie beim durchqueren der Ruhelage?

c) Der Atomrumpf schwingt nun mit einer Amplitude von 0,15pm. Wie viel Energie muss man im zuführen, um seine Amplitude von 0,15pm auf 0,25pm zu steigern?

d) Begründe, dass das elektrische Feld, in dem sich der Atomrumpf befindet nicht homogen ist und bestimme einen Näherungswert für die elektrische Feldstärke bei x=0,20pm und bei x=0pm.

Lösung:

a) $\Delta E = E_{pot} = 0{,}15\,eV = 2{,}4\cdot 10^{-20} J$ b) $E_{kin}(x=0) = 0{,}15\,eV$ c) $\Delta E = 0{,}3\,eV = 4{,}8\cdot 10^{-20} J$

d) Bei homogenem E-Feld wäre das x-φ-Diagramm eine Gerade wie im Kondensator.

Feldstärke aus Steigung (Tangente): $E_{Feld}(x=0) = 0$; $E_{Feld}(x = 20\text{pm}) = 1{,}0\cdot 10^{12}\, V/m$

Aufgabe 3.36:

Ein Elektron bewegt sich in einem homogenen E-Feld der Feldstärke 4,0kV/m in Richtung der Feldlinien von A nach B und legt dabei eine Strecke von 30cm zurück.

a) Bestimme die Zunahme an elektrischer Energie des Elektrons.

b) Bestimme die Potentialdifferenz zwischen den Punkten A und B.

c) Bestimme die Größe der elektrischen Kraft auf das Elektron in diesem Feld.

d) Das E-Feld wird von einem Kondensator mit Plattenabstand 50cm erzeugt. Bestimme die Größe der Spannung zwischen den Kondensatorplatten.

Lösung:

a) $\Delta E_{el}=1{,}2\,keV=1{,}92\cdot 10^{-16}\,J$ b) $\Delta\phi_{AB}=1{,}2\,kV$ c) $F_{el}=6{,}4\cdot 10^{-16}\,N$

d) $U=2{,}0\,kV$

Aufgabe 3.37:

Während eines Blitzeinschlags bewegt sich ein Elektron vom Erdboden aus vertikal nach oben, genau entgegen der Richtung des von der Gewitterfront erzeugten elektrischen Feldes und legt dabei eine Strecke von 800m zurück. Dabei sinkt seine elektrische Energie um $3{,}84\cdot 10^{-13}\,J$.

a) Bestimme die elektrische Feldstärke entlang des Blitzes.

b) Bestimme die Potentialdifferenz zwischen den Endpunkten der 800m langen Strecke.

c) Bestimme die Größe der Kraft auf das Elektron.

Lösung:

a) $E_{Feld}=3{,}0\,kV/m$ b) $\Delta\phi=2{,}4\,MV$ c) $F_{el}=4{,}8\cdot 10^{-16}\,N$

Aufgabe 3.38:

Ein Alphateilchen bewegt sich in einem homogenen elektrischen Feld in Richtung der elektrischen Feldlinien von A nach B und legt dabei eine Strecke von 8cm zurück. Die Potentialdifferenz zwischen den Punkten A und B beträgt 6,0kV.

a) Bestimme die elektrische Feldstärke des Feldes.

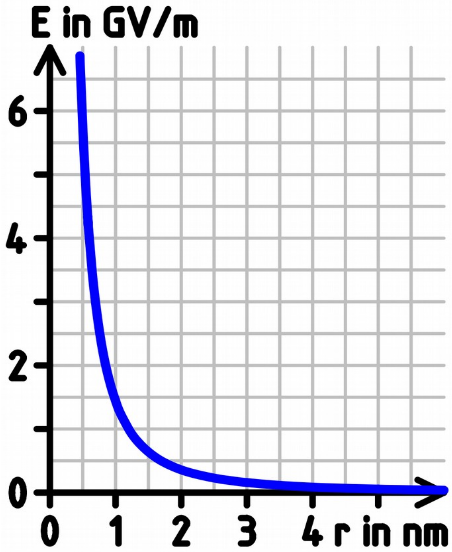
b) Bestimme die Veränderung der elektrischen Energie des Alphateilchens.

c) Bestimme die Größe der Kraft auf das Alphateilchen.

d) Wie viel Arbeit muss man verrichten, um das Alphateilchen von B wieder zurück zu A zu bringen?

Lösung:

a) $E_{Feld}=75\,kV/m$ b) $\Delta E_{el}=12\,keV=1{,}92\cdot 10^{-15}\,J$ c) $2{,}4\cdot 10^{-14}\,N$



Aufgabe 3.39:

Das Bild zeigt die elektrische Feldstärke im Feld eines Protons in Abhängigkeit vom Abstand zum Proton r.

a) Bestimme die Potentialdifferenz zwischen den Punkten bei 0,5nm und 1nm.

b) Das Potential im Unendlichen (ganz weit rechts sei Null). Bestimme das Potential bei r = 0,5nm.

c) Bestimme die Potentielle Energie eines Elektrons im Abstand 0,5nm vom Proton.

Lösung:

a) Trapezfläche: $\Delta\phi = \frac{1}{2}\cdot\left(6\cdot 10^9\frac{V}{m} + 1{,}5\cdot 10^9\frac{V}{m}\right)\cdot 0{,}5\cdot 10^{-9}m = \underline{\underline{1{,}9\,V}}$

b) r = 1nm über Dreiecksfläche: $\phi(r=1\text{nm}) = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 10^9\frac{V}{m}\cdot 3\cdot 10^{-9}m = \underline{\underline{1{,}5\,V}}$

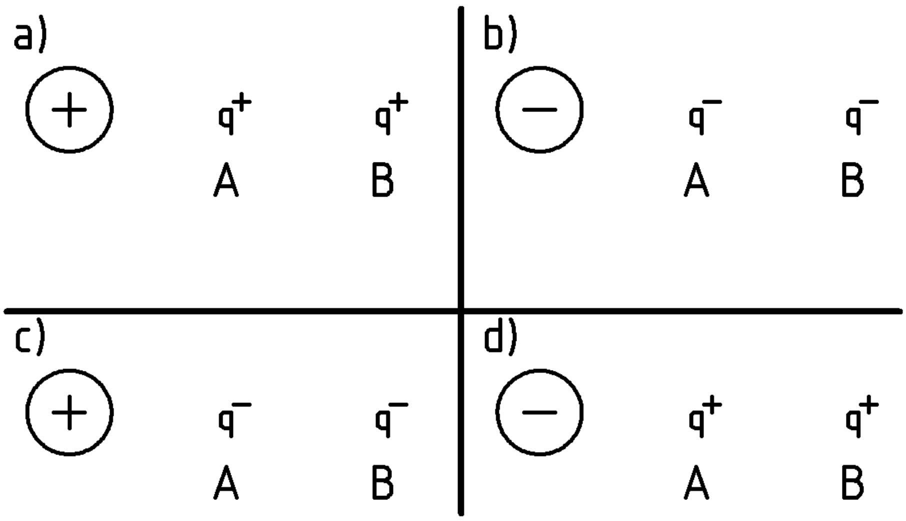
r = 0,5nm durch Addieren: $\phi(r=0{,}5\,nm) = 1{,}9\,V + 1{,}5\,V = \underline{\underline{3{,}4\,V}}$

c) $E_{pot} = \phi\cdot q = 3{,}4\,V\cdot(-e) = \underline{\underline{-3{,}4\,eV = -5{,}4\cdot 10^{-19}J}}$

Aufgabe 3.40:

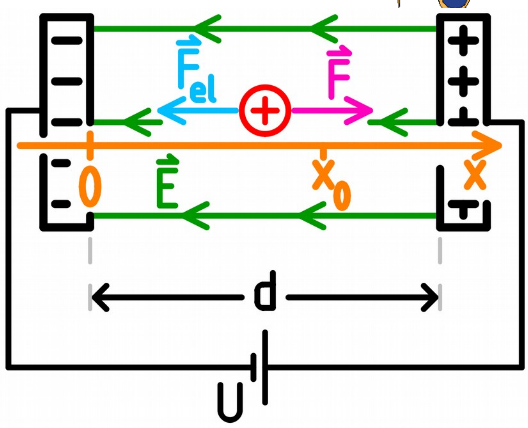
An welchem der eingezeichneten Punkte A oder B ist die potentielle Energie der Probeladung (Vorzeichen angegeben) jeweils größer? Argumentiere mit Hilfe des Begriffs der Arbeit!

An welchem der eingezeichneten Punkte ist ist das elektrische Potential größer?



3.3 Plattenkondensator

Wir betrachten einen Kondensator mit Plattenabstand d der an die Spannung U angeschlossen ist. Wir stellen uns eine positive Probeladung vor, von der wir die potentielle (elektrische) Energie ausrechnen. Als Vergleichspunkt wählen wir die negative Platte. Hier soll die elektrische Energie gleich Null sein (Standardkonvention). Die elektrische Energie am Ort x_0 ist dann genauso groß, wie die Arbeit die wir verrichten müssen, um die Ladung von der negativen Platte gegen die elektrische Kraft bis dahin zu bringen.



$$E_{el} = W = F \cdot x_0 = E \cdot q \cdot x_0 = \frac{U}{d} \cdot q \cdot x_0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \frac{E_{el}}{q} = \frac{U}{d} \cdot x_0$$

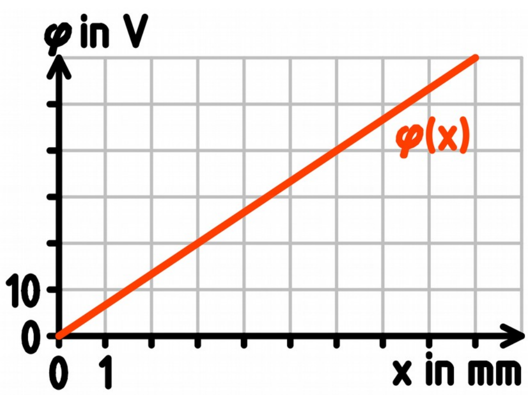
Potential im Plattenkondensator

$$\boxed{\varphi = \frac{U}{d} \cdot x_0}$$

mit x_0 dem Abstand zur negativen Platte

Der Graph gibt eine Ursprungsgerade:

mit der Steigung $\frac{U}{d} = E$



Gleich unten kommen noch ein paar Aufgaben, mit solchen Diagrammen.

➔ Wenn man die Formel für das Potential hat, kann man natürlich mit der Formel $E = \varphi \cdot q$ leicht die potentielle Energie der Ladung q an einem bestimmten Ort ausrechnen.

☠ In die Formel $E = \varphi \cdot q$ muss man aber die Ladung mit dem richtigen Vorzeichen einsetzen. Die potentielle Energie kann ja auch negativ sein, wenn sie kleiner ist als am Vergleichspunkt. D.h. man kann hier im allgemeinen nicht nur mit Beträgen rechnen.

Aufgabe 3.41:

In einem Kondensator mit Plattenabstand 1,0 mm herrscht eine elektrische Feldstärke von 500 kN/C.

a) Wie groß ist die Spannung, an die der Kondensator angeschlossen ist?

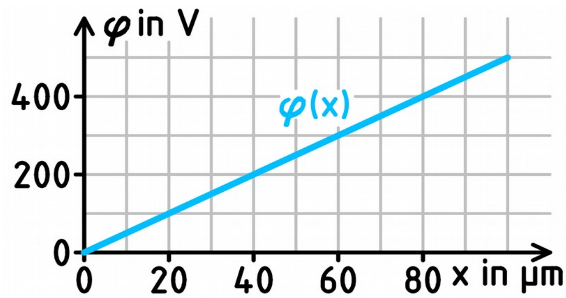
b) An der negativen Platte sei das Potential gleich Null und x = 0. Die x-Achse zeigt in Richtung der positiven Platte. Gib das Potential im Kondensator in Abhängigkeit von x also φ(x) an und zeichne ein Diagramm für den Verlauf des Potentials.

c) Wie groß ist der Verlust an potentieller Energie eines Elektrons, dass sich in diesem Kondensator 0,2 mm weit gegen die Richtung der Feldlinien bewegt?

Lösung:

a) $U = E \cdot d = 500 \cdot 10^3\, N/C \cdot 0{,}001\, m = \underline{\underline{500\, V}}$

b) φ(x) = 500 kV/m · x ; das verlangte Diagramm siehe rechts



c) $\Delta E_{pot} = \Delta \phi \cdot q = E_{Fe} \cdot \Delta x \cdot q$
$= 500 \cdot 10^3\, V/m \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3}\, m \cdot e = \underline{\underline{100\, eV}}$

Aufgabe 3.42:

In einem Kondensator, der an eine Spannung von 1,0 kV angeschlossen ist, herrscht eine elektrische Feldstärke von 20 kV/m.

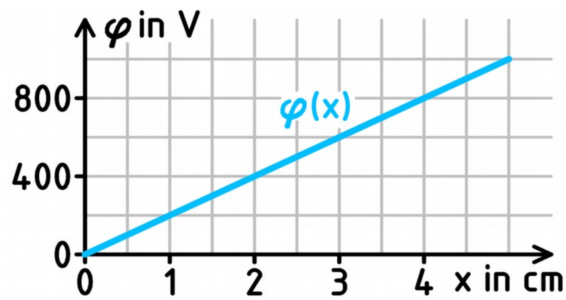
a) Bestimme den Plattenabstand des Kondensators. (Kontrolle: d = 5,0 cm)

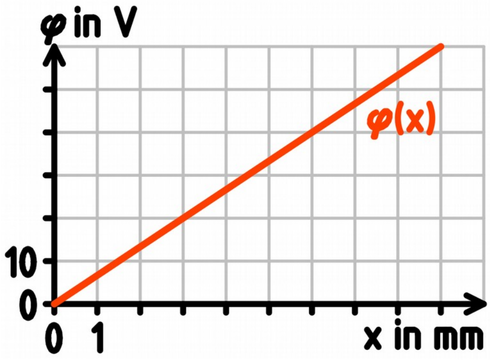
b) An der negativen Platte sei das Potential gleich Null und x = 0. Die x-Achse zeigt in Richtung der positiven Platte. Gib das Potential im Kondensator in Abhängigkeit von x also φ(x) an und zeichne ein Diagramm für den Verlauf des Potentials.

Lösung:

a) $E = \frac{U}{d} \rightarrow d = \frac{U}{E} = \frac{1000\, V}{20\,000\, V/m} = \underline{\underline{5{,}0\, cm}}$

b) φ(x) = 20 kV/m · x ; Diagramm siehe rechts





Aufgabe 3.43:

Das Diagramm zeigt einen Ausschnitt des Potentialverlaufs in einem Kondensator.

a) Zeichne für dieses Potential die Verläufe der potentiellen Energie eines Protons und eines Elektrons in diesem Feld. Skaliere die Energie-Achse in Elektronenvolt.

b) Bestimme aus dem Diagramm oben den Plattenabstand des Kondensators mit diesem Potentialverlauf, wenn dieser an eine Spannung von 400V angeschlossen ist.

Lösung:

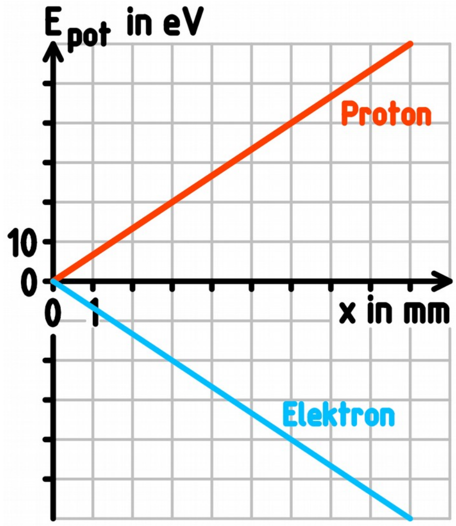
a) wegen $E_{pot}=\varphi\cdot q$

ergibt sich für das Proton

$$E_{pot,Proton}=\varphi\cdot q_p=\varphi\cdot 1\,e$$

und für das Elektron

$$E_{pot,Elektron}=\varphi\cdot q_e=\varphi\cdot(-1\,e)=-\varphi\cdot e$$



Da das φ die Einheit V hat, muss man nur mit 1 multiplizieren und bekommt die potentielle Energie in eV. Der Zahlenwert ist also der gleiche wie von dem φ, bis auf das Vorzeichen beim Elektron.

$$\cdot 20 \quad \begin{array}{l} 20\,V \;\hat{=}\; 3\,mm \\ 400\,V \;\hat{=}\; \underline{\underline{60\,mm}} \end{array} \quad \cdot 20$$

b) Die Aufgabe kann man mit Dreisatz machen (siehe nebenan).

Aufgabe 3.44:

Ein Kondensator mit einem Plattenabstand von 12cm und ist an 360V angeschlossen.

a) Wie groß ist der Verlust an elektrischer Energie eines Elektrons, dass sich von der negativen Platte zur positiven Platte bewegt? Wo geht diese elektrische Energie hin (Energieerhaltung) ?

b) Wie groß ist der Gewinn an kinetischer Energie des Elektrons wenn es eine Strecke von 4cm zurücklegt?

c) Wie weit muss das Elektron fliegen, um seine kin. Energie um 60eV zu steigern?

Lösung:

a) $E_{el} = U \cdot q_e = 360\text{V} \cdot 1 \cdot e = \underline{\underline{360\text{eV}}}$ Wird in kinetische Energie umgewandelt.

b) Die elektrische Energie wird also um 120eV kleiner, die kinetische um 120eV größer. (Rechnung rechts)

:3 12cm ≙ 360V :3
4cm ≙ $\underline{120\text{V}}$

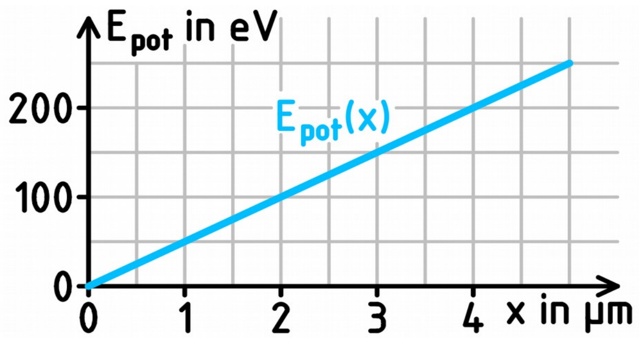
c) Um seine kinetische Energie um 60eV zu steigern, muss das Elektron eine Spannung von 60V durchqueren.

:6 12cm ≙ 360V :6
$\underline{2\text{cm}}$ ≙ 60V

Dafür muss das Elektron eine Strecke von 2cm zurücklegen.

Aufgabe 3.45:

Das nebenstehende Diagramm zeigt einen Ausschnitt aus dem Verlauf der potentiellen Energie eines Alphateilchens im Feld eines Kondensators.



a) Bestimme die Feldstärke in diesem Kondensator.

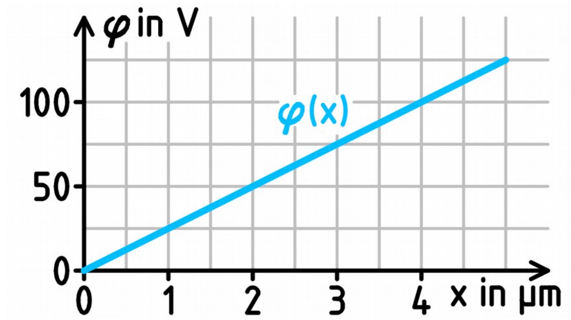
b) Zeichne ein Diagramm für den Verlauf des Potentials in diesem Kondensator.

c) Wie weit muss sich ein Alphateilchen in diesem Kondensator in Richtung der Feldlinien bewegen, damit seine potentielle Energie um 10 keV kleiner wird?

Lösung:

a) $\Delta E_{pot} = q \cdot E_{Fe} \cdot \Delta x \rightarrow E_{Fe} = \frac{\Delta E_{pot}}{q \cdot \Delta x} = \frac{200\,eV}{2 \cdot e \cdot 4 \cdot 10^{-6}\,m} = \underline{25\,MV/m}$

b) $\phi = \frac{E_{pot}}{q} = \frac{E_{pot}}{2 \cdot e}$; Diagramm siehe rechts



c) z.B. mit Dreisatz:

·100 2,0 µm ≙ 100,0 eV ·100
$\underline{\underline{0{,}2\text{ mm}}}$ ≙ 10,0 keV

3.4 Energie im Feld einer Punktladung

Da das Potential nichts weiter als potentielle Energie pro Ladung ist, machen wir zuerst ein paar Überlegungen zur potentiellen Energie im Feld einer Punktladung. Dafür stellen wir uns eine unbewegliche Ladung groß Q und eine sich eventuell bewegende Ladung klein q vor. Die Ladung klein q hat dann eine von der Position abhängige potentielle Energie im Feld der unbeweglichen Ladung groß Q (wie in unserer Vorstellung ein Fußball eine potentielle Energie im Gravitationsfeld der Erde hat).

Vergleichspunkt:

Die potentielle Energie im Unendlichen ist Null

Wenn die Ladung q unendlich weit weg von der Ladung Q ist, dann ist die potentielle Energie von q gleich Null. Das ist die Standardkonvention in der Physik.

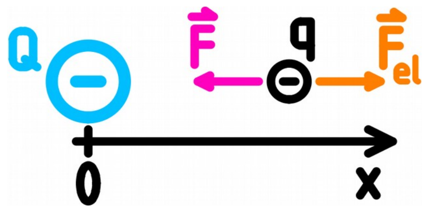
Polstelle:

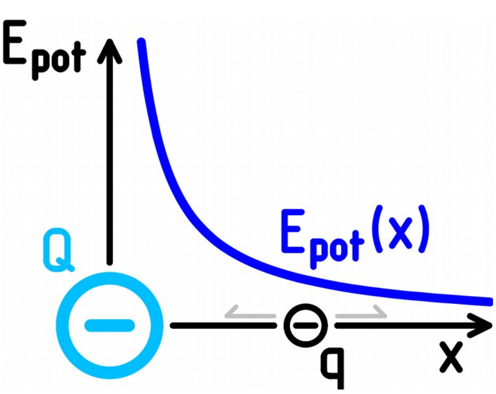
Wegen des Coulomb-Gesetzes geht die Kraft gegen unendlich, wenn der Abstand der Ladungen gegen Null geht. Deshalb geht dann auch die potentielle Energie gegen unendlich. Die potentielle Energie hat also eine Polstelle für Abstand gleich Null.

Methode:

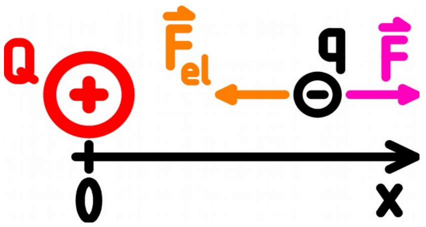
Wenn wir an einer Ladung Arbeit verrichten, dann steigt ihre potentielle Energie. Wir überlegen uns also, in welcher Richtung wir Arbeit verrichten müssen, um die Ladung zu bewegen. In dieser Richtung nimmt dann die potentielle Energie zu.

Negatives q im Feld von negativem Q



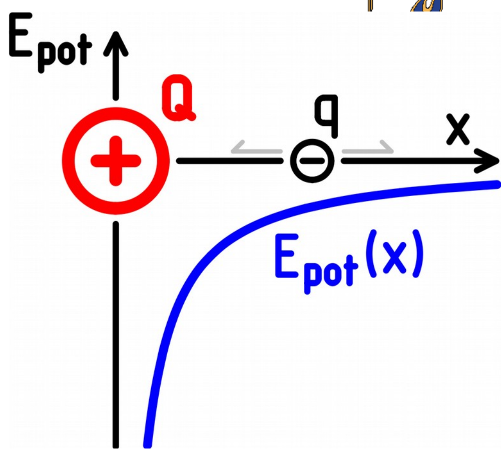


Wir betrachten das Problem eindimensional. Den Nullpunkt der x-Achse legen wir in den Mittelpunkt der unbeweglichen Ladung groß Q. Wenn wir die Ladung klein q nach links bewegen wollen, müssen wir gegen die elektrische Abstoßung Arbeit verrichten. In dieser Richtung wird die potentielle Energie von q also größer. Für x gegen unendlich muss die potentielle Energie gegen Null gehen. Die potentielle Energie von klein q muss also den im Bild gezeigten Verlauf haben.



Negatives q im Feld von positivem Q

Wenn wir das q nach rechts bewegen wollen, dann müssen wir gegen die Anziehungskraft Arbeit verrichten. In dieser Richtung wird also die potentielle Energie von klein q größer, und muss schließlich gegen Null gehen (Konvention oben). Deshalb muss die potentielle Energie von klein q negativ sein und den im Bild gezeigten Verlauf haben. Was wir uns gerade über das Vorzeichen der potentiellen Energie überlegt haben gilt ganz allgemein.

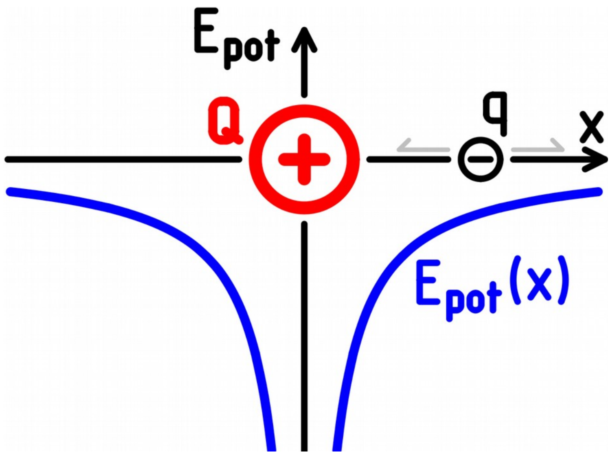


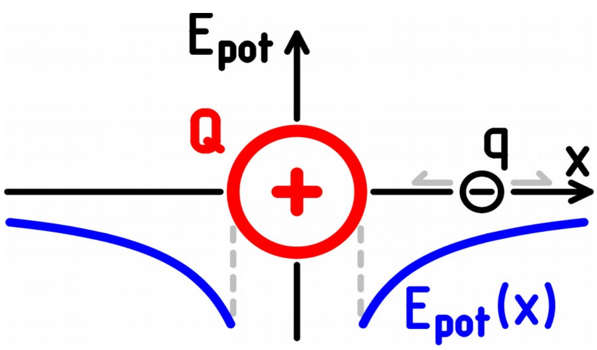
> Eine anziehende Kraft erzeugt eine negative potentielle Energie. Eine abstoßende Kraft erzeugt eine positive potentielle Energie.

Bemerkungen:

- ➔ Unsere x-Achse kann in eine beliebige Richtung im Raum zeigen. Nur der Nullpunkt muss im Mittelpunkt von Q sein.

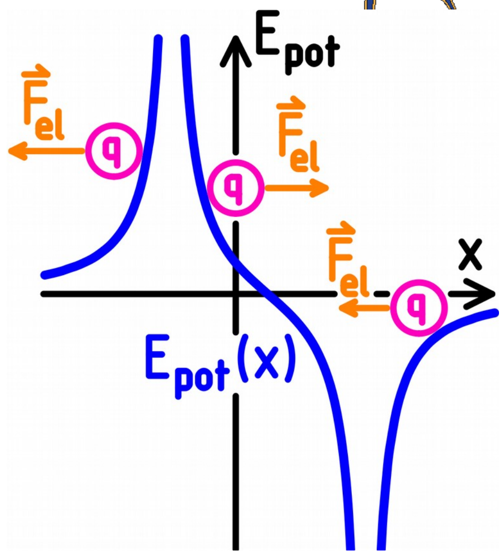
- ➔ Man kann die x-Achse auch nach links ins negative verlängern. Die Überlegungen von oben funktionieren dann genauso und man erhält das nebenstehende Bild.

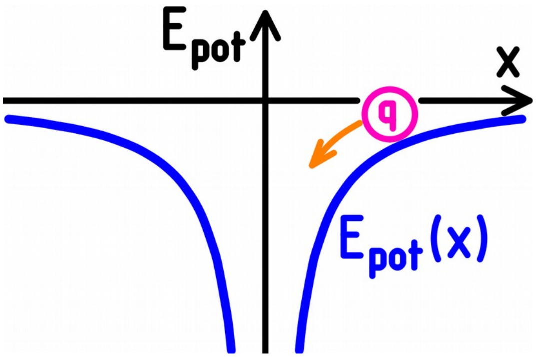




- ➔ Wenn das groß Q einen echten Durchmesser hat, kann das klein q sich nicht bis zu $x = 0$ bewegen. Der Graph für die potentielle Energie bricht also schon vorher ab und es gibt gar keine Polstelle.

➔ Wenn der Verlauf der potentiellen Energie gegeben ist, kann man sich leicht überlegen, in welche Richtung die elektrische Kraft auf den Körper wirkt. Man muss ja gegen die elektrische Kraft Arbeit verrichten, um den Körper in die Richtung zu bewegen, in welcher die potentielle Energie größer wird. Die elektrische Kraft muss deshalb in die andere Richtung zeigen, in die die potentielle Energie kleiner wird.





➔ Will man sich überlegen, was eine ruhende Ladung q in einem gegebenen potentiellen Energieverlauf machen wird, kann man sich vorstellen die Ladung q als kleine Kugel an die betreffende Stelle des Graphen zu setzen. Das q wird dann immer versuchen nach unten zu rollen und eventuell auch hin und her schwingen. Die tatsächliche Bewegung im Raum findet natürlich nur nach links oder rechts statt, nach oben oder unten geht ja nicht die Position, sondern die potentielle Energie.

3.5 Gebundene und freie Zustände

Nehmen Sie ihren Fußball und schießen sie ihn so fest wie's geht in die Höhe. Der Fußball kommt garantiert zur Erde zurück, m.a.W. "der Fußball bleibt an die Erde gebunden". Wenn der Fußball genügend kinetische Energie hat, um sich beliebig weit (unendlich weit) von der Erde entfernen zu können, dann sagt man "der Fußball ist frei". Dafür bräuchte der Fußball eine ziemlich große kinetische Energie.

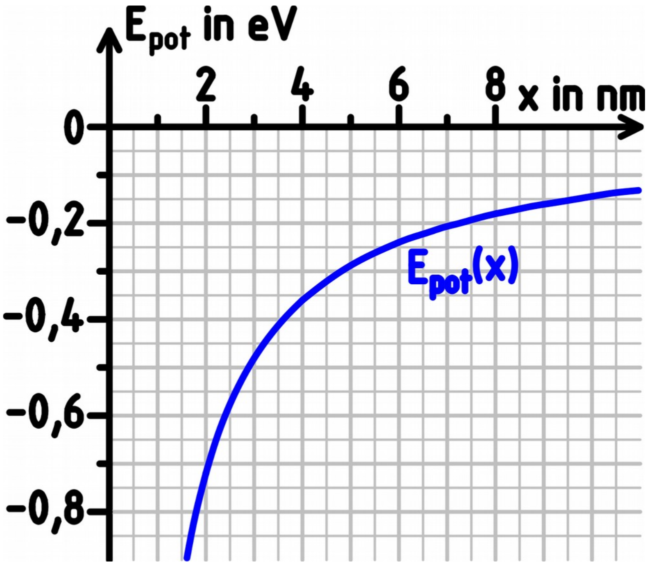
Damit das q an das Q gebunden sein kann, d.h. dass es von dem Q nicht wegkommt, muss eine anziehende Kraft auf das q wirken. D.h. die potentielle Energie muss negativ sein, wie zum Beispiel in der letzten Abbildung oben. Als Beispiel stellen wir uns für das q ein Elektron und für das Q ein Proton vor. Wenn das Elektron sich beliebig weit vom Proton entfernen kann (also unendlich weit), dann sagt man das q ist frei.

Wenn das q unendlich weit weg ist, dann ist die potentielle Energie gleich Null. Die kinetische Energie, die das q in unendlicher Entfernung eventuell noch hat, ist auf alle Fälle positiv. D.h. die Gesamtenergie in unendlicher Entfernung muss positiv oder geringstenfalls Null sein. Wegen der Energieerhaltung muss dann auch die Gesamtenergie, die das q vorher in der Nähe von dem Q hatte, mindestens Null gewesen sein.

Falls die Gesamtenergie von q Null oder größer ist, dann ist das q frei. Wenn die Gesamtenergie von q negativ ist, dann ist das q an das Q gebunden.

Aufgabe 3.46:

Das Diagramm rechts zeigt die potentielle Energie eines Elektrons im Feld eines Protons. Die Energieachse ist in eV skaliert. Die folgenden Aufgaben sollen mit Hilfe dieses Diagramms bearbeitet werden.



a) Das Elektron befindet sich in 3nm Abstand vom Proton und hat eine kinetische Energie von 0,2eV. Bestimme die Gesamtenergie des Elektrons. Ist das Elektron gebunden oder frei.

b) Das Elektron befindet sich in einem Abstand von 2nm vom Proton und hat eine Gesamtenergie von -0,35eV. Bestimme die kinetische Energie des Elektrons.

c) Das Elektron befindet sich in einer Entfernung von 5nm vom Proton. Wie groß müsste die kinetische Energie des Elektrons mindestens sein, damit das Elektron frei ist?

d) Ein Elektron hat eine Gesamt-Energie von -0,2eV und eine kinetische Energie von 0,2eV.

d1) In welcher Entfernung vom Proton befindet sich das Elektron?

d2) Wie viel Energie müsste man dem Elektron zuführen, um es vom Proton zu lösen? (Das ist die Bindungsenergie, die sie aus der 9ten Klasse kennen)

e) Begründe, dass man die Beschriftung der "y-Achse" einfach in "-φ in V" abändern kann, um das negative Potential im Feld des Protons zu erhalten.

f) Bestimme mit Hilfe der Information aus e) und mit Hilfe des Diagramms die Elektrische Feldstärke im Feld des Protons in einer Entfernung von 5 nm vom Proton.

g) Überprüfe das Ergebnis aus f) mit Hilfe der Formel für die Feldstärke im Feld einer Punktladung.

Lösung:

a) Potentielle Energie aus Diagramm ist -0,47 eV

$E_{ges}=E_{pot}+E_{kin}=-0{,}47\,eV+0{,}2\,eV=\underline{\underline{-0{,}27\,eV}}$ kleiner Null -> gebunden

b) Potentielle Energie aus Diagramm ist -0,7 eV

$E_{ges}=E_{pot}+E_{kin}$ → $E_{kin}=E_{ges}-E_{pot}=-0{,}35\,eV-(-0{,}7\,eV)=\underline{\underline{0{,}35\,eV}}$

c) Potentielle Energie aus Diagramm ist -0,3eV.

Damit das Elektron frei ist, muss die Gesamtenergie mindestens Null sein.

$E_{ges}\geq 0 \;\Rightarrow\; E_{kin}+E_{pot}\geq 0 \;\Rightarrow\; E_{kin}\geq-(-0{,}3\,eV) \;\Rightarrow\; \underline{\underline{E_{kin}\geq 0{,}3\,eV}}$

Die kinetische Energie müsste mindestens 0,3eV sein.

➔ Meistens rechnet man nicht mit Ungleichungen, sondern mit Gleichungen und formuliert das "mindestens" oder "höchstens" in der Antwort. In der Antwort muss es allerdings drinstehen!

d1) $E_{pot}=E_{ges}-E_{kin}=-0{,}2\,eV-0{,}2\,eV=-0{,}4\,eV$ Diagramm liefert $\underline{\underline{x=3{,}6\,nm}}$

d2) Da die Gesamt-Energie des Elektrons -0,2eV beträgt müsste man ihm noch 0,2eV zuführen, damit die Energie mindestens Null wird, damit es also frei wird.

e) $\phi=\frac{E_{pot}}{q}=\frac{\text{Zahl}\,eV}{-e}=\underline{\underline{-\text{Zahl}\,V}}$; Der Zahlenwert des Potentials ist also bis auf das Vorzeichen derselbe, nur die Einheit ist Volt statt Elektronenvolt.

f) Feldstärke ist Tangentensteigung im x-φ-Diagramm

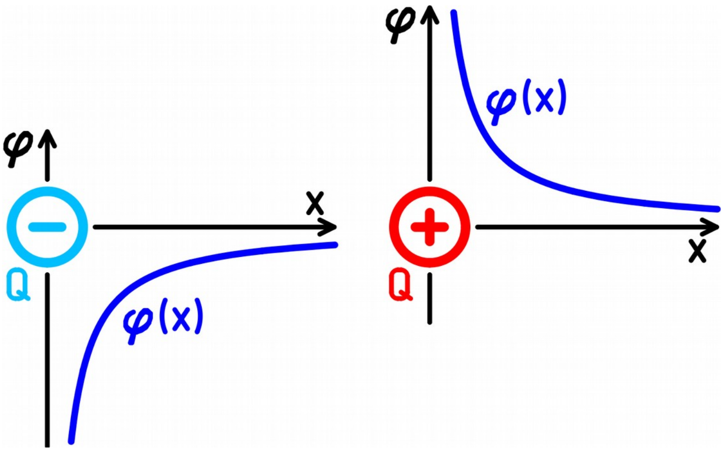
$E_{Fe}=\frac{\Delta\phi}{\Delta x}=\frac{0{,}3\,V}{5\cdot 10^{-9}\,m}=\underline{\underline{60\,MV/m}}$

g) Formel gibt 57,5 MV/m

3.6 Potential im Feld einer Punktladung

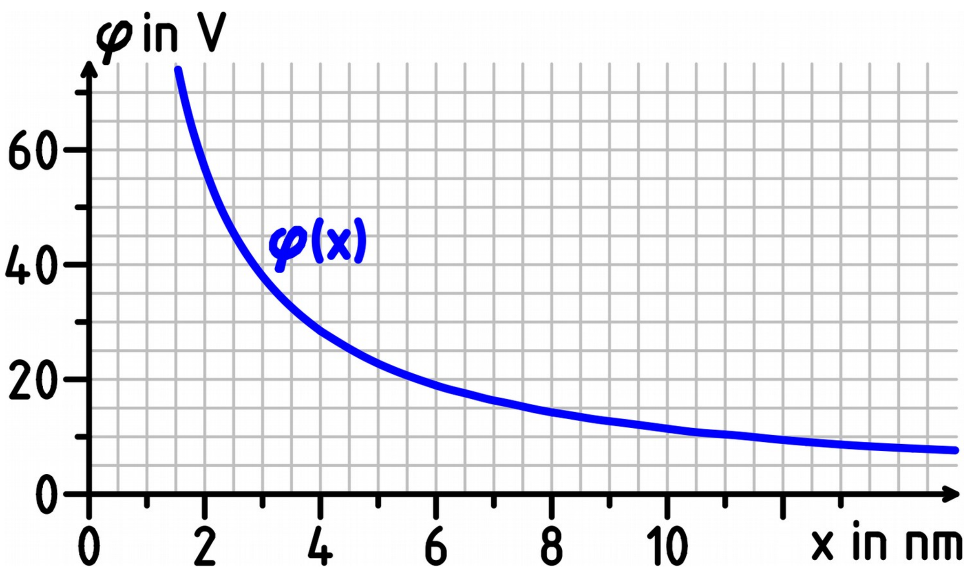
Dafür müssen wir uns nur daran erinnern, was das Potential bedeutet. Das Potential gibt die potentielle Energie einer positiven Ladung von 1C an diesem Punkt im Raum an.

➔ Um uns den Verlauf des Potentials zu Überlegen, führen wir also die Überlegungen zu Kraft und Arbeit von oben mit einer positiven Probeladung klein q von +1C durch.



Man erhält ein negatives Potential für eine negative Ladung und ein positives Potential für eine positive Ladung (siehe Bild).

Aufgabe 3.47:



Das Diagramm zeigt das Potential im Feld eines Gold-Atomkerns. Ein Alphateilchen befindet sich in großer Entfernung vom Gold-Atomkern (hier wären z.B. 2mm schon extrem groß), besitzt eine kinetische Energie von 40eV und bewegt sich direkt (zentral) auf den Gold-Atomkern zu.

a) In welcher Entfernung vom Gold-Atomkern wird das Alphateilchen gestoppt und kehrt seine Bewegungsrichtung um?

b) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Alphateilchens in einer Entfernung von 10nm vom Gold-Atomkern?

Lösung:

a) In großer Entfernung ist die potentielle Energie gleich Null, es ist nur die kinetische Energie vorhanden. Dann wird das Alphateilchen gebremst, bis am Umkehrpunkt die kinetische Energie Null ist und nur noch potentielle Energie vorhanden ist. Die kinetische Energie wird also vollständig in potentielle Energie umgewandelt.

$$E_{kin} \rightarrow E_{pot} \rightarrow E_{kin}=E_{pot} \rightarrow E_{kin}=\varphi\cdot q=\varphi\cdot 2\cdot e \rightarrow \varphi=\frac{E_{kin}}{2\cdot e}=\frac{40\,eV}{2\cdot e}=\underline{20\,V}$$

Diagramm liefert: x = 5,7 nm

Beachte:

Hier ist das Rechnen mit Elementarladungen viel praktischer als mit Coulomb, weil sich die Elementarladungen so schön rauskürzen.

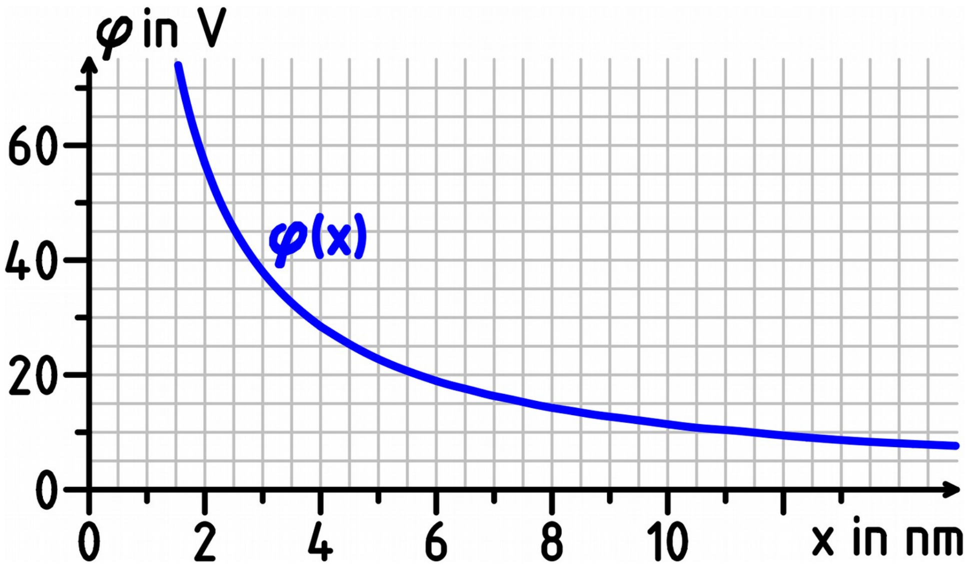
b) Hier muss man alles in SI-Einheiten umrechnen! Das Potential bei 10 m liest man aus dem Diagramm ab zu -> 11 V. Man rechnet mit Energieerhaltung.

$$E_{kin} \rightarrow E'_{kin}; E_{pot} \rightarrow E_{kin}=E'_{kin}+E_{pot} \rightarrow E'_{kin}=E_{kin}-E_{pot} \rightarrow \frac{1}{2}\cdot m_\alpha\cdot v'^2=E_{kin}-\varphi\cdot q$$

$$v'=\sqrt{\frac{2\cdot\left(E_{kin,alt}-\varphi\cdot q\right)}{m_\alpha}}=\sqrt{\frac{2\cdot\left(40\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,J-11\,V\cdot 2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\right)}{6{,}64\cdot 20^{-27}\,kg}}=\underline{\underline{2{,}9\cdot 10^4\frac{m}{s}}}$$

Aufgabe 3.48:

Das Diagramm zeigt das Potential im Feld eines Gold-Atomkerns. Ein Elektron befindet sich in einer Entfernung von 3nm vom Gold-Atomkern und besitzt eine kinetische Energie von 19eV.



a) Bestimme die Gesamt-Energie (man sagt normalerweise einfach Energie) des Elektrons. Ist das Elektron an den Goldatomkern gebunden oder ist es frei?

b) Wie weit könnte sich das Elektron theoretisch vom Gold-Atomkern entfernen?

Lösung:

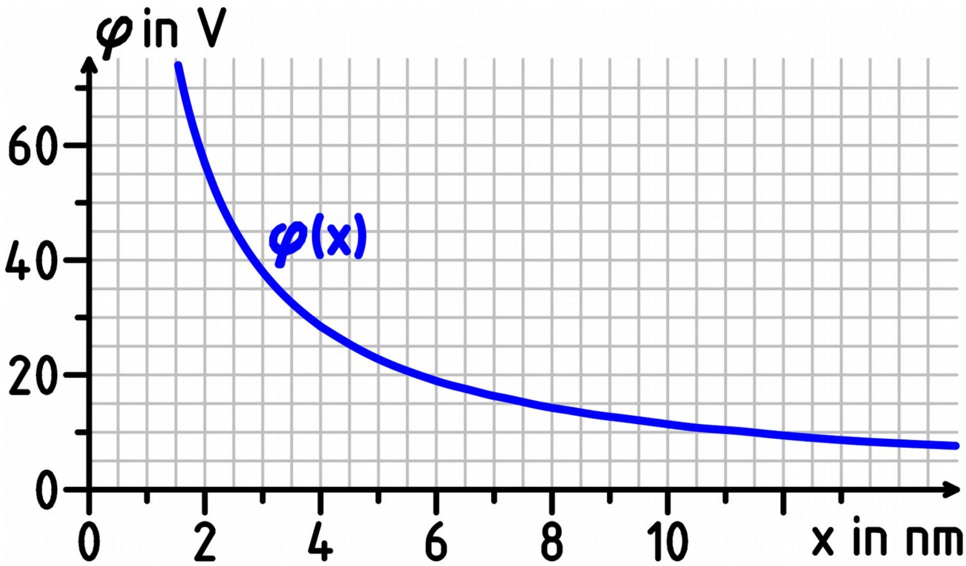
a) Potential bei x = 3nm aus dem Diagramm ablesen gibt 38V.

$$E = E_{kin} + E_{pot} = E_{kin} + \varphi \cdot q_e = 19\text{eV} + 38\text{V} \cdot (-1\,e) = 19\text{eV} - 38\text{eV} = \underline{\underline{-19\text{eV}}}$$

Die Gesamtenergie ist also negativ (d.h. das Elektron ist gebunden).

b) Maximale Entfernung, wenn die kinetische Energie gleich Null ist, dann ist die potentielle Energie gleich der Gesamtenergie von -19 eV, d.h. das Potential an diesem Punkt ist 19 V. Aus dem Diagramm liest man ab: maximale Entfernung gleich 6,0 nm.

Aufgabe 3.49:



Das Diagramm zeigt das Potential im Feld eines Gold-Atomkerns. Ein Elektron befindet sich in einer Entfernung von 2nm vom Gold-Atomkern und bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von einer Million Meter pro Sekunde vom Gold-Atomkern weg.

a) In welcher Entfernung von Gold-Atomkern kehrt das Elektron um und fliegt wieder auf den Gold-Atomkern zu?

b) Wie groß müsste die Geschwindigkeit des Elektrons bei x = 2nm sein, damit es aus dem Anziehungsfeld des Gold-Atomkerns entkommen kann?

Lösung:

a) Zu Anfang besitzt das Elektron kinetische und potentielle Energie. Die kinetische Energie wird bis zum Umkehrpunkt vollständig in potentielle Energie umgewandelt.

Energieumwandlung: $E_{pot,alt}, E_{kin} \rightarrow E_{pot,neu}$

$$E_{pot,alt} + E_{kin} = E_{pot,neu}$$

$$\varphi(x = 2\text{nm}) \cdot q_e + \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 = \varphi_? \cdot q_e \qquad / : q_e$$

Das Potential bei x = 2nm liest man aus dem Diagramm zu 57V ab. Beim einsetzen muss man aufpassen, dass man die Ladung des Elektrons mit dem richtigen Vorzeichen (Minus) einsetzt, da ja die potentielle Energie des Elektrons negativ ist.

$$\varphi_? = \frac{\varphi(x=2\text{nm})\cdot q_e + 0{,}5\cdot m_e\cdot v^2}{q_e} = \frac{57\text{V}\cdot(-1{,}6\cdot10^{-19}C) + 0{,}5\cdot 9{,}1\cdot10^{-31}kg\cdot\left(1\cdot10^6\frac{m}{s}\right)^2}{-1{,}6\cdot10^{-19}C}$$

$$\underline{\underline{\varphi_? = 54\text{V}}}$$

Damit liest man die Entfernung aus dem Diagramm ab zu x = 2,1nm. Das Elektron ist also nicht besonders weit gekommen.

b) Mit "aus dem Anziehungsfeld entkommen" meint man, dass das Elektron sich beliebig weit entfernen kann, also unendlich weit weg kommen kann. Im Unendlichen wäre die potentielle Energie gleich Null. Die kinetische Energie wäre positiv oder geringstenfalls Null. Damit wäre die Gesamtenergie also auch mindestens Null. D.h. die Gesamtenergie müsste zu Anfang auch mindestens Null sein (oder größer).

$$E_{kin} + E_{pot} = 0$$

$$\frac{1}{2}\cdot m_e\cdot v^2 + \varphi(x=2\text{nm})\cdot q_e = 0 \quad /-\varphi(x=2\text{nm})\cdot q_e$$

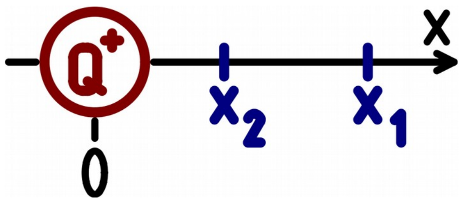
$$0{,}5\cdot m_e\cdot v^2 = -\varphi(x=2\text{nm})\cdot q_e \quad /\cdot 2 \quad /: m_e$$

$$v = \sqrt{\frac{-2\cdot\varphi(x=2\text{nm})\cdot q_e}{m_e}} = \sqrt{\frac{-2\cdot 57\text{V}\cdot(-1{,}6\cdot10^{-19}C)}{9{,}1\cdot10^{-31}kg}} = \underline{\underline{4{,}5\cdot10^6\frac{m}{s}}}$$

☠ Ladung des Elektrons mit richtigem Vorzeichen einsetzen!

Aufgabe 3.50:

Wir betrachten das elektrische Feld einer Punktladung "groß" Q. Erkläre mit Hilfe grundlegender physikalischer Prinzipien, weshalb das elektrische Potential φ in diesem Feld bei x2 größer ist als bei x1.



Lösung:

Potential ist potentielle Energie einer positiven Probeladung (+1C). Um die positive Probeladung von x1 nach x2 zu bringen, muss man Arbeit gegen die elektrische Kraft (Coulomb-Abstoßung; gleichnamige Ladungen stoßen sich ab) verrichten. D.h. man führt der Probeladung Energie zu. Deshalb ist die potentielle Energie der positiven Probeladung und also auch das elektrische Potential φ bei x2 größer als bei x1.

3.7 Äquipotentiallinien, Äquipotentialflächen

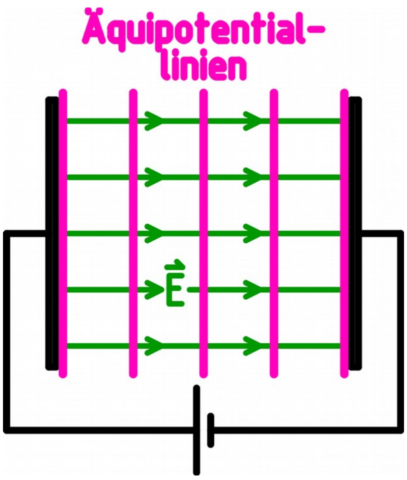
Wenn man einen Körper senkrecht zu der auf ihn wirkenden Kraft bewegt, dann wird keine Arbeit verrichtet und die potentielle Energie des Körpers ändert sich nicht. Da die elektrische Kraft in Richtung der elektrischen Feldlinien wirkt muss man eine Ladung senkrecht zu den elektrischen Feldlinien bewegen, damit die potentielle Energie konstant bleibt. Wenn sich die potentielle Energie einer Ladung nicht verändert, dann ändert sich wegen $E = \varphi \cdot q$ auch das elektrische Potential φ nicht, bleibt also konstant.

Eine Linie oder Fläche, entlang derer das elektrische Potential konstant ist, heißt eine Äquipotentiallinie oder -fläche.

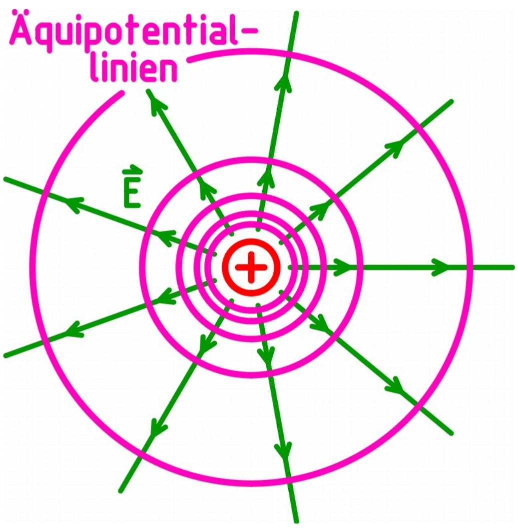
➔ Äquipotentiallinien verlaufen an jeder Stelle senkrecht zu den elektrischen Feldlinien.

Genau wie bei den Höhenlinien in einer Wanderkarte, sollten die Äquipotentiallinien immer im selben Potential-Abstand gezeichnet werden. D.h. wenn die Äquipotentiallinien eng beieinander liegen, dann ändert sich senkrecht dazu das Potential sehr stark. Das bedeutet, dass wegen $\Delta\varphi = E \cdot \Delta x$ die elektrische Feldstärke sehr groß sein muss.

➔ Je stärker das elektrische Feld, desto enger liegen die Äquipotentiallinien beieinander.

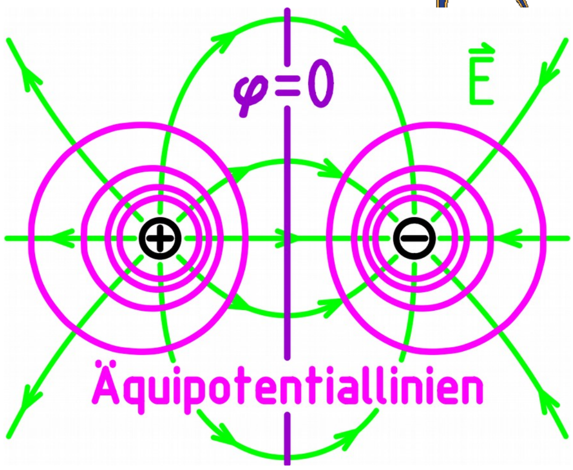


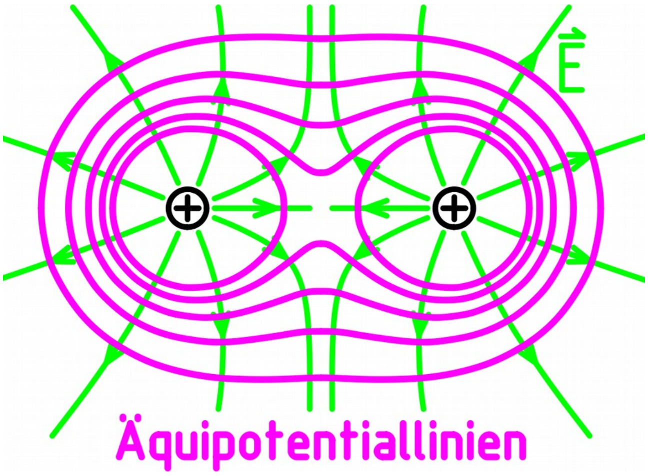
Im Kondensator laufen die Äquipotentialflächen senkrecht zum E-Feld und deshalb parallel zu den Platten. Da das Potential proportional zum Abstand von der negativen Platte ist, sind die Äquipotentialflächen äquidistant.



Im Feld einer Punktladung sind die Äquipotentialflächen Kugelflächen mit der Ladung als Mittelpunkt. Diese Kugelflächen liegen nahe bei der Ladung enger beieinander als in größerer Entfernung, weil das elektrische Feld in der Nähe der Ladung stärker ist, sich also das Potential dort stärker verändert. Wenn sich eine Ladung q entlang einer solchen Kugelfläche bewegt, dann ändert sich ihre potentielle Energie nicht.

Bei zwei ungleichnamigen Ladungen ist das Feld zwischen den Ladungen stärker als außen, d.h. die Äquipotentiallinien liegen zwischen den Ladungen enger beieinander als außerhalb. Die lilafarbene Linie zeigt an, wo das Potential gleich Null ist, wie im Unendlichen. Ganz nahe bei einer der Ladungen sehen die Äquipotentiallinien fast genauso aus, wie im Feld dieser einzigen Punktladung. In der Hälfte der positiven Ladung sieht man die Höhenlinien eines Potentialberges, in der Hälfte der negativen Ladung sieht man die Höhenlinien von einem trichterförmigen Loch im Boden (Boden -> φ = 0).

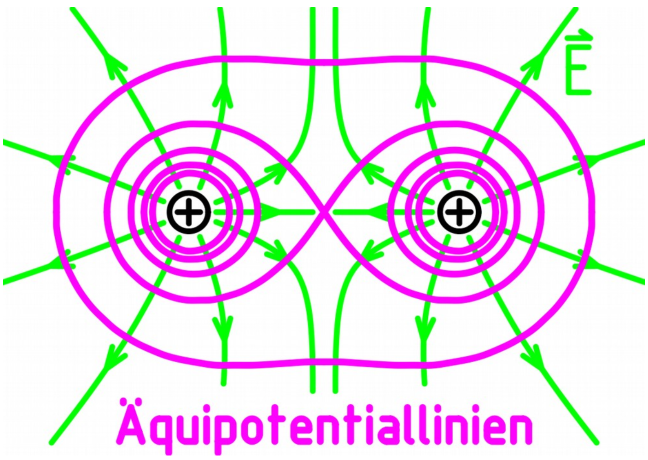




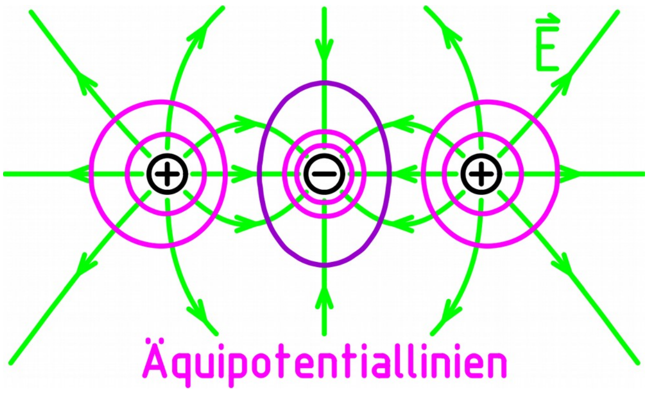
Bei zwei gleichnamigen Ladungen ist das Feld zwischen den Ladungen schwächer als außen, d.h. die Äquipotentiallinien verlaufen zwischen den Ladungen in größerem Abstand. Die Äquipotentiallinien sind hier die Höhenlinien zweier benachbarter Berggipfel. Im zweiten Bild gehen die Äquipotantiallinien näher an die beiden Ladungen heran und die Potentialdiffenenz Δφ zwischen zwei Linien ist größer.

Hier sieht man, dass es einen Weg um beide Berggipfel herum gibt, auf dem man immer exakt auf derselben Höhe bleibt. Diese Äquipotentiallinie von der Form einer acht zeigt den Sattel des Doppelgipfels an.

➔ Sehr nahe bei einer Ladung verlaufen die Äquipotentiallinien fast genau so wie im Feld dieser einzelnen Ladung

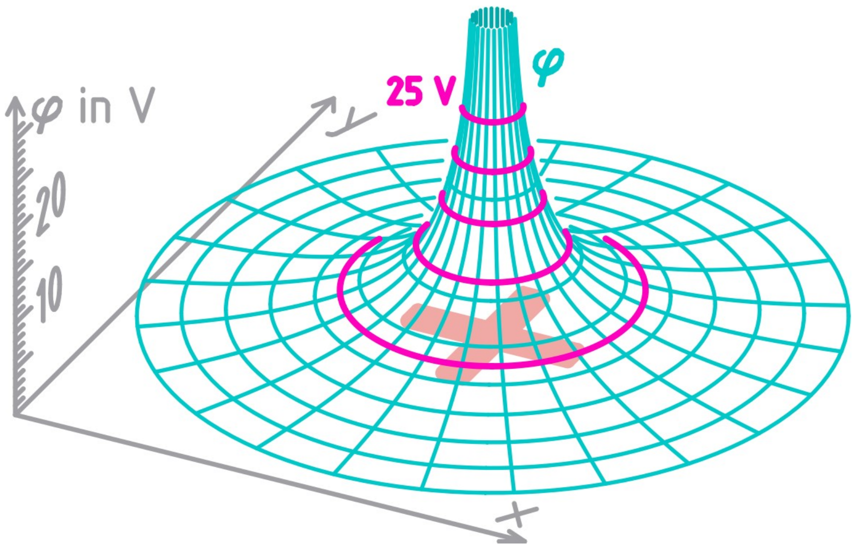


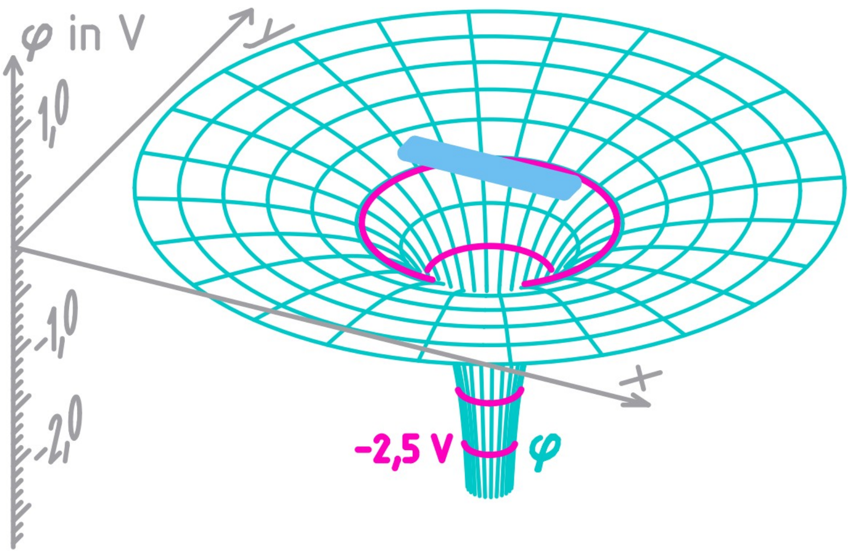
☠ Positive Ladungen erzeugen Potentialberge (positives Potential), negative Ladungen erzeugen Potentialtrichter (negatives Potential).



Auch bei drei gleich großen Punktladungen verstärken sich die einzelnen Felder zwischen den Ladungen -> Äquipotentiallinien dicht beieinander. Außerhalb der positiven Ladungen sowie oberhalb und unterhalb der negativen Ladung wirken die einzelnen Felder in entgegengesetzte Richtungen -> größerer Abstand zwischen den Äquipotentiallinien. Bei den positiven Ladungen sieht man die Höhenlinien von zwei Bergen. Die negative Ladung erzeugt einen Potentialtrichter.

Das ist der Potentialberg einer Punktladung (+12e) mit Äquipotentiallinien im Abstand 5 Volt. Das Netz zur Darstellung des Berges enthält konzentrische Kreise um die Punktladung deren Radien immer um 1nm zunehmen. Die blauen Kreise zeigen keine bestimmten Potentiale an, sondern Raumkoordinaten. An diesen Kreisen kann man den Abstand zur Punktladung ablesen, der größte hat einen Radius von 8,0 nm.





Im Gegensatz dazu erzeugt die negative Ladung -1e keinen Berg, sondern einen Trichter nach unten. Die Äquipotentiallinien sind im Abstand 0,5 Volt, die Linie bei -1,5 Volt ist im Bild nicht sichtbar. Für das blaue Netz gilt dasselbe wie im oberen Bild. Die Äquipotentiallinie auf -0,5 Volt ist ganz nahe beim Kreis mit Radius 3,0nm.

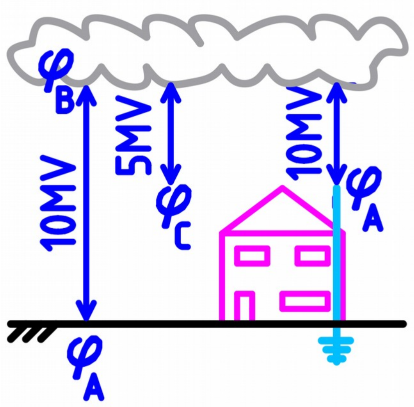
3.8 Potential im Metall und am Rand

Viel weiter vorne haben wir schon gesehen, dass das elektrische Feld im Innern eines Metalls gleich Null ist. D.h. das auf eine Ladung keine elektrische Kraft wirkt. Wenn aber keine elektrische Kraft wirkt, dann muss man auch keine Arbeit verrichten, um eine Ladung von einem beliebigen Punkt zu einem beliebigen anderen Punkt zu bewegen und wenn man keine Arbeit verrichten muss, dann ändert sich auch die potentielle Energie nicht.

D.h. eine kleine Probeladung, die wir uns vorstellen, hat in jedem Punkt des Metalls die gleiche Potentielle Energie und da das Potential nichts anderes ist, als potentielle Energie pro Ladung ist das elektrische Potential an jedem Punkt im Metall gleich groß.

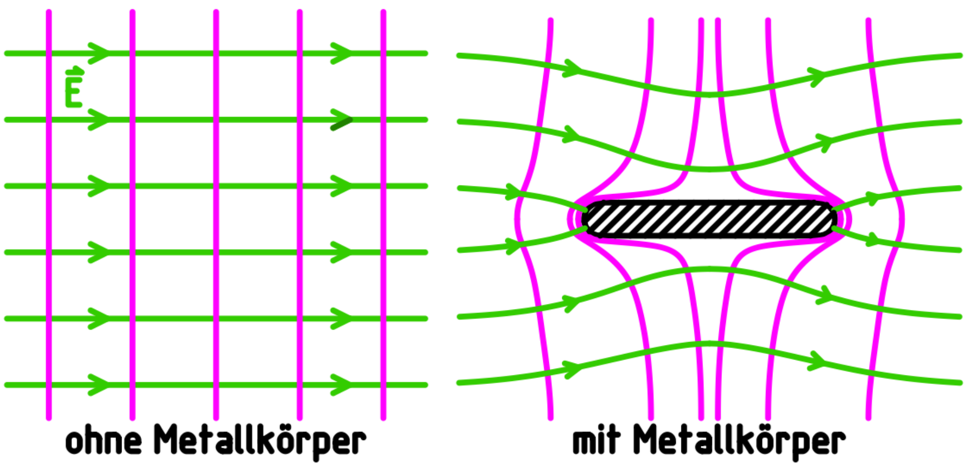
➔ Alle Punkte in einem Metall-Körper sind auf demselben elektrischen Potential.

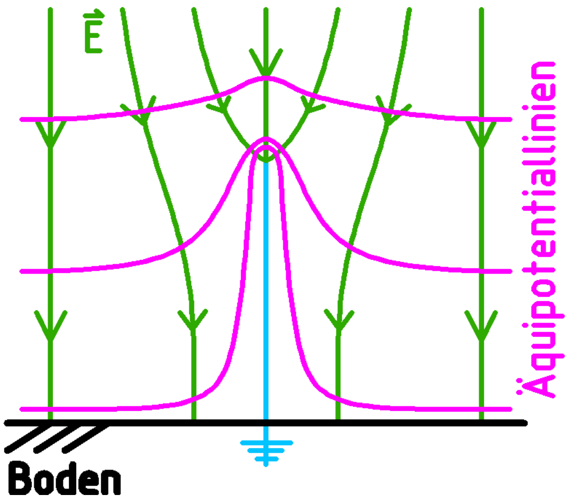
➔ M.a.W.: Wenn man zwei Punkte A und B mit einem metallischen Leiter verbindet, dann liegen die beiden Punkte auf dem selben Potential.



Dies kann man sich bei einem Blitzableiter zunutze machen. Die Spitze des geerdeten Blitzableiters liegt auf demselben Potential wie der Boden. Deshalb ist die Potentialdifferenz zwischen Blitzableiter und Wolke höher als zwischen einem Punkt gleicher Höhe und Wolke, und deshalb ist auch das elektrische Feld zwischen Blitzableiter und Wolke entsprechend stärker. Bringt man einen Körper aus Metall in ein elektrisches Feld wird dadurch also das elektrische Feld mit den Äquipotentiallinien beeinflusst.

Die Feldlinien werden zum Metall hin und ins Metall hinein gezogen. Die Äquipotentiallinien werden um das Metall herum geführt.



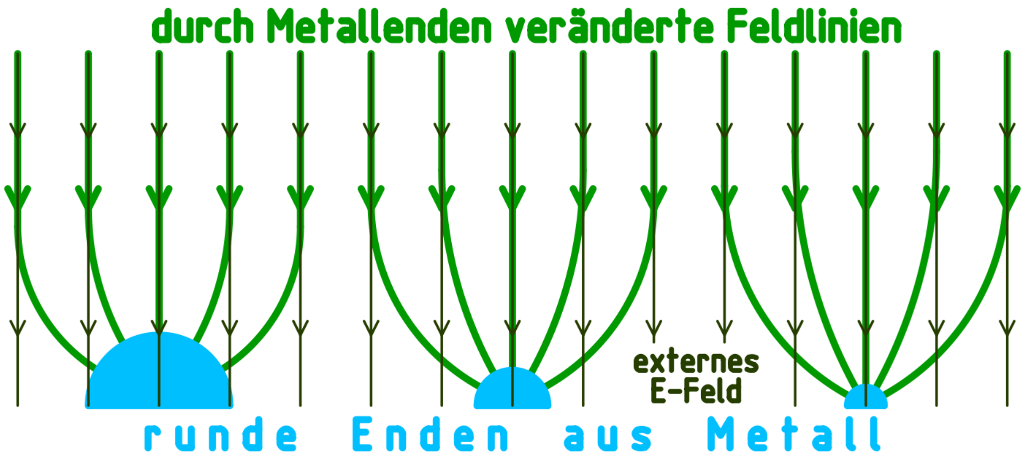


Beim Blitzableiter ist es allerdings so, dass er das Potential um seine Erdungsstelle nicht verändert, da der Boden selbst schwach leitend und Teil eines sehr großen Körpers ist. Deshalb wird das Potential der Erde am Blitzableiter entlang geführt.

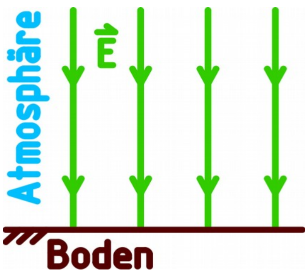
Alle Punkte in einem Metall-Körper besitzen also das gleiche elektrische Potential. Das gilt natürlich bis zum Rand des Metalls. Deshalb ist die Außenfläche eines Körpers aus Metall eine Äquipotentialfläche. Weil die elektrischen Feldlinien senkrecht zu den Äquipotentialflächen sind ...

➔ ... müssen die elektrischen Feldlinien am Rand eines Körpers aus Metall senkrecht auf der Oberfläche des Metalls stehen.

Hierzu noch ein kleines Beispiel. Weiter vorne hatten wir auch schon gesehen, dass elektrische Feldlinien ins Metall hineingezogen werden. Jetzt sind wir uns auch ganz sicher, dass sie senkrecht auf die Oberfläche treffen. Je kleiner der Krümmungsradius am Rand des Metalls (das hier sind lauter Halbkreise), desto enger laufen die Feldlinien am Metall zusammen. Deshalb ist das elektrische Feld am Rand umso stärker, je kleiner der Krümmungsradius ist. Die kleinsten Krümmungsradien haben Kanten, Ecken und Spitzen, in deren Nähe ist also das elektrische Feld am stärksten. Falls irgendwo die Durchschlagfestigkeit der umgebenden Luft überschritten wird, dann passiert das zuerst da, wo das elektrische Feld am stärksten ist, also an so einer Metallspitze. Deshalb sollten Sie dafür sorgen, dass ihr Blitzableiter gut zugespitzt ist, und dass die anderen Metallgegenstände auf ihrem Dach schön abgerundet sind. Außerdem muss der Blitzableiter natürlich geerdet sein <- siehe vorne.



Aufgabe 3.51:



Verursacht letztendlich durch ionisierende kosmische Strahlung (hauptsächlich von der Sonne) besitzt die Erde ein zur Oberfläche hin gerichtetes elektrisches Feld, das in der Nähe des Bodens ca. 130V/m beträgt.

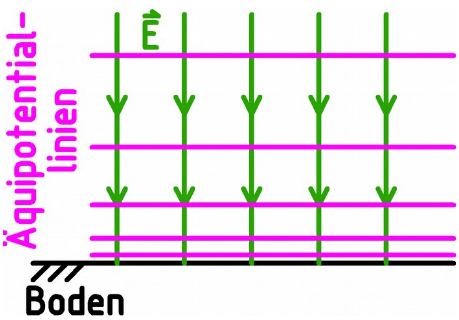
a) Wie ist die Erde (Boden) geladen?

b) Wie groß ist die Spannung zwischen dem Boden und einer Wolke in 1500m Höhe? (unter der Annahme eines homogenen elektrischen Feldes)

c) In Wirklichkeit nimmt die elektrische Feldstärke mit zunehmender Höhe ab (in 200km Höhe beträgt sie nur noch einige Volt pro km). Übertrage das Bild von oben auf dein Blatt und zeichne plausible Äquipotentiallinien ein.

Bemerkung: Bei genauen Zeichnungen müssen die benachbarte Äquipotentiallinien immer gleiche Potentialunterschiede haben, genauso wie auf einer Wanderkarte die Höhenlinien immer gleich Höhenunterschiede haben (z.B. alle 100m).

Lösung:

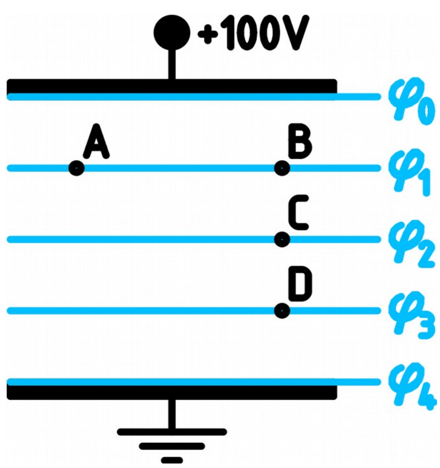


a) Die Feldlinien zeigen zum Erdboden hin, dieser muss also negativ geladen sein.

b) $U = E \cdot \Delta x = 130\text{V}/m \cdot 1500\text{m} = \underline{\underline{195\,kV}}$

c) Wegen der abnehmenden Feldstärke muss der Abstand zwischen den Äquipotentiallinien mit zunehmender Höhe immer Größer werden.

Aufgabe 3.52: ISB, Link-Ebene; Potential im homogenen E-Feld



Die Bild zeigt äquidistante Äquipotentiallinien im elektrischen Feld eines Plattenkondensators. Das Potential der Erde (Erdung) wird als Null angenommen.

a) Geben Sie die Potentiale φ_0 bis φ_4 an.

Eine negative Probeladung $q_1 = -4{,}0 \cdot 10^{-19} C$ werde im dargestellten elektrischen Feld verschoben. Geben Sie die Änderung der potentiellen Energie mit Vorzeichen (positiv bei Zunahme, negativ bei Abnahme) an bei ...

b) ... Verschiebung von C nach D.

c) ... Verschiebung von D nach C.

d) ... Verschiebung von A nach B.

e) ... Verschiebung von D nach A.

f) ... Verschiebung von D nach B.

Entscheiden und begründen Sie, ob die Aussagen richtig oder falsch sind:

g) Bei Verwendung einer positiven Probeladung $q_2 = +4{,}0 \cdot 10^{-19} C$ ändert sich bei den Ergebnissen von b) bis f) lediglich das Vorzeichen.

h) Bei Verwendung einer positiven Probeladung $q_2 = +4{,}0 \cdot 10^{-19} C$ ändert sich bei den angegebenen Potentialen φ_0 bis φ_4 das Vorzeichen.

i) Bei Anlegen einer Spannung von -100V an die obere Platte und unveränderter Erdung der unteren Platte ändert sich bei den Ergebnissen von b) bis f) lediglich das Vorzeichen.

<u>Lösungen:</u>

a) $\phi_0 = 100\text{V}$; $\phi_1 = 75\text{V}$; $\phi_2 = 50\text{V}$; $\phi_3 = 25\text{V}$; $\phi_4 = 0\text{V}$

b) $\Delta E_{pot} = +1{,}0 \cdot 10^{-17} J$, potentielle Energie wird größer

c) $\Delta E_{pot} = -1{,}0 \cdot 10^{-17} J$, potentielle Energie wird kleiner

d) $\Delta E_{pot} = 0$, Äquipotentiallinien

e) $\Delta E_{pot} = -2{,}0 \cdot 10^{-17} J$

f) $\Delta E_{pot} = -2{,}0 \cdot 10^{-17} J$

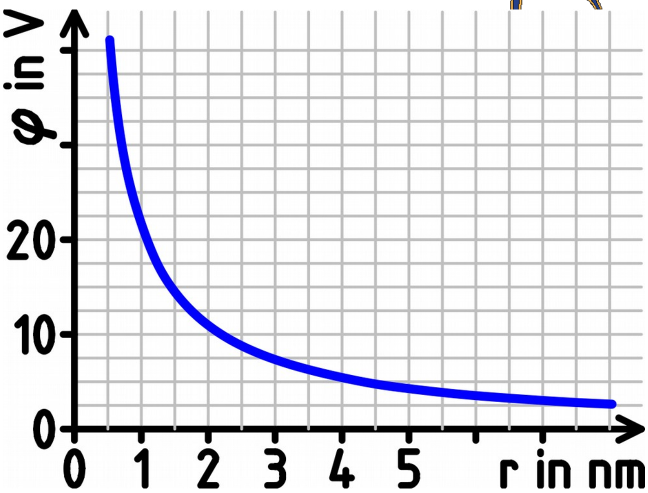
g) richtig; elektrische Kraft ändert ihre Richtung und deshalb muss jeweils auch in die andere Bewegungsrichtung Arbeit verrichtet werden

h) falsch; Potential ist von Probeladung unabhängig

i) richtig; das Potential der Erde ist Null

j) richtig; Begründung wie bei g)

Aufgabe 3.53:



Das Bild zeigt das Potential im Feld eines Atomkerns in Abhängigkeit vom Abstand.

a) Wie viele Protonen hat der Kern? Um welchen Atomkern handelt es sich? (Formeleinsetzübung)

b) Zeichne ein maßstabsgetreues Bild (1cm auf der Zeichnung entspricht 1nm in echt) des Elektrischen Feldes dieses Kerns mit Äquipotentiallinien im Abstand 5V.

c) Ein Elektron befindet sich in einem Abstand von 1,5 nm von diesem Kern und besitzt eine kinetische Energie von 10 eV. Wie viel Energie müsste man dem Elektron zuführen, damit es sich von dem Atomkern lösen kann?

Lösung:

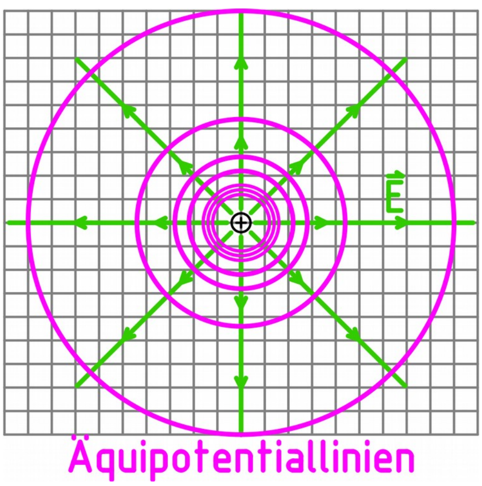
a) Aus Diagramm: $\varphi(1\cdot 10^{-9}\,m)\approx 22\,V$

$$\varphi=\frac{Q}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0\cdot r}$$

$$Q=\varphi\cdot 4\cdot\pi\cdot\epsilon_0\cdot r$$

$$Q=22\,V\cdot 4\cdot\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\,As/Vm\cdot 1\cdot 10^{-9}\,m$$

$\underline{Q=2{,}45\cdot 10^{-18}\,C\approx 15{,}3\,e}$ ⇒ Phosphor, P

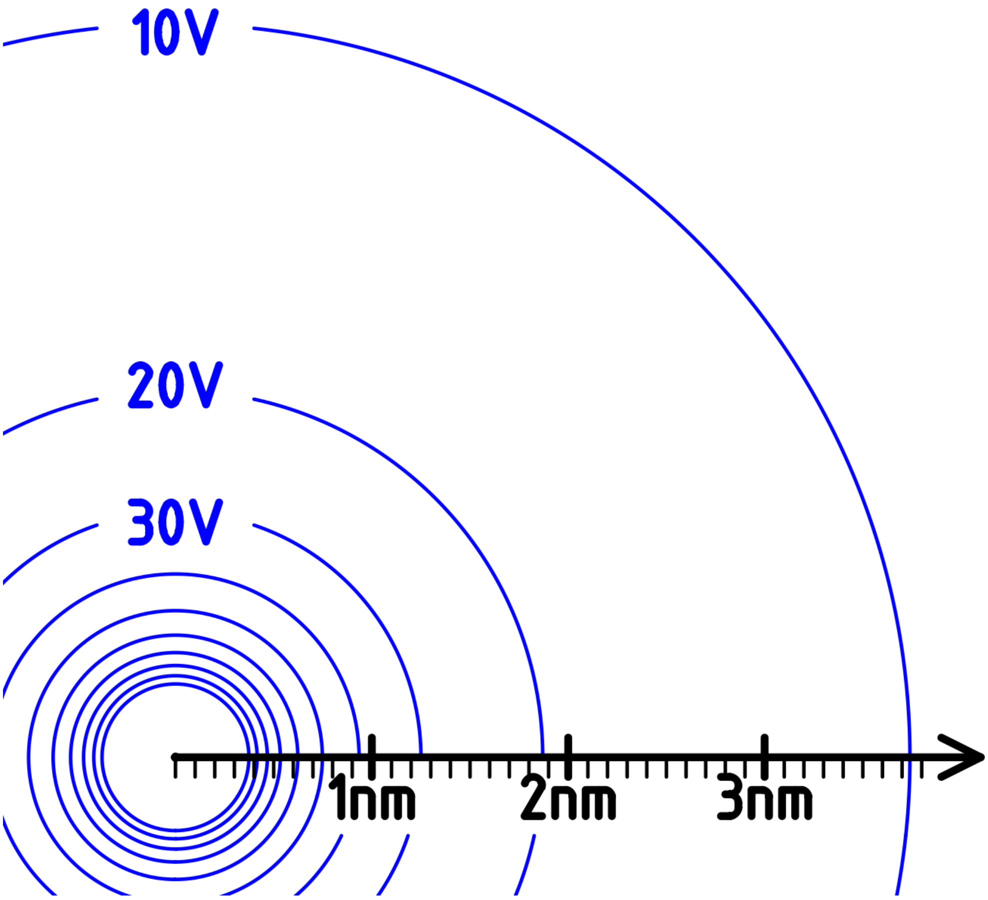


b) Das Feld muss von der offensichtlich positiven Ladung weg zeigen.

Die Radien für die Potentialwerte im Abstand von 5V ließt man aus dem Diagramm ab.

c) Aus dem Diagramm liest man ab: φ(1,5 nm) = 14 V; das gibt eine potentielle Energie von -14 eV und damit eine Gesamtenergie von -4 eV; d.h. man müsste dem Elektron 4 eV Energie zuführen, um es vom Atomkern zu lösen.

Aufgabe 3.54:



Das Bild zeigt die Äquipotentiallinien im Feld eines Atomkerns im Abstand 10V. Die inneren Linien sind nicht beschriftet, weil die Zeichnung hier zu eng ist.

a) Wie viel Protonen hat der Kern? Um welchen Kern handelt es sich? (Formeleinsetzübung)

b) Ein Alphateilchen befindet sich in großem Abstand von diesem Atomkern und besitzt eine kinetische Energie von 120eV. Wie nahe kann das Alphateilchen dem Kern kommen?

c) Ein Elektron befindet sich in 0,5nm Abstand vom Kern und hat eine kinetische Energie von 30eV. Wie weit kann sich das Elektron von diesem Kern entfernen?

d) Zeichne ein skaliertes Diagramm, für das Potential im Feld dieses Kerns in Abhängigkeit vom Abstand (1cm entspricht 1nm; 1cm entspricht 10V).

Lösung:

Aus Diagramm: $\varphi(3{,}75\cdot 10^{-9}\,m)\approx 10\text{V}$

a) $\varphi=\dfrac{Q}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0\cdot r}$ → $Q=\varphi\cdot 4\cdot\pi\cdot\epsilon_0\cdot r=10\,V\cdot 4\cdot\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\,As/Vm\cdot 3{,}75\cdot 10^{-9}\,m$

$Q=4{,}17\cdot 10^{-18}\,C\approx 26\,e$ ⇒ Eisen, Fe

b) kleinster Abstand -> kinetische Energ. komplett in potentielle Energ. umgewandelt

$$E_{pot}=120\,eV=q\cdot\varphi=2\cdot e\cdot\varphi \rightarrow \varphi=\frac{120\text{eV}}{2\,e}=\underline{60\text{V}}$$

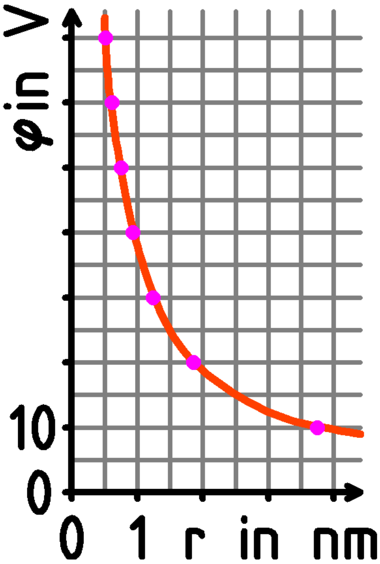
Diagramm -> r = 0,6nm, bis auf r = 0,6 nm kann sich das Alphateilchen also nähern.

c) Diagramm → $\varphi(r=0{,}5\,nm)\approx 75\mathrm{V}$. Gesamtenergie des Elektrons gibt dann (Vorsicht: Ladung des Elektrons ist negativ!!)

$$E_{pot}=\varphi\cdot q=75\mathrm{V}\cdot(-1\,e)=-75\,eV$$
$$E_{ges}=E_{pot}+E_{kin}=-75\mathrm{eV}+30\mathrm{eV}=\underline{-45\mathrm{eV}}$$

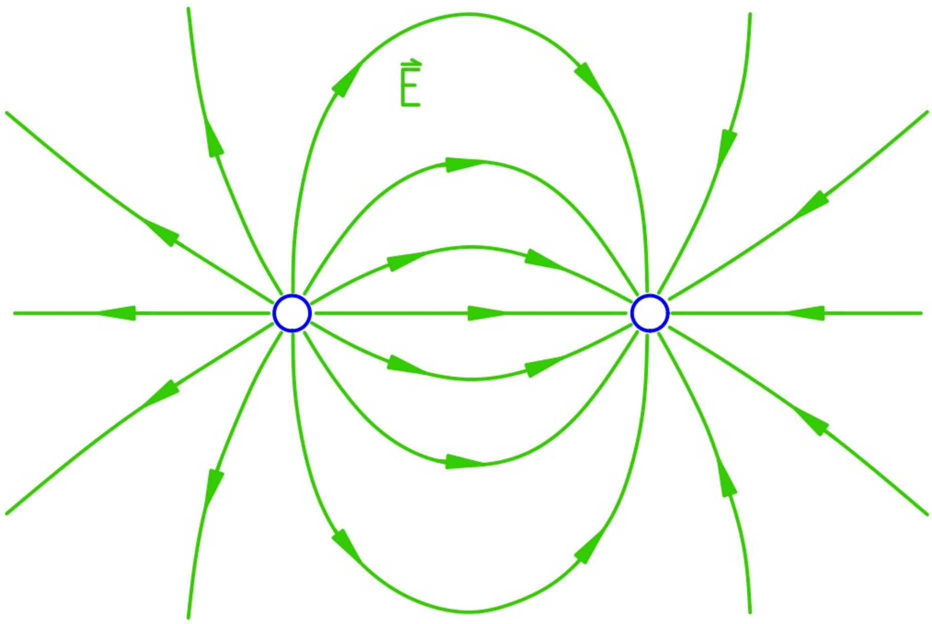
Maximale Entfernung vom Kern hat das Elektron, wenn seine gesamte Energie im Form von potentielle Energie vorliegt. Das ist der Fall bei einem Wert des Potentials von 45V, also bei einem Abstand von ca. 0,82nm.

d) Werte ablesen -> Diagramm



Aufgabe 3.55: ISB, Link-Ebene im Lehrplan; Äquipotentiallinien

Das Bild zeigt den Feldlinienverlauf zweier Punktladungen.



a) Entscheide, ob es sich um zwei gleichnamige oder ungleichnamige Ladungen handelt und trage die Vorzeichen der Ladungen ein. Beachte die Richtung der Feldlinien.

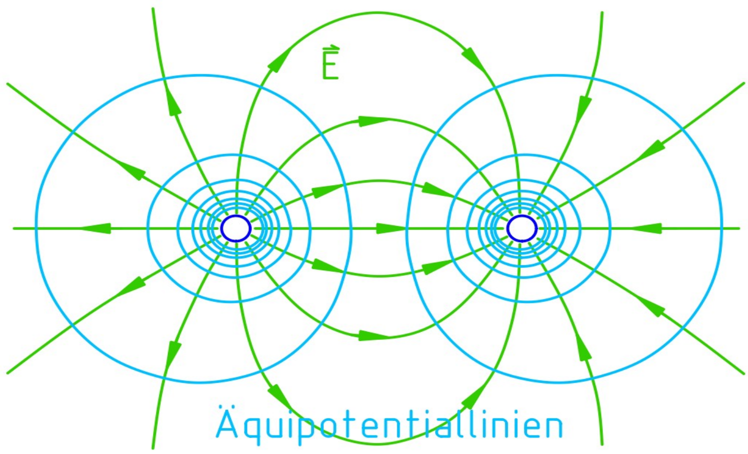
b) Gebe verschiedene Kriterien an, denen Äquipotentiallinien bei gegebenem Feldlinienverlauf gerecht werden müssen.

c) Trage den Verlauf der Äquipotentiallinien in die Zeichnung ein.

Lösung:

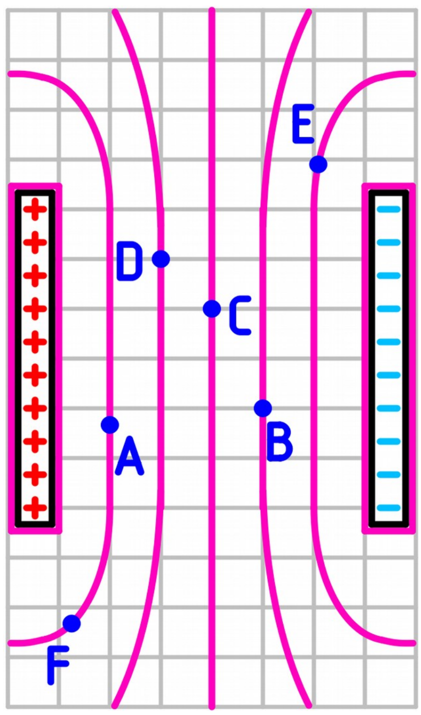
a) Die Feldlinien zeigen von der linken Ladung weg und zur rechten Ladung hin. Deshalb muss die linke Ladung positiv und die rechte negativ sein.

b) Äquipotentiallinien stehen immer senkrecht auf den Feldlinien und liegen um so enger beieinander, je stärker das Feld ist (also je dichter die Feldlinien sind).



c) siehe Bild; da das elektrische Feld zwischen den Ladungen stärker ist als außerhalb, müssen die Äquipotentiallinien zwischen den Ladungen enger beieinander liegen als außerhalb. Sehr nahe bei einer der Ladungen sehen die Äquipotentiallinien fast genauso aus, wie im Feld einer einzigen Ladung.

Aufgabe 3.56: Idee aus Abi 2015



Das Bild zeigt die Äquipotentiallinien im Feld eines Kondensators inklusive der Inhomogenitäten an den Plattenrändern. Ein Kästchen in der Zeichnung entspricht 5,0 mm. An der negativen Platte ist das Potential gleich Null. Der Punkt A liegt auf einem Potential von 20V.

a) Bestimme jeweils das Potential an den Punkten B, C ... bis F. Wie groß ist die Spannung, die am Kondensator anliegt?

b) Wie erkennt man am Bild, dass das elektrische Feld im Innern der Platten sehr gut homogen ist?

c) Zeichne die elektrischen Feldlinien durch die Punkte A, E und F im Bild ein.

d) Bestimme die Feldstärke im Innern des Kondensators, z.B. bei A.

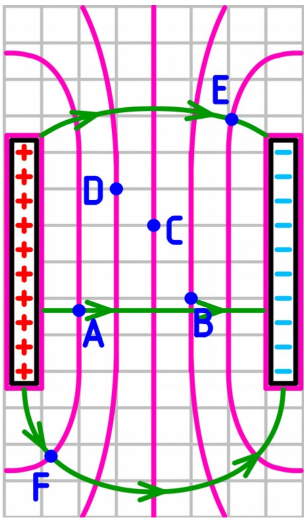
e) Bestimme unter Benutzung der beiden benachbarten Äquipotentiallinien einen Näherungswert für die elektrische Feldstärke im Punkt F.

Lösung:

a) 20 V entsprechen 5 Potentialabständen, also entspricht ein Potentialabstand 4 V.

B: 8 V; C: 12 V; D: 16 V; E: 4 V; F: 20 V (auf einer Äquipotentiallinie mit A)

Die anliegende Spannung sind 6 Potentialabstände, also 24 V.



b) Im Innern sind die Äquipotentiallinien parallel -> die elektrischen Feldlinien zeigen alle in dieselbe Richtung (senkrecht zu den Äquipotentiallinien)

Zwischen benachbarten Äquipotentiallinien ist immer derselbe Abstand (5 mm) -> das E-Feld ist überall gleich stark

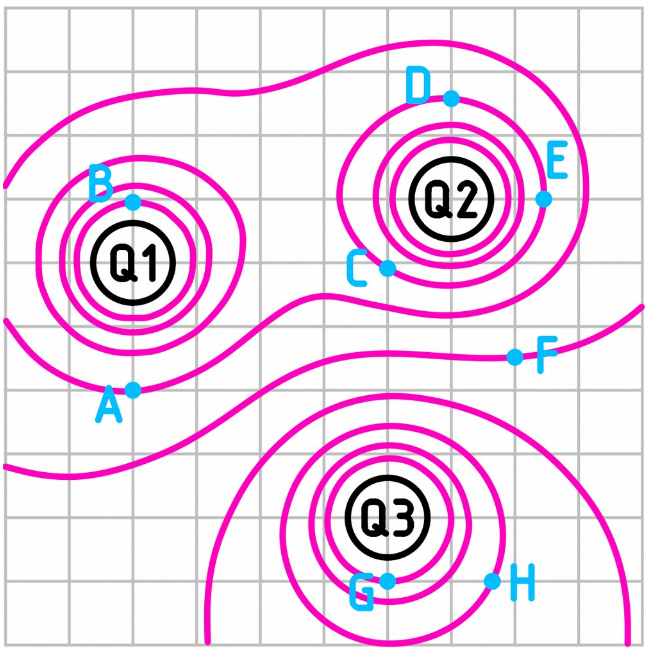
c) siehe Bild; beachte -> senkrecht zu den Äquipotentiallinien

d) A liegt im homogenen Feld; E = 24V/0,03m = 800 V/m

e) Die Feldlinie durch F braucht ungefähr 2 cm um zwei Potentialabstände zu durchqueren; E = 8V/0,02m = 400 V/m

Aufgabe 3.57:

Das Bild zeigt Äquipotentiallinien im Feld von drei Punktladungen. Ein Kästchen im Bild entspricht 5,0 µm.



a) Begründe mit Hilfe des Bildes, dass Q1 und Q2 gleiches Vorzeichen haben, und dass Q3 entgegengesetztes Vorzeichen hat.

b) Der Punkt A liegt auf einem Potential von 2,0 V, der Punkt B auf 8,0 V. Begründe, welches Vorzeichen Q1 hat und gib die Potentialdifferenz zwischen benachbarten Äquipotentiallinien an.

c) Gib die Potentiale in den Punkten C bis H an.

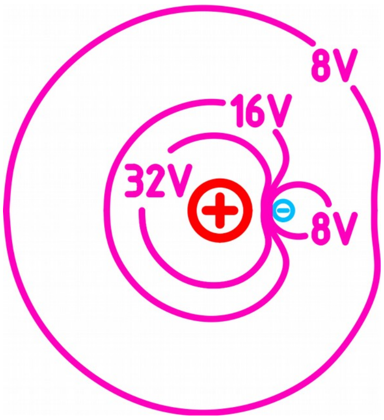
d) Begründe, dass die drei Ladungen Q1 bis Q3 betragsmäßig gleich groß sind.

e) Zeichne die elektrischen Feldlinien durch die Punkte A, B, C und F ein.

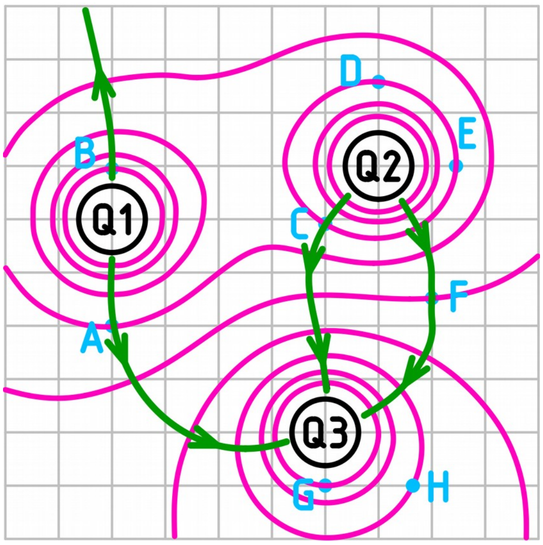
f) Bestimme unter Benutzung der zwei benachbarten Äquipotentiallinien einen Näherungswert für die elektrische Feldstärke in den Punkten E und A.

Lösung:

a) Die Äquipotentiallinien verlaufen zwischen Q1 und Q2 in größerem Abstand als außerhalb der Verbindungsgerade der beiden -> das E-Feld ist also zwischen den Ladungen schwächer als außerhalb -> die Felder der beiden Ladungen wirken zwischen den Ladungen gegeneinander und verstärken sich außerhalb -> gleichnamige Ladungen. Zwischen Q2 und Q3 ist es umgekehrt -> ungleichnamige Ladungen



Bemerkung: Manche Schüler glauben, die Tatsache, dass die Äquipotentiallinie durch A die beiden Ladungen Q1 und Q2 umschließt, lässt auf irgendetwas schließen. Das ist nicht der Fall. Zur Abschreckung das nebenstehende Bild einiger Äquipotentiallinien im Feld zweier Ladungen, +4 C und -1 C. Hier werden die beiden ungleichnamigen Ladungen von der außen liegenden Äquipotentiallinie mit 8V umschlossen. Auch hier liegen die Äquipotentiallinien zwischen den Ladungen jedoch enger als links und rechts davon. Dass in dieser Aufgabe die Äquipotentiallinie durch F anscheinend die Ladung Q3 von Q1 und Q2 trennt zeigt genauso wenig.



b) Wenn man sich Q1 nähert nimmt das positive Potential noch zu -> Q1 ist positiv. Zwischen A und B sind 3 Potentialabstände, bzw. 6 Volt. d.h. ein Potentialabstand ist genau 2,0 V.

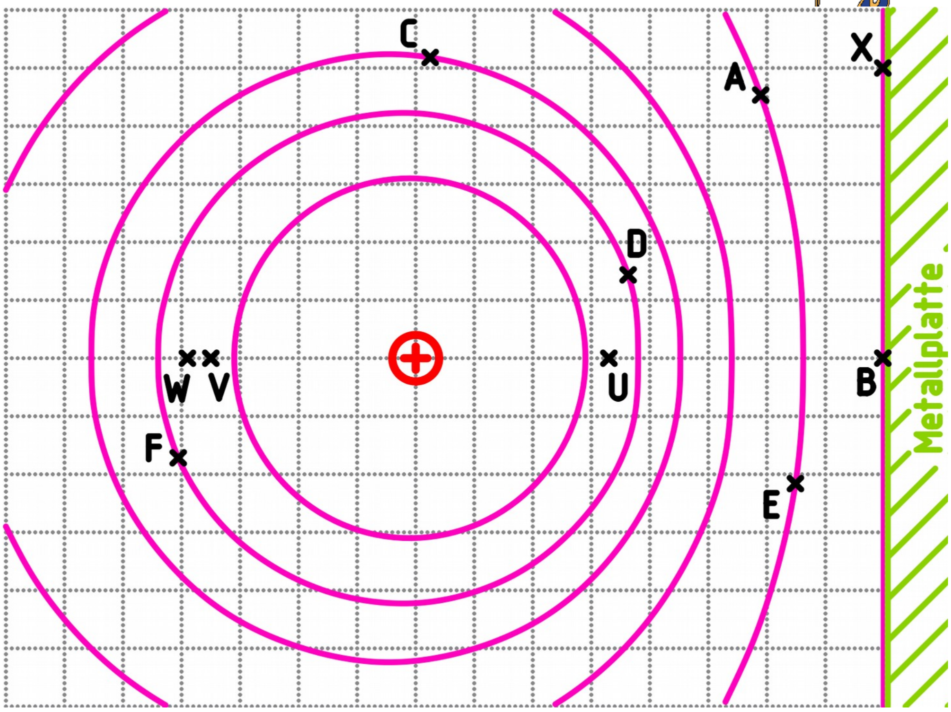
c) C, D, E: 4,0 V <- auf einer Äquipotentiallinie; F: 0,0 V; G: -8,0 V; H: -4,0 V

d) Bei allen drei Ladungen ist im Abstand von 5,0 μm von der Punktladung ein Potential von +8 Volt bzw. -8 Volt. Deshalb müssen die drei Ladungen gleich groß sein.

e) siehe Bild; senkrecht zu den Äquipotential.

f) E: $E = 4{,}0\,V/5\cdot 10^{-6}\,m = \underline{8{,}0\cdot 10^{5}\,V/m}$ A: $E = 4{,}0\,V/8\cdot 10^{-6}\,m = \underline{5{,}0\cdot 10^{5}\,V/m}$

Aufgabe 3.58:



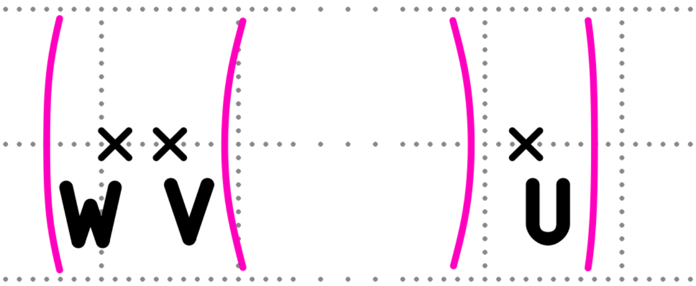
Eine positive Ladung befindet sich vor einer Metallplatte. Das Bild zeigt die Äquipotentiallinien in dem entstandenen Feld. Die Äquipotentiallinie durch den Punkt U ist nicht eingezeichnet, eine Äquipotentiallinie fehlt also. Ein Kästchen im Bild entspricht 1,0 cm in Wirklichkeit. Die kleinen Punkte des Gitters haben einen Abstand von 1 mm. Die Metallplatte ist geerdet, Der Erdboden wird als Potential-Nullpunkt definiert, im Boden ist das Potential also gleich Null. Der Punkt A liegt auf einem Potential von 2,0V.

a) Gib die Potentiale der Punkte B bis F an.

b) Begründe mit Hilfe der gegebenen Abbildung, dass das elektrische Feld rechts von der positiven Ladung stärker ist als links davon. Argumentiere auch zahlenmäßig.

c) Zeichne die elektrischen Feldlinien durch die Punkte A bis F ein.

d) Bestimme mit Hilfe des Bildes näherungsweise die elektrische Feldstärke im Punkt E. Benutze dazu beide benachbarten Äquipotentiallinien.



e) Begründe, dass die fehlende Äquipotentiallinie durch den Punkt U auf der linken Seite rechts vom Punkt W und links vom Punkt V verlaufen muss. Die Vergrößerung soll der besseren Ablesbarkeit dienen.

f) Im Punkt X, direkt am Rand der

Metallplatte beträgt die elektrische Feldstärke 0,10 kV/m. Die Feldstärke des Teilfeldes nur der Punktladung beträgt an diesem Punkt 0,06 kV/m. Fertige eine maßstabsgetreue Zeichnung (Maßstab 1 : 2) mit der positiven Ladung und dem Punkt X an. Bestimme nun zeichnerisch den elektrischen Feldvektor des Teilfeldes der Influenzladung der Metallplatte im Punkt X und gibt die Feldstärke des Influenzfeldes im Punkt X an.

g) Mache aufgrund der Richtung des Influenzfeldes eine begründete, qualitative Aussage über die Vorzeichen der Influenzladungen am linken Rand der Platte und über ihre Verteilung am Rand der Platte.

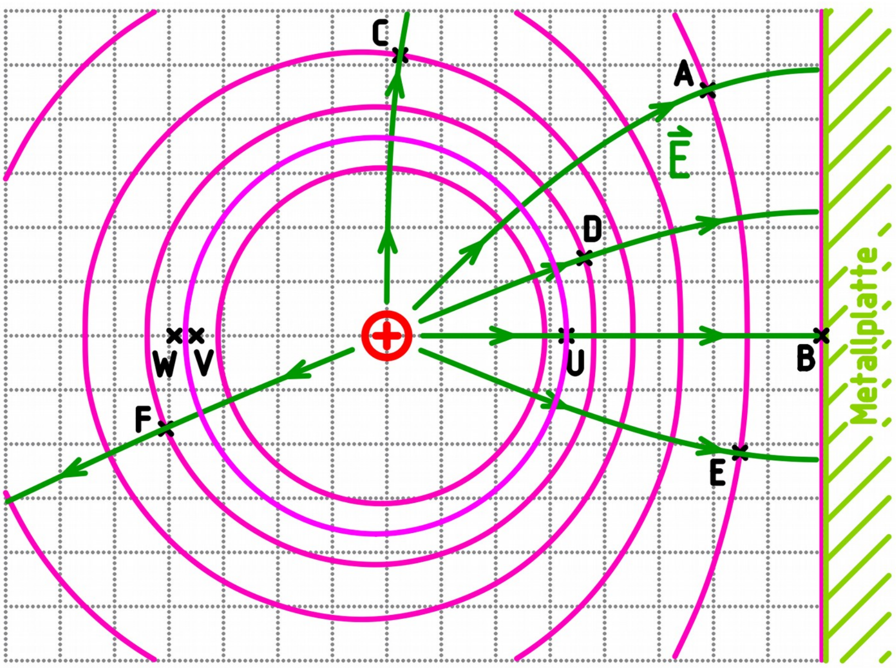
h) Bestimme aus den vorliegenden Informationen die Größe der Punktladung.

Lösung:

a) B: 0 V ; C: 6 V ; D: 8 V ; E: 2 V ; F: 8 V

b) Die Abstände der Äquipotentiallinien sind links von der positiven Ladung größer als zwischen Ladung und Metallplatte. Zum Beispiel ist der Abstand zwischen der 4 Volt-Linie und der 6 Volt-Linie rechts weniger als 1 cm, links deutlich mehr als 1 cm (die 4 Volt-Linie ist links auf der horizontalen gar nicht mehr zu sehen).

c) siehe Bild; senkrecht zu den Äquipotentiallinien, d.h. natürlich auch senkrecht auf der Metallplatte



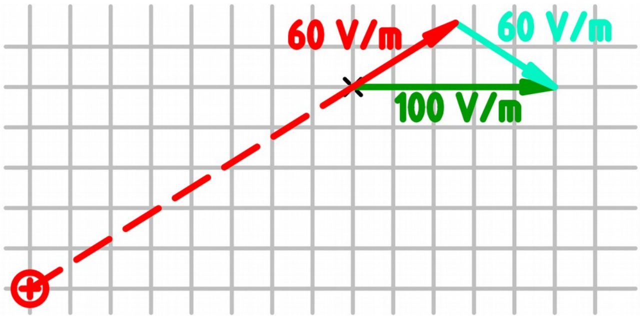
d) Die Feldlinie durch E von 0 V bis 4 V ist ungefähr 3 cm lang

$E = \Delta\varphi / \Delta x = 4V / 0{,}03m$

$E = 133$ V/m

e) Der Punkt U muss auf einem Potential von 10 V zwischen der 8 V-Linie und der 12 V-Linie liegen. Der Abstand zur 8 V-Linie beträgt auf der Seite der Metallplatte 5 mm. Weil das Feld auf der linken Seite schwächer ist, muss der Abstand zur 8 V-Linie dort größer sein, die 10 V-Linie muss also rechts von W verlaufen. Der Abstand zur 12 V-Linie beträgt auf der Seite der Metallplatte 4 mm, muss also auf der linken Seite größer als 4 mm sein, deshalb muss die 10 V-Linie links von V verlaufen.

f) Das Gesamtfeld ist senkrecht auf der Platte, also exakt horizontal; der Feldvektor vom Teilfeld der Punktladung hat radiale Richtung von der Ladung aus; ergänzen liefer den Feldvektor des Feldes der Influenzladung; Influenzfeldstärke ist ca. 60 V/m (die Werte sind grob gerundet, sonst wären die Teilfeldstärke am Rand der Platte exakt gleich).



g) Da das Influenzfeld nach rechts zeigt, muss der linke Rand der Platte negativ geladen sein. Weil im Punkt X das Influenzfeld nach unten zeigt, muss die negative Influenzladung in der Mitte der Platte - also auf der Höhe der Punktladung - dichter sein als außerhalb (außerhalb -> oben und unten).

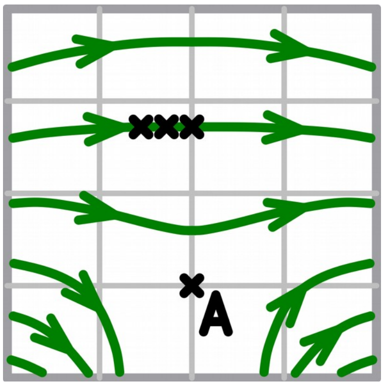
h) Feldstärke im Punkt X ist 60 V/m; Abstand zum Punkt X

$r=\sqrt{0{,}08^2\,m^2+0{,}05^2\,m^2}=\underline{0{,}094\,m}$; damit geht man in die Feldstärke-Formel

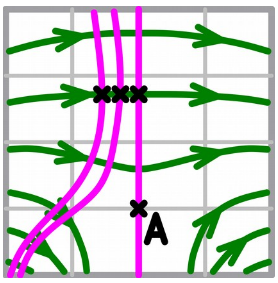
$E=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^2}$ → $Q=4\cdot\pi\cdot\epsilon_0\cdot r^2\cdot E=4\cdot\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\,As/Vm\cdot 0{,}094^2\,m^2\cdot 100\,V/m=\underline{98\,pC}$

<u>Aufgabe 3.59:</u>

Das Bild zeigt einen Ausschnitt eines komplexeren elektrischen Feldes. Ein kleiner Bereich um Punkt A ist nahezu feldfrei. Am stärksten ist das Feld in den unteren Ecken des Bildes, in der oberen Hälfte ist es schwächer.



Zeichne die Äquipotentiallinien durch die in der oberen Hälfte des Bildes markierten drei Punkte ein.



<u>Lösung:</u>

Leider kein Platz mehr für großes Bild -> Ansicht vergrößern; sehr großer Abstand um den Punkt A; links unten sehr eng beieinander; senkrecht zu den Feldlinien.

3.9 Potential im Feld einer Punktladung, Formel

Für das Potential im Feld einer Punktladung Q im Abstand r vom Mittelpunkt der Ladung gilt

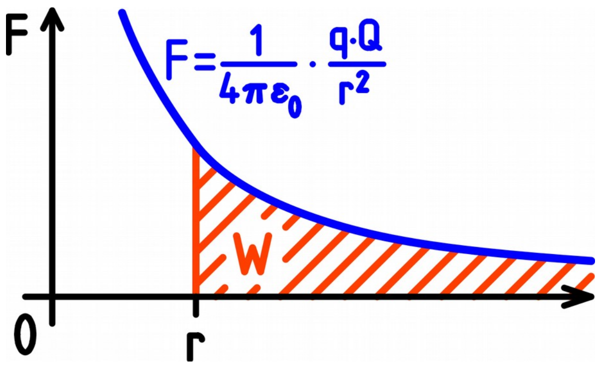
$$\varphi = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

In den obigen Abschnitten haben wir für dieses r immer ein x geschrieben. Das spielt natürlich keine Rolle. Für die potentielle Energie der Ladung q im Abstand r von der Ladung Q gilt dann

$$E_{pot} = \varphi \cdot q = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r}$$

- In die Potential- und Energie-Formeln immer alle Ladungen mit dem richtigen Vorzeichen einsetzen. Potentielle Energie ist oft negativ und das ist beim Rechnen natürlich wichtig.

Wollte man die Formel für das Potential ausrechnen, dann müsste man die potentielle Energie einer positiven Ladung q von 1C im Abstand r von Q ausrechnen.



Dafür müsste man die von unendlich bis r überstrichene Fläche im r-F-Diagramm ausrechnen, denn die zu verrichtende Arbeit - um die +1C von unendlich bis nach r zu bringen - ist gleich der potentiellen Energie.

Das wäre eigentlich gar nicht so schwierig, aber dafür braucht man Integralrechnung, was Sie erst in der 12ten Klasse lernen.

- Weil das schon mal im G8-Abi dran war, kommen jetzt ein paar Rechenaufgaben dazu.

Aufgabe 3.60: Rechnen mit der Potential-Formel

a) Wasserstoffatom: Das Elektron im Wasserstoffatom hat einen mittleren Abstand von 0,053 nm vom Proton. Es besitzt eine kinetische Energie von 13,5 eV.

Berechne die potentielle Energie des Elektrons im Feld des Protons.

Berechne die Ionisierungsenergie des Wasserstoffatoms.

b) Rutherford: Ein Alphateilchen befindet sich in großer Entfernung (d.h. potentielle Energie gleich Null) von einem Goldatomkern (Q = 79 e) und besitzt eine kinetische Energie von 5 MeV. Das Alphateilchen bewegt sich zentral auf den Goldatomkern zu. In welcher Entfernung vom Atomkern kehrt das Alphateilchen um und fliegt wieder weg?

Zum Vergleich Kernradius Goldatomkern: ca. 8 fm

c) Gewitterblitz: Ein Blitz entsteht nur, wenn eine ausreichende Spannung zwischen Wolke und Erdboden vorhanden ist. Im Modell nehmen wir die Wolke als Punktförmige Ladung an. Der Abstand von diesem Ladungsmittelpunkt zum Erdboden ist 1,5 km und die Spannung zwischen Wolke und Erdboden beträgt 300 MV.

Schätze mit Hilfe der Formel für das Potential einer Punktladung die Gesamtladung der Wolke ab.

Während der 25 µs lange dauernden Hauptentladung des Blitzes gibt die Wolke ca. 1% ihrer Ladung an den Erdboden ab. Berechne die Stromstärke dieser Hauptentladung.

d) K°-Meson: Ein Down-Quark (Ladung + (1/3) e) und ein Anti-Strange-Quark (Ladung - (1/3) e) bilden ein K°-Meson. Das Meson besitzt eine potentielle Energie von ca. -160 keV. Berechne daraus den mittleren Abstand zwischen Down-Quark und Anti-Strange-Quark.

e) Virialsatz: Ein Kaliumatom besitzt ein einzelnes Außenelektron. Wir betrachten das Außenelektron als ein an den Atomrumpf (Ladung +1e) gebundenes Elektron. Den Atomrumpf nähern wir als Punktförmige Ladung. Die Ionisierungsenergie für das Außenelektron beträgt 4,35 eV, das ist also die Bindungsenergie. Laut Virialsatz ist die mittlere potentielle Energie des gebundenen Elektrons betragsmäßig doppelt so groß wie die Bindungsenergie.

Bestimme die mittlere potentielle Energie und die mittlere kinetische Energie des gebundenen Elektrons.

Bestimme den mittleren Abstand, den das Elektron zum Mittelpunkt des Atomrumpfes hat.

Lösung:

a) $$E_{pot} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{-1e \cdot 1e}{r} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\, As/Vm} \cdot \frac{-(1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C)^2}{0{,}053 \cdot 10^{-9}\, m}$$

$$\underline{\underline{E_{pot} = -4{,}34 \cdot 10^{-18}\, J = -27{,}1\, eV}}$$

$$E_{ges}=E_{pot}+E_{kin}=-27{,}1\,eV+13{,}5\,eV=\underline{-13{,}6\,eV}$$

Die Gesamtenergie des gebundenen Elektrons ist also -13,6 eV. Zur Ionisierung muss man aus dem gebundenen Elektron ein freies Elektron machen, d.h. die Gesamtenergie des Elektrons muss mindestens auf Null gesteigert werden

-> Ionisierungsenergie = 13,6 eV

b) Am Umkehrpunkt ist die ganze kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt worden.

$$E_{kin}=E_{pot}=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\frac{q\cdot Q}{r}\ \rightarrow\ r=\frac{q\cdot Q}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0\cdot E_{kin}}=\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}C\cdot 79\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}C}{4\cdot\pi\cdot 8{,}85\,As/Vm\cdot 5\cdot 10^{6}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}J}=\underline{\underline{45\,fm}}$$

c) $$\phi=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\frac{Q}{r}\ \rightarrow\ Q=\phi\cdot 4\cdot\pi\cdot\epsilon_0\cdot r=300\cdot 10^{6}\,V\cdot 4\cdot\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\,As/Vm\cdot 1500\,m=\underline{\underline{50\,C}}$$

$$I=\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{0{,}01\cdot 50\,C}{25\cdot 10^{-6}\,s}=\underline{\underline{20\,kA}}$$

d) $$E_{pot}=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r}\ \rightarrow\ r=\frac{q_1\cdot q_2}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0\cdot E_{pot}}=\frac{-(1/3)\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}C\cdot(1/3)\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}C}{4\cdot\pi\cdot 8{,}85\,As/Vm\cdot(-160)\cdot 10^{3}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}J}=\underline{\underline{1{,}0\,fm}}$$

e) Mittlere potentielle Energie ist -8,7 eV; mittlere kinetische Energie ist +4,35 eV.

$$E_{pot}=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r}\ \rightarrow\ r=\frac{q_1\cdot q_2}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0\cdot E_{pot}}=\frac{-1{,}6\cdot 10^{-19}C\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}C}{4\cdot\pi\cdot 8{,}85\,As/Vm\cdot(-8{,}7)\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}J}=\underline{\underline{0{,}17\,nm}}$$

3.10 Schlussbemerkung: Elektrostatik

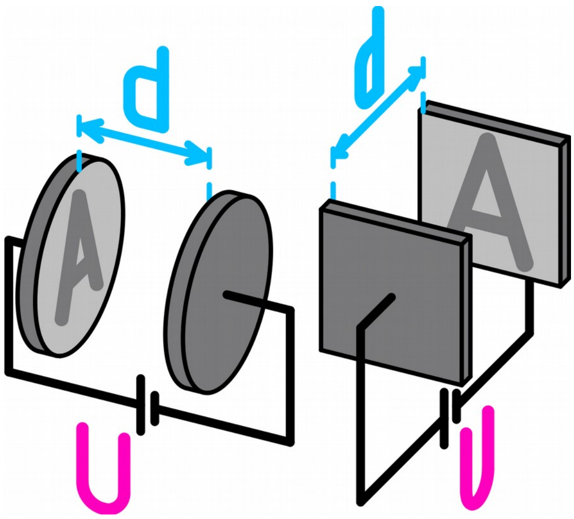
Alles was wir bisher besprochen haben gilt in Strenge nur, wenn die elektrischen Ladungen in Ruhe sind und wenn die Körper, die sich in den elektrischen Feldern befinden im Gleichgewicht sind. Das wird aber beim Arbeiten keine Probleme machen, weil in den Situationen die wir betrachten alles das was wir brauchen trotzdem stimmt, auch wenn die Ladungen sich bewegen.

Ausnahme: elektrischer Strom

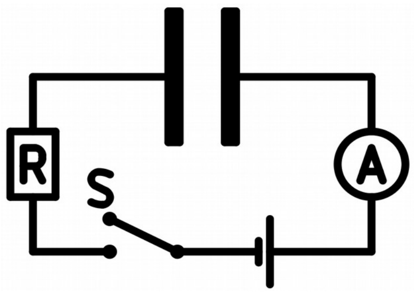
Damit ein elektrischer Strom fließt, muss auf die Elektronen permanent eine Kraft wirken, um den ohmschen Widerstand auszugleichen. Dazu muss es ein elektrisches Feld im Leiter geben. Elektrischer Stromfluss ist ein permanenter Ungleichgewichtszustand, der mit Gewalt von der Spannungsquelle aufrechterhalten werden muss.

4 Kondensator: Ladung und Energie

Die wesentlichen Parameter eines Plattenkondensators sind seine Platten-Fläche A und sein Plattenabstand d. Damit mit dem Kondensator was passiert, muss man ihn noch an eine Spannung U anschließen.



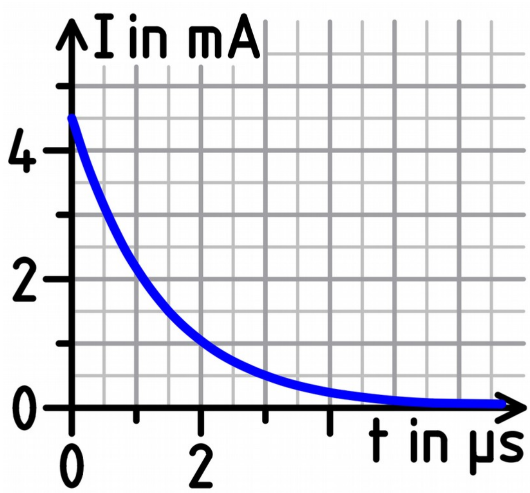
4.1 Ladung



Zuerst messen wir die auf dem Kondensator liegende Ladung Q in Abhängigkeit von der anliegenden Spannung U. Zum qualitativen Nachweis von Ladungen kann man zum Beispiel ein Elektroskop nehmen. Für eine quantitative Messung muss man die Stromstärke beim Aufladen in Abhängigkeit von der Zeit messen. Dazu muss man die Schaltung im Bild aufbauen.

Aufgabe 4.61:

Das Diagramm rechts zeigt die Stromstärke beim Aufladen eines Kondensators.



a) Erkläre, weshalb die Stromstärke beim Aufladen immer kleiner wird.

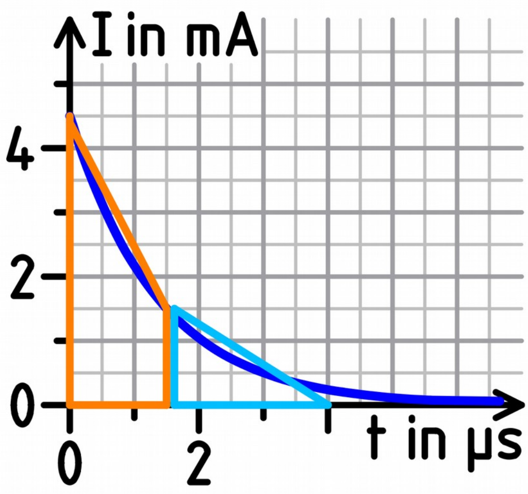
b) Bestimme aus dem t-I-Diagramm die Größe der auf den Kondensator aufgebrachten Ladung.

Lösung:

a) Je länger der Stromfluss andauert, desto größer werden die auf den Kondensatorplatten liegenden Ladungen. Die Ladung auf der negativen Platte stößt die neu ankommenden Ladungen ab und behindert so den Stromfluss. Die Ladung auf der positiven Platte übt eine anziehende Kraft auf die frei beweglichen Elektronen aus und behindert so das weitere Elektronen abfließen. Wegen der immer stärker werdenden Behinderung des Stromflusses wird die Stromstärke immer kleiner.

b) rotes Trapez:

$$Q_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(4{,}5 \cdot 10^{-3}\,A + 1{,}5 \cdot 10^{-3}\,A\right) \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6}\,s$$
$$\underline{Q_1 = 4{,}5 \cdot 10^{-9}\,As}$$



blaues Dreieck:

$$Q_2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}\,A \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6}\,s = \underline{1{,}8 \cdot 10^{-9}\,As}$$

$$Q_{ges} = 4{,}5 \cdot 10^{-9}\,As + 1{,}8 \cdot 10^{-9}\,As \approx \underline{6 \cdot 10^{-9}\,As}$$

Auf diese Weise kann man also die aufgebrachte Ladung messen. Solche Flächen-Berechnungen werden durch elektronische Schaltungen realisiert, so dass man am Messgerät direkt die Ladung ablesen kann.

Aufgabe 4.62:

In einem Versuch wird die Größe der Ladung eines Plattenkondensators in Abhängigkeit der angelegten Spannung gemessen. Der Versuch liefert die Tabelle rechts.

U in V	20	32	44	56
Q in pAs	17	27	37	48

Zeige, dass die Größe der aufgebrachten Ladung direkt proportional zur anliegenden Spannung ist. Bestimme den Proportionalitätsfaktor und gib den Funktionalen Zusammenhang von Q in Abhängigkeit von U an.

Lösung:

Wir bestimmen die Quotienten Q/U. Diese ergeben in pAs/V die Werte

0,85 ; 0,84 ; 0,84 ; 0,86

Die Quotienten sind ziemlich genau gleich, also ist $Q \sim U$ und der Proportionalitätsfaktor ist 0,85pAs/V (Mittelwert).

Der Funktionale Zusammenhang ist dann gegeben durch $Q = 0{,}85\,\text{pAs/V} \cdot U$.

4.2 Kapazität, C

Die Proportionalität von Q und U gilt ganz allgemein. Die Proportionalitätskonstante ist allerdings abhängig vom Kondensator, also für jeden Kondensator anders.

Definition: Kapazität, C

Das ist die wichtige Kennzahl eines Kondensators.

$$C=\frac{Q}{U}$$

$$[C]=1\frac{C}{V}=1F \quad \text{(Farad)}$$

- ☠ Das dürfen wir nur deshalb definieren weil wir schon wissen, dass Q und U direkt Proportional sind. Sonst würde ja bei ein und demselben Kondensator bei verschiedenen Q jedes mal was anderes raus kommen. Da das aber nicht so ist sagt man die Größe ist "wohldefiniert".

- ➔ Die Kapazität gibt die Ladung des betreffenden Kondensators an, wenn an ihm eine Spannung von 1V anliegt.

- ➔ Die Gleichung kann man natürlich auch benutzen, um Ladung oder Spannung auszurechnen, wenn man die anderen beiden Größen kennt.

$$Q=C\cdot U \qquad U=\frac{Q}{C}$$

Die Kapazität eines Kondensators ist sicher abhängig von Platten-Fläche A und Plattenabstand d. Aber in welcher Weise?

Aufgabe 4.63:

Im ersten Versuch lassen wir den Plattenabstand konstant bei 1,0cm und die Spannung bei 80V. Gemessen wird die Ladung in Abhängigkeit der Platten-Fläche.

A in m^2	0,010	0,025	0,040	0,055
Q in pC	680	1700	2720	3740

Im zweiten Versuch lassen wir die Platten-Fläche bei $0{,}070m^2$ und die Spannung bei 80V. Gemessen wird die Ladung in Abhängigkeit des Plattenabstandes.

d in mm	5	6	7	8
Q in pC	9500	7900	6800	6000

a) Zeige graphisch das C proportional zu A ist.

b) Zeige rechnerisch, dass C indirekt proportional zu d ist.

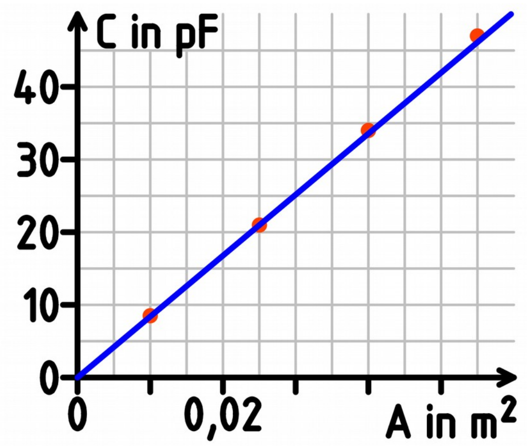
c) Begründe, dass C proportional zu A/d ist und bestimme die Proportionalitätskonstante. Achte dabei auf die Angabe der richtigen Einheit.

Lösung:

a) Bevor wir zeichnen können, müssen wir die Kapazitäten jeweils mit Q/U ausrechnen. Das gibt folgende Werte in pC/V = pF :

8,5 ; 21 ; 34 ; 47

Mit diesen Werten können wir das A-C-Diagramm zeichnen.



Da die Werte sehr gut auf einer Ursprungsgeraden liegen, folgt $C \sim A$

b) Wir erweitern die Tabelle um die Kapazität, die wir wieder mit Q/U ausrechnen und um $C \cdot d$

d in m	0,005	0,006	0,007	0,008
Q in pC	9500	7900	6800	6000
C in pF	120	99	85	75
$C \cdot d$ in 10^{-14} Fm	60	59	60	60

Da die Produkte so gut wie gleich sind folgt $C \sim 1/d$.

c) Aus $C \sim A$ und $C \sim 1/d$ folgt $C \sim A \cdot 1/d$, also $C \sim A/d$.

Zur Bestimmung der Proportionalitätskonstante k braucht man nur irgendwelche drei zusammengehörenden Werte von C, A und d. Wir nehmen die ersten Werte aus der ersten Tabelle.

$$k = \frac{C}{\frac{A}{d}} = \frac{C \cdot d}{A} = \frac{8{,}5 \cdot 10^{-12}\,F \cdot 1 \cdot 10^{-2}\,m}{0{,}01\,m^2} = 8{,}5 \cdot 10^{-12}\,\frac{F}{m} = 8{,}5 \cdot 10^{-12}\,\frac{C}{V \cdot m} = \underline{\underline{8{,}5 \cdot 10^{-12}\,\frac{As}{Vm}}}$$

Das ist wieder unsere alte elektrische Feldkonstante ε_0 . Damit erhalten wir als Formel für die Kapazität eines Plattenkondensators.

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

mit Plattenfläche A
und Plattenabstand d

Die Kapazität ist also umso größer, je kleiner der Plattenabstand ist. Für eine große Kapazität muss man die Platten nahe aneinander bringen. Sie dürfen sich aber nicht berühren, weil sich der Kondensator sonst sofort entlädt, bzw. gar nicht aufladen kann.

Es ist deshalb naheliegend, dass man eine Kunststoff-Folie oder ein Blatt Papier zwischen die Platten legt. Dann kann man die Platten einfach ganz fest zusammendrücken und erhält so einen sehr kleinen Abstand. Was man zwischen die Platten legt darf aber den Strom nicht leiten, muss also ein Isolator sein. Wenn man so einen Isolator zwischen die Kondensatorplatten legt, dann nennt man den Isolator ein Dielektrikum.

Das Dielektrikum steigert die Kapazität dann sogar noch weiter um einen vom Material abhängigen Faktor, den man Permittivitätszahl nennt. Für einen Kondensator mit Dielektrikum gilt deshalb:

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

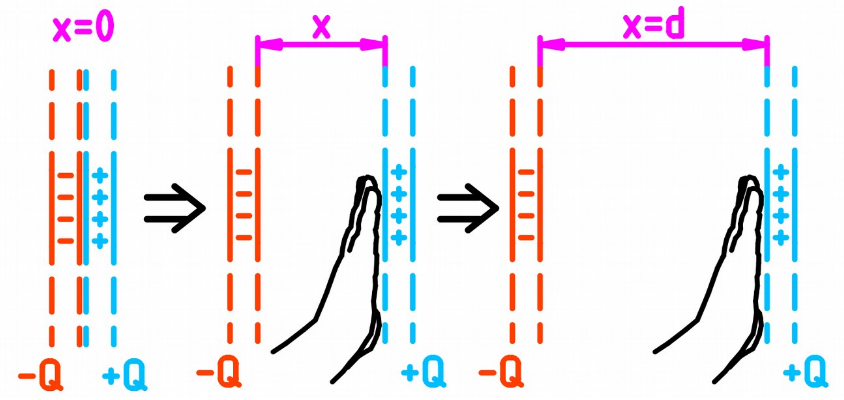
mit der Permittivitätszahl
des Dielektrikums ϵ_r

4.3 Energie im Kondensator

Im geladenen Kondensator ist Energie in Form von elektrischer Energie gespeichert. Man muss ja Arbeit gegen die Abstoßung bzw. Anziehung verrichten, um den Kondensator zu laden. Im Folgenden soll eine Formel für die Größe dieser Energie gefunden werden.

So was kann man natürlich mit ganz verschiedenen Methoden ausrechnen. Jede solche Methode beruht darauf, dass man sich einen Prozess ausdenkt, durch den der Zustand des geladenen Kondensators aus einem neutralen Zustand entsteht. Für diesen Prozess muss man dann die verrichtete Arbeit ausrechnen. Das ist natürlich nicht für alle denkbaren Prozesse gleich einfach, deshalb besteht die Schwierigkeit hauptsächlich darin sich einen Prozess auszudenken, bei dem man das schafft.

Möglichkeit 1:



Wir stellen uns zwei sehr dünne geladene Flächen vor, die die Ladung -Q bzw. +Q tragen. Der Kondensator hat dann die Ladung Q. Wenn die Flächen direkt aufeinander liegen ist der Zustand neutral.

Dann bewegen wir die Fläche mit der Ladung +Q von der anderen Fläche weg, bis sie den Abstand d hat. Dabei müssen wir Arbeit gegen die Anziehungskraft von der negativen Platte verrichten. Die Größe dieser Arbeit ist dann gleich der elektrischen Energie. Für die Arbeit müssen wir uns die wirkende Kraft überlegen, die ist allerdings vielleicht abhängig von x,

$$F(x) = +Q \cdot E(x)$$

da die elektrische Feldstärke sich ja vielleicht mit dem x verändert.

Für die Feldstärke benutzen wir gleich unsere Kondensator-Formeln. Da steht aber die von beiden Platten erzeugte Feldstärke drin.

➔ Da das Feld der positiven Platte keine Kraft auf die positive Platte ausüben kann (ein Körper kann keine Kraft auf sich selbst ausüben), wir also nur die Feldstärke der negativen Platte brauchen müssen wir die Feldstärke aus der Kondensator-Formel halbieren. Damit erhalten wir für die elektrische Feldstärke:

$$\frac{1}{2} \cdot E(x) = \frac{\frac{1}{2} \cdot U(x)}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{Q}{C(x)}}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q}{C(x) \cdot x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot \frac{A}{x} \cdot x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot A}$$

mit A der Platten-Fläche des Kondensators. Am Ergebnis können wir erkennen, dass die Feldstärke nicht vom Abstand x von der negativen Platte abhängt.

Mit der Feldstärke von oben bekommen wir für die Kraft auf die positive Platte:

$$F(x) = +Q \cdot \frac{1}{2} \cdot E(x) = +Q \cdot \frac{1}{2} \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot A} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{\epsilon_0 \cdot A}$$

Die Kraft auf die positive Platte ist also nicht von x abhängig sondern konstant. Da die Kraft konstant ist, können wir unsere alte Formel für die Arbeit benutzen und endlich die elektrische Energie ausrechnen.

$$E_{el}=W=F\cdot s=\frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{\epsilon_0\cdot A}\cdot s=\frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{\epsilon_0\cdot A}\cdot d=\frac{1}{2}\cdot Q^2\cdot\frac{d}{\epsilon_0\cdot A}=\frac{1}{2}\cdot Q^2\cdot\frac{1}{C}=\frac{Q^2}{2C}$$

In der Rechnung oben haben wir die Formel für die Kapazität $C = \varepsilon_0 \cdot A/d$ benutzt. Für das Q setzen wir noch $Q = C \cdot U$ ein und erhalten die Formel, die wir auswendig lernen.

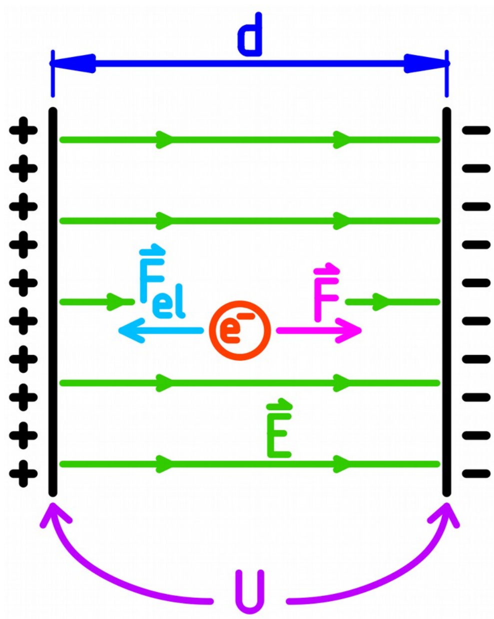
$$E=\frac{(C\cdot U)^2}{2C}=\frac{C^2\cdot U^2}{2\cdot C}=\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2=\frac{1}{2}\cdot C\cdot U\cdot U=\frac{1}{2}\cdot Q\cdot U$$

Energie im Kondensator

$$E=\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2=\frac{1}{2}\cdot Q\cdot U$$

Die Formel kann man sich relativ leicht merken, weil sie der Formel für die kinetische Energie recht ähnlich ist.

<u>Möglichkeit 2:</u>



Wir bewegen ein Elektron nach dem anderen von der positiven Platte zur negativen. Insgesamt müssen wir dazu N Elektronen bewegen mit

$$N=\frac{Q}{e} \quad \Rightarrow \quad Q=N\cdot e \qquad (1)$$

Wobei Q die schließlich zustande kommende Ladung des Kondensators ist. Beim Transport eines Elektrons müssen wir Arbeit gegen die elektrische Kraft $F = E \cdot q$ verrichten. Im Verlauf des Prozesses wird die Kraft jedoch immer größer, da das elektrische Feld immer stärker wird.

Auf das erste Elektron wirkt gar keine Kraft, weil der Kondensator ja noch gar nicht geladen ist.

$$F_1=0 \qquad (2)$$

Auf das letzte Elektron, das N-te, wirkt die Kraft des Feldes vom voll geladenen Kondensator.

$$F_N = E \cdot q_e = E \cdot e = \frac{U}{d} \cdot e \qquad (3)$$

Die mittlere Kraft auf ein Elektron ist dann mit (2) und (3):

$$\overline{F} = \frac{F_1 + F_N}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U}{d} \cdot e$$

Damit berechnen wir die mittlere Arbeit, die wir an einem Elektron verrichten müssen

$$W_e = \overline{F} \cdot s = \overline{F} \cdot d = \frac{1}{2} \cdot \frac{U}{d} \cdot e \cdot d = \frac{1}{2} \cdot U \cdot e$$

Das ist aber nur die Arbeit an einem einzelnen Elektron. Für die ganze Ladung brauchen wir die Arbeit an N Elektronen, mit dem N aus Gleichung (1).

$$W = N \cdot W_e = N \cdot \frac{1}{2} \cdot U \cdot e = \frac{1}{2} \cdot U \cdot N \cdot e = \frac{1}{2} \cdot U \cdot Q$$

Mit $C = Q/U$ können wir für $Q = C \cdot U$ einsetzten und bekommen

$$E_{el} = W = \frac{1}{2} \cdot U \cdot C \cdot U = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

Aufgabe 4.64:

Ein Kondensator mit Plattenfläche A und Plattenabstand d wird mit der Spannung U aufgeladen und erhält dadurch die Ladung Q. Anschließend wird der Kondensator von der Spannungsquelle getrennt und danach werden die Platten auseinander geschoben, bis sich der Plattenabstand verdoppelt.

a) Bestimme Ladung Q' in Abhängigkeit von Q, Kapazität C' in Abhängigkeit von C, Spannung zwischen den Platten U' in Abhängigkeit von U und Energie des geladenen Kondensators E' in Abhängigkeit von E. Dabei bezeichnen die Größen mit Strich den Zustand nach dem auseinander schieben der Platten und Größen ohne Strich den Zustand davor.

b) Nach der Verdoppelung des Plattenabstandes hat der Kondensator mehr Energie als davor. Woher kommt diese Energie?

Lösung:

a) Die Ladung ändert sich nicht, also ist $\underline{\underline{Q'=Q}}$

$$C'=\epsilon_0\cdot\frac{A'}{d'}=\epsilon_0\cdot\frac{A}{2\cdot d}=\frac{1}{2}\cdot\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}=\underline{\underline{\frac{1}{2}\cdot C}}$$

$$C'=\frac{Q'}{U'} \rightarrow U'=\frac{Q'}{C'}=\frac{Q}{\frac{1}{2}\cdot C}=2\cdot\frac{Q}{C}=\underline{\underline{2\cdot U}}$$

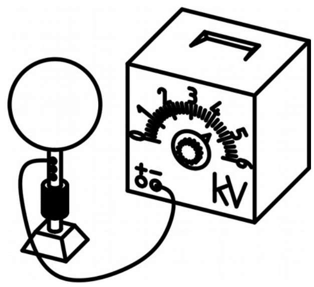
$$E'=\frac{1}{2}\cdot C'\cdot U'^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot C\cdot 4\cdot U^2=2\cdot\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2=\underline{\underline{2\cdot E}}$$

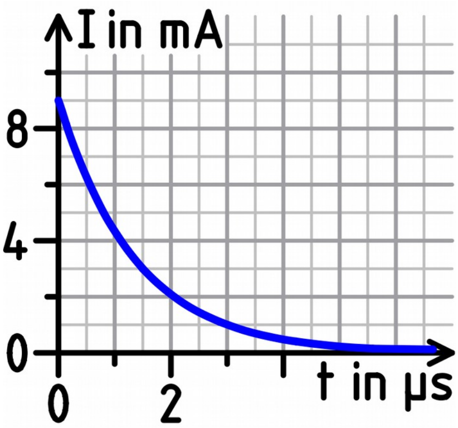
b) Beim auseinander schieben der Platten muss man Arbeit gegen die Anziehungskraft der entgegengesetzt geladenen Platten verrichten und führt dadurch dem Kondensator Energie zu.

Aufgabe 4.65: Kondensatoren aus nur einem Körper

Wenn man irgendeinen Körper an den nicht geerdeten Pol einer Spannungsquelle anschließt, wird er sich elektrisch aufladen. Als zweite Platte eines solchen "Kondensators" kann die Erde oder einfach "Unendlich" betrachtet werden. Für Ladungen oder Energien eines solchen "Kondensators" können wir dieselben Formeln wie für den Plattenkondensator benutzen, mit dem einzigen Unterschied, das wir keine Formel für die Kapazität solcher Kondensatoren kennen.

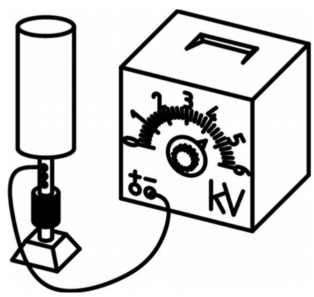
a) Eine Konduktorkugel mit Radius 5,0cm und einer Kapazität von 64pF wird an eine Spannung von 4,4kV angeschlossen. Bestimme die Größe der auf der Kugel gespeicherten Ladung und die elektrische Energie der Kugel.

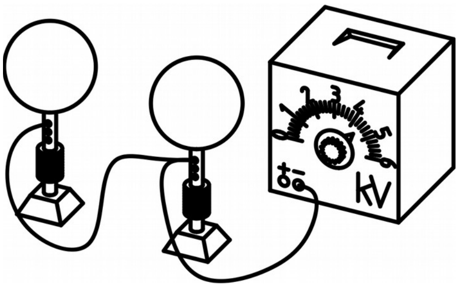




b) Ein Metallzylinder wird an eine Spannung von 4,4kV angeschlossen.

Beim entladen wird das t-I-Diagramm links aufgenommen. Bestimme die Ladung auf dem Zylinder und die Kapazität des Zylinders.





c) Zwei identische Kugeln mit Radius 10cm werden parallel an den Minuspol einer Spannung von 5,0kV angeschlossen. Die beiden Kugelmittelpunkte haben einen Abstand von 30cm. Jede Kugel hat eine Kapazität von 128 pF . Bestimme die Größe der Ladung auf jeder der Kugeln und mit Hilfe des Coulombschen Gesetzes die Größe der Kraft, die jede der beiden Kugeln auf die jeweils andere ausübt. Erkläre mit Hilfe von Influenz, weshalb das Coulombsche Gesetz hier trotz der kugelförmigen Körper nicht anwendbar ist und ob die tatsächliche Kraft kleiner oder Größer ist als die eben berechnete.

Lösung:

a) $Q = C \cdot U = 64 \cdot 10^{-12} F \cdot 4{,}4 \cdot 10^3 V = \underline{\underline{0.28 \mu C}}$

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot 64 \cdot 10^{-12} F \cdot \left(4{,}4 \cdot 10^3 V\right)^2 = \underline{\underline{0{,}62\, mJ}}$$

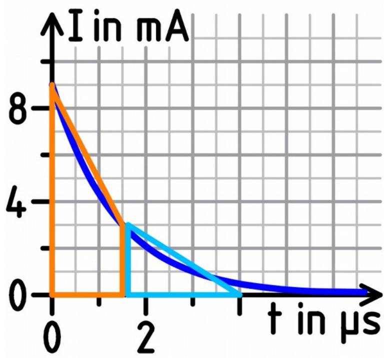
b)

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \left(9 \cdot 10^{-3} A + 3 \cdot 10^{-3} A\right) \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6} s + \ldots$$

$$\ldots + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-3} A \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6} s$$

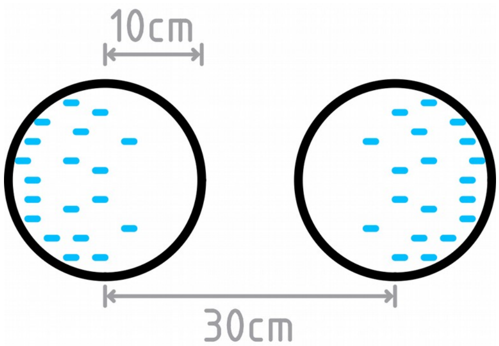
$$\ldots = \underline{\underline{12{,}8\, nC}}$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{12{,}8 \cdot 10^{-9} C}{4{,}4 \cdot 10^3 V} = \underline{\underline{2{,}9\, pF}}$$



c) $Q_1 = Q_2 = C \cdot U = 128 \cdot 10^{-12} F \cdot 5{,}0 \cdot 10^3 V = \underline{\underline{0{,}64 \mu C}}$

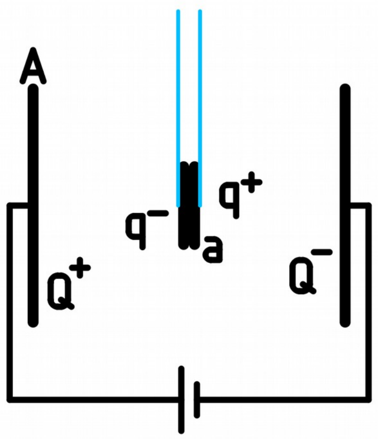
$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{\left(0{,}64 \cdot 10^{-6} C\right)^2}{(0{,}3\, m)^2} = \underline{\underline{41\, mN}}$$



Die Ladungen auf den beiden Kugeln stoßen sich gegenseitig ab, wodurch sie sich auf der jeweils abgewandten Seite sammeln. Deshalb sind die beiden Ladungsverteilungen nicht kugelförmig und da der Abstand nicht groß ist im Vergleich zur Ausdehnung der Ladungen ist das Coulombsche Gesetz nicht anwendbar. Durch die Ladungsverschiebung steigt der Abstand der beiden Ladungen. Deshalb wird die tatsächliche Kraft kleiner sein, als die eben berechnete.

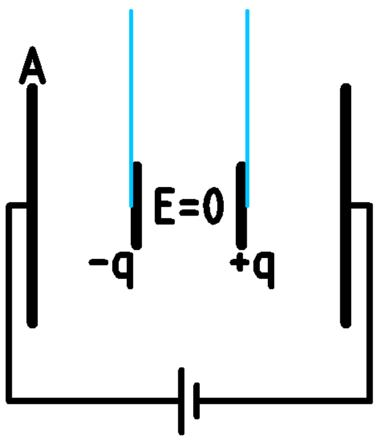
Aufgabe 4.66:

a) Bestimme die Feldstärke im leeren Kondensator in Abhängigkeit von seiner Ladung Q, seiner Plattenfläche A und seinem Plattenabstand d. Das d wird aus der Formel raus fallen.



b) In den Kondensator bringt man zwei an Kunststoff-Stäben befestigte sich berührende Platten der Fläche a. Begründe, dass das durch die Influenzladung (-q und +q) erzeugte E-Feld im Innern der kleinen Platten dieselbe Feldstärke besitzt wie das Feld des großen Kondensators und berechne die Größe der Influenzladung auf einer der kleinen Platten in Abhängigkeit der Feldstärke des großen Kondensators.

c) Nun werden die kleinen Platten a auseinander gezogen, wobei sie im Kondensator bleiben. Begründe, das zwischen den kleinen Platten dann kein elektrisches Feld vorhanden ist.



Lösung:

a) $$E=\frac{U}{d}=\frac{\frac{Q}{C}}{d}=\frac{Q}{C\cdot d}=\frac{Q}{\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}\cdot d}=\frac{1}{\epsilon_0}\cdot\frac{Q}{A}\quad\Rightarrow\quad E=\frac{1}{\epsilon_0}\cdot\frac{Q}{A}$$

Die Feldstärke ist also unabhängig von d und hängt nur ab von Q und A.

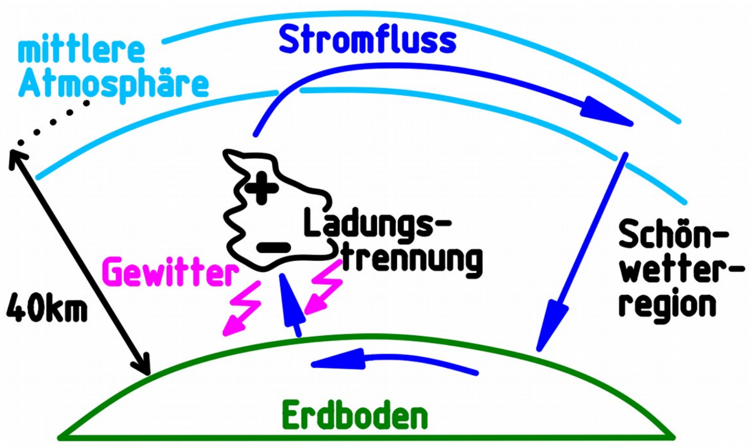
b) Wenn die kleinen Metallplatten sich berühren, bilden sie einen einzigen Metallkörper, in dem die Feldstärke Null ist. Deshalb muss das Feld der Influenzladung genauso stark sein, wie das Feld des großen Kondensators.

$$E=\frac{1}{\epsilon_0}\cdot\frac{q}{a}\quad\Rightarrow\quad q=\epsilon_0\cdot a\cdot E$$

➔ Wenn es also gelingt, die Größe so einer Influenzladung zu Messen, dann kann man mit $E = q/(\varepsilon_0 \cdot a)$ die Stärke des E-Feldes bestimmen, in dem sich die kleinen Platten befinden. Auf diesem Prinzip basieren Influenzsonden zur Feldstärke-Messung.

c) Die Ladung q auf den kleinen Platten verändert sich nicht, wenn die Platten im großen Kondensator bleiben. Deshalb bleibt die von den Influenzladungen q erzeugte Feldstärke (siehe Formel oben) beim auseinander ziehen gleich (die ist ja unabhängig vom Abstand der kleinen Platten). Sie bleibt also genauso groß wie die Stärke des Feldes vom großen Kondensator weshalb sich die Felder immer noch gegenseitig aufheben.

Aufgabe 4.67: ISB, Link-Ebene Lehrplan; elektrischer Kreislauf in Atmosphäre



Man stellt sich vor, dass in der Atmosphäre ein globaler elektrischer Kreislauf existiert. Die Ladungstrennung in den Wolken bildet die „Batterie“ dieses Stromkreises. Durch diese Ladungstrennung wird die sogenannte mittlere Atmosphäre, eine Schicht in rund 40 km Höhe, positiv aufgeladen, so dass zwischen mittlerer Atmosphäre und Erdboden eine Spannung von U = 400 kV herrscht. Sowohl die mittlere Atmosphäre als auch der Erdboden können als leitend angesehen werden. In Schönwetterregionen bilden positiv geladene Ionen einen ständigen Stromfluss von der Atmosphäre zum Erdboden, in Gewitterregionen wird durch Blitze der Stromkreis geschlossen. Die weltweit beobachtbaren Ströme in Schönwetterregionen können zu einem Gesamtstrom der Stärke I = 1,3 kA zusammengefasst werden. Ohne anhaltende Ladungstrennung wäre bei Annahme eines konstanten Stromes I die mittlere Atmosphäre nach 14 Minuten entladen.

a) Berechnen Sie die Gesamtladung Q der mittleren Atmosphäre. ($Q = 1{,}1 \cdot 10^6 C$)

b) Trotz des Stroms kann man die Schönwetterregion als Kondensator mit der mittleren Atmosphäre und dem Erdboden als Kondensatorplatten auffassen. Berechnen Sie unter Annahme eines homogenen elektrischen Felds den Betrag der Kraft Fel auf ein einfach positiv geladenes Ion in der Schönwetterregion.

c) Zeigen Sie durch eine Abschätzung, dass der Betrag der Energie, die im elektrischen Feld der Schönwetterregion gespeichert ist, in der Größenordnung $10^{11}\,J$ liegt.

d) Nehmen Sie an, man könnte diese Energie in einem Kraftwerk im Dauerbetrieb nutzbar machen. Welche Leistung hätte das Kraftwerk? Wäre es sinnvoll, diese Ressource als „Energiequelle der Zukunft" zu nutzen? Begründung!

e) Ein Normblitz transportiert in etwa eine Ladung von 70 C. Berechnen Sie, wie viele Normblitze es durchschnittlich pro Sekunde weltweit geben muss, damit der globale Kreislauf aufrecht erhalten werden kann.

f) Schätzen Sie ab, wie lange ein Blitz dauert, wenn der Entladestrom im Mittel 140kA beträgt.

<u>Lösung:</u>

a) $Q = I \cdot t = 1{,}3 \cdot 10^3\,A \cdot 14 \cdot 60\,s = \underline{\underline{1{,}09 \cdot 10^6\,C}}$

b) $F_{el} = E_{Fe} \cdot q = \frac{U}{d} \cdot q = \frac{400 \cdot 10^3\,V}{40 \cdot 10^3\,m} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C = \underline{\underline{1{,}6 \cdot 10^{-18}\,N}}$

c) $E_{el} = 0{,}5 \cdot C \cdot U^2 = 0{,}5 \cdot Q \cdot U = 0{,}5 \cdot 1{,}09 \cdot 10^6\,C \cdot 400 \cdot 10^3\,V = \underline{\underline{2{,}18 \cdot 10^{11}\,J}}$

Bemerkung: Aufgrund der Einfachheit des Kondensatormodells führt ein Ansatz über die Oberfläche der Erdkugel zu einem völlig anderen Ergebnis.

d) $P = U \cdot I = 400 \cdot 10^3\,V \cdot 1{,}3 \cdot 10^3\,A = \underline{\underline{520\,MW}}$

Die Leistung ist nur halb so groß, wie die eines großen Kraftwerks. Der Aufwand um diese relativ kleine Leistung nutzbar zu machen wäre allerdings unglaublich groß, weil man die ganze Atmosphäre verkabeln müsste, was eine technische Nutzung absurd erscheinen lässt.

e) $I = \frac{Q}{t} = \frac{N \cdot 70\mathrm{C}}{1\mathrm{s}} \rightarrow N = \frac{I \cdot 1\mathrm{s}}{70\mathrm{C}} = \frac{1{,}3 \cdot 10^3\,A \cdot 1\mathrm{s}}{70\mathrm{C}} = \underline{\underline{18{,}6}}$

f) $I = \frac{Q}{t} \rightarrow t = \frac{Q}{I} = \frac{70\mathrm{C}}{140 \cdot 10^3\,A} = \underline{\underline{0{,}5\,ms}}$

Aufgabe 4.68:

Ein Kondensator besteht aus zwei rechteckigen Platten mit Flächeninhalt 5,0 dm² die einen Abstand von 4,0 cm voneinander haben. Die beiden Platten tragen entgegengesetzte Ladungen von +5,0 nC bzw. -5,0 nC. Der Kondensator ist während der ganzen Aufgabe nicht an eine Spannungsquelle angeschlossen.

a) Bestimme die Feldstärke im Kondensator, die Spannung zwischen den Kondensatorplatten und die im Kondensator gespeicherte elektrische Energie.

b) Die geladenen Platten werden nun auf den doppelten Abstand auseinander geschoben. Bestimme die Zunahme an elektrischer Energie des Kondensators dabei und mit Hilfe dieses Wertes die zum Schieben notwendige Kraft (keine Reibung).

c) Bestimme mit Hilfe des Wertes der Feldstärke aus a) die Kraft, mit der die positive Platte von der negativen Platte angezogen wird. Beachte dabei, dass n u r d a s F e l d d e r n e g a t i v e n P l a t t e eine Kraft auf die positive ausübt.

Lösung:

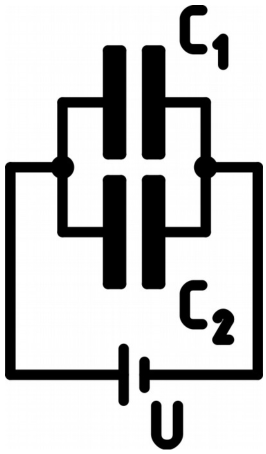
a)
$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\, As/Vm \cdot \frac{0{,}05\, m^2}{0{,}04\, m} = \underline{11\, pF} \quad ; \quad U = \frac{Q}{C} = \frac{5{,}0 \cdot 10^{-9}\, C}{11 \cdot 10^{-12}\, F} = \underline{\underline{455\, V}}$$
$$E_{Fe} = \frac{U}{d} = \frac{455\, V}{0{,}04\, m} = \underline{\underline{11{,}4\, kV/m}} \quad ; \quad E_{el} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 10^{-12}\, F \cdot (455\, V)^2 = \underline{\underline{1{,}14\, \mu J}}$$

b) Wegen C ~ (1/d) halbiert sich die Kapazität und wegen E = Q²/(2C) verdoppelt sich dadurch die Energie bei konstanter Ladung -> ΔE = 1,14 µJ.

Kraft: $\Delta E = W = F \cdot s \rightarrow F = \frac{\Delta E}{s} = \frac{1{,}14 \cdot 10^{-6}\, J}{0{,}04\, m} = \underline{\underline{28{,}5\, \mu N}}$

c) Halbe Feldstärke: $F = 0{,}5 \cdot E_{Fe} \cdot Q = 0{,}5 \cdot 11{,}4 \cdot 10^3\, V/m \cdot 5 \cdot 10^{-9}\, C = \underline{\underline{28{,}5\, \mu N}}$

4.4 Parallelschaltung, effektive Plattenfläche

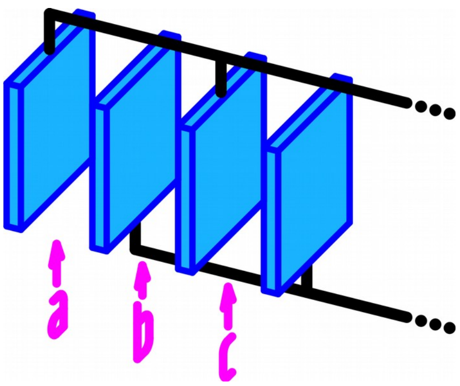


Bei Parallelschaltung von zwei Kondensatoren liegt an beiden Kondensatoren die gleiche Spannung an. Wir bestimmen die Kapazität dieser Anordnung:

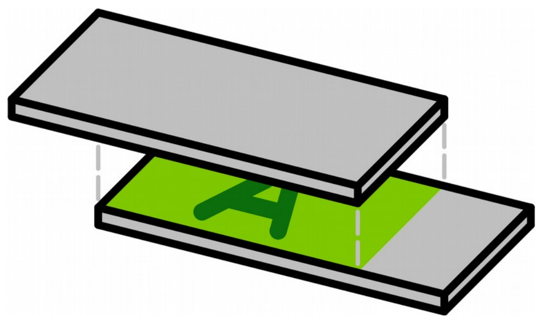
$$C_1=\frac{Q_1}{U}\;;\quad C_2=\frac{Q_2}{U}\quad\rightarrow\quad C=\frac{Q}{U}=\frac{Q_1+Q_2}{U}=\frac{Q_1}{U}+\frac{Q_2}{U}=C_1+C_2$$

➔ Bei Parallelschaltung von Kondensatoren addieren sich die Kapazitäten.

$$\boxed{C=C_1+C_2+\dots}$$



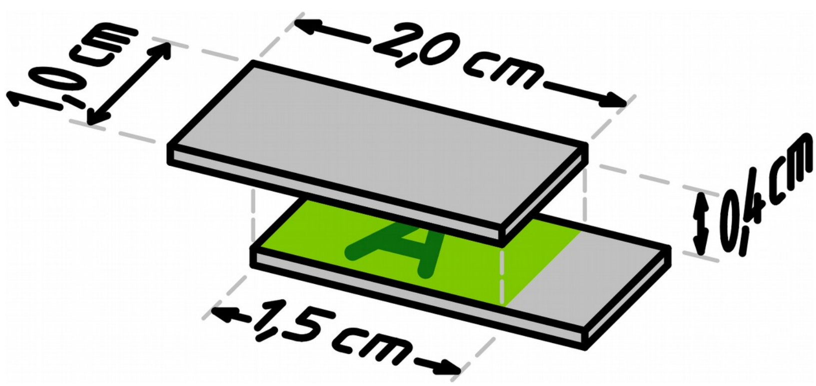
Solche Schaltungen kommen relativ häufig vor. Im Bild sind vier Plättchen so geschaltet, dass die drei parallel geschalteten Kondensatoren a, b und c entstehen. Man braucht also nicht für jeden Kondensator zwei separate Plättchen.

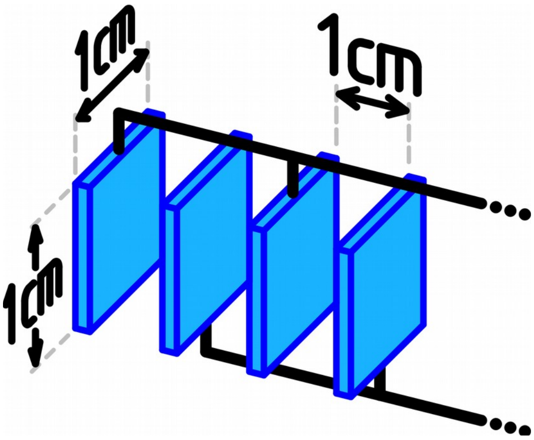


Wenn die beiden Platten eines Kondensators nicht exakt übereinander liegen verändert das die Kapazität. Als Kondensatorfläche - das A, das man in die Formel für die Kapazität einsetzt - gilt dann nur der Teil der Plattenfläche, die bei beiden Platten senkrecht übereinander liegt, also der Teil, in dem beide Platten überlappen.

Aufgabe 4.69: Bestimmung von Kapazitäten

a) Zwei Plättchen bilden einen Kondensator, der an eine Spannung (Uo = 6,0 V) angeschlossen ist. Bestimme die Kapazität in der gezeichneten Stellung und die im Kondensator gespeicherte elektrische Energie.



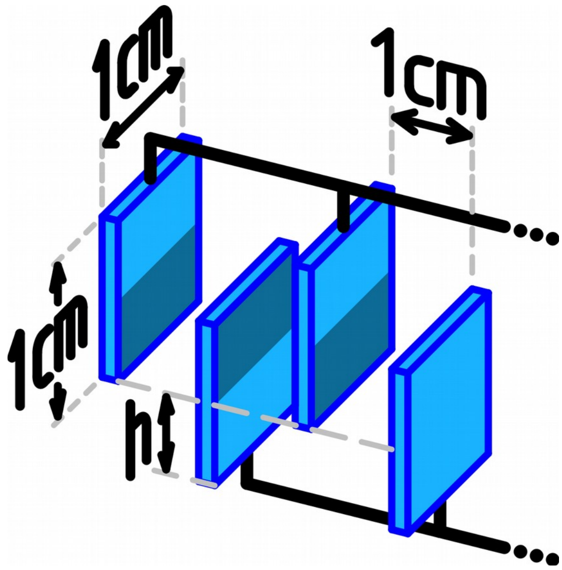


b) Die vier äquidistanten Plättchen im Bild stellen zusammen einen größeren Kondensator dar. Der Kondensator ist an eine Spannungsquelle mit Nennspannung $U_0 = 5{,}0$ V angeschlossen.

Wie viele Kondensatoren sind hier parallel geschaltet?

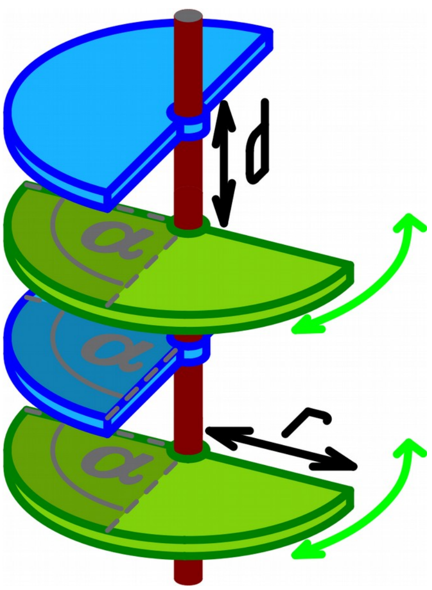
Bestimme die Kapazität dieser Anordnung und die Größe der Ladung auf dem Kondensator Q.

c) Zwei der Plättchen des Kondensators aus b) sind vertikal beweglich. Während der Bewegung der Plättchen bleibt der Kondensator permanent an die Spannung (5,0 V) angeschlossen.



Bestimme die Kapazität des Kondensators in Abhängigkeit von der Auslenkung h dieser Plättchen.

Ohne Auslenkung, bei h = 0 cm, besitzt der Kondensator 6,0 pJ an elektrischer Energie. Bestimme die elektrische Energie im Kondensator in Abhängigkeit von der Auslenkung h (Beachte: ... permanent an Spannungsquelle angeschlossen ...).



d) Das Bild zeigt schematisch den Aufbau eines Drehkondensators (Bilder von echten Drehkondensatoren findet ihr im Internet). Die vier halbkreisförmigen Scheibchen (r = 2,0 cm) haben einen festen gegenseitigen Abstand von d = 3,0 mm. Zwei der Scheibchen sind auf der Achse drehbar gelagert und leitend miteinander verbunden. Die beiden feststehenden Scheibchen sind ebenfalls leitend miteinander verbunden. Den Winkel, in dem die Scheibchen überlappen, bezeichnen wir mit α.

Bestimme die Kapazität des Drehkondensators in Abhängigkeit vom Überlappungswinkel α im Gradmaß.

Lösung:

a)
$$C=\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}=8{,}85\cdot 10^{-12}\,As/Vm\cdot\frac{0{,}01\,m\cdot 0{,}015\,m}{0{,}004\,m}=\underline{\underline{0{,}33\,pF}}$$
$$E_{el}=\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2=\frac{1}{2}\cdot 0{,}33\cdot 10^{-12}\,F\cdot(6{,}0\,V)^2=\underline{\underline{5{,}94\,pJ=37\,MeV}}$$

b) Drei parallel geschaltete Kondensatoren:

$$C=3\cdot\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}=3\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\,As/Vm\cdot\frac{0{,}01\,m\cdot 0{,}01\,m}{0{,}01\,m}=\underline{\underline{0{,}266\,pF}}$$
$$Q=C\cdot U=0{,}266\cdot 10^{-12}\,F\cdot 5{,}0\,V=\underline{\underline{1{,}3\cdot 10^{-12}\,C}}$$

c) $$C=\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}=\underline{\epsilon_0\cdot\frac{0{,}01\,m\cdot(0{,}01\,m-h)}{0{,}01\,m}}$$

Wegen E ~ C (bei konstantem U) und C ~ A und A ~ (0,01m - h) ist E ~ (0,01m - h). D.h. man kann Dreisatz oder Verhältnisgleichung machen:

$$\frac{E_h}{E_0}=\frac{0{,}01\,m-h}{0{,}01\,m}\;\rightarrow\; E_h=\frac{0{,}01\,m-h}{0{,}01\,m}\cdot E_0=\underline{\underline{E_h=\frac{0{,}01\,m-h}{0{,}01\,m}\cdot 6{,}0\,pJ}}$$

d) Fläche eines der drei Kondensatoren:

$$A=\frac{\alpha}{360^\circ}\cdot\pi\cdot r^2=\frac{\alpha}{360^\circ}\cdot\pi\cdot(0{,}02\,m)^2=\underline{3{,}49\cdot 10^{-6}\,m^2\cdot\frac{\alpha}{1^\circ}}$$

Kapazität der drei Kondensatoren:

$$C=3\cdot\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}=3\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\,As/Vm\cdot\frac{3{,}49\cdot 10^{-6}\,m^2}{0{,}003\,m}\cdot\frac{\alpha}{1^\circ}=\underline{\underline{0{,}031\,pF\cdot\frac{\alpha}{1^\circ}}}$$

4.5 Abi mit Lösung

Aufgabe 4.70: Abi 1999

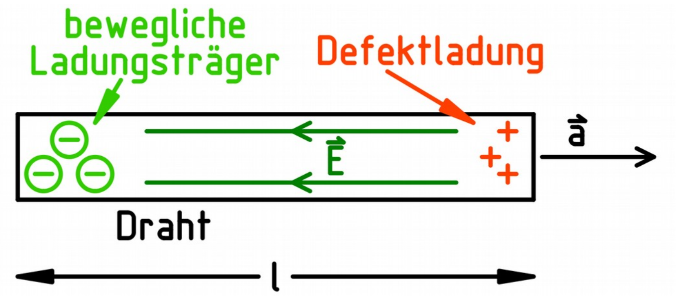
R.C. Tolman konzipierte 1916 ein Experiment zur Untersuchung der Natur der Ladungsträger in metallischen Leitern: Ein Metalldraht der Länge l wird mit konstanter Beschleunigung a in Drahtrichtung bewegt. Da die Ladungsträger im Metall praktisch frei beweglich sind, stellt sich zwischen den beiden Drahtenden während der Beschleunigung eine konstante Spannung U ein.

a) Erklären Sie das Auftreten dieser Spannung und erläutern Sie, welche Polatität die Enden des Drahtes aufweisen, wenn man annimmt, dass die Ladungsträger negativ geladen sind.

b) Zeigen Sie, dass für den Betrag der Spannung U im Gleichgewichtsfall die Gleichung $U=\frac{l\cdot m\cdot a}{q}$ gilt. Dabei ist m die Masse und q die Ladung eines Ladungsträgers.

c) Im Experiment misst man statt der Spannung U den Spannungsstoß $U\cdot\Delta t=0{,}50\cdot10^{-9}\,Vs$. Dabei betragen die Leiterlänge $l=1{,}0\,m$ und die Geschwindigkeitsveränderung $\Delta v=90\,m/s$. Berechnen Sie die spezifische Ladung $\frac{q}{m}$ der Ladungsträger und zeigen Sie, dass das Experiment die Vorstellung von Elektronen als Ladungsträgern in Metallen unterstützt.

Lösung:



a) Wird der Draht nach rechts beschleunigt, wandern die beweglichen Ladungsträger aufgrund ihrer Trägheit nach links. Das linke Ende wird dadurch negativ geladen, das Rechte durch einen Mangel an negativen Ladungen positiv. Dadurch entsteht im Draht ein elektrisches Feld. Zwischen den Drahtenden liegt dann wegen $U=E\cdot l$ eine Spannung an.

b) $m\cdot a=F_{el}=E\cdot q=\frac{U}{l}\cdot q \rightarrow \underline{U=\frac{m\cdot a\cdot l}{q}}$

c) $U=\frac{m\cdot a\cdot l}{q}=\frac{m\cdot\Delta v\cdot l}{q\cdot\Delta t} \rightarrow \frac{q}{m}=\frac{\Delta v\cdot l}{U\cdot\Delta t}=\frac{90\,m/s\cdot1{,}0\,m}{0{,}5\cdot10^{-9}\,Vs}=\underline{1{,}8\cdot10^{11}\,C/kg}$

Formelsammlung Elektronen: $\frac{q}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11}\, C/kg$

Die beiden Werte stimmen gut überein.

Aufgabe 4.71: Abi 2004; Elektrische Feldkonstante

In einem Versuch wird ein Plattenkondensator mit kreisförmigen Platten (Durchmesser 26,0 cm) durch Anlegen der Spannung U = 100 V aufgeladen, anschließend von der Spannungsquelle getrennt und über einen Messverstärker entladen.

a) Bei einem Plattenabstand d = 4,00 mm beträgt die abfließende Ladung Q=13,5nAs. Berechnen Sie mit Hilfe dieser Messwerte die elektrische Feldkonstante ϵ_0 und bestimmen Sie die prozentuale Abweichung vom Tabellenwert.

Zur Erklärung der Abweichung wird eine Messreihe aufgenommen.

d in mm	2,00	4,00	6,00	8,00
Q in nAs	25,5	13,5	9,80	7,80

Bei sonst gleichen Bedingungen ergibt sich für den Zusammenhang von d und Q die gezeigte Tabelle.

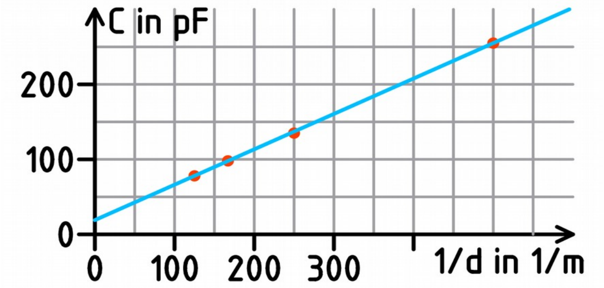
b) Zeichnen Sie ein $\frac{1}{d} - C -$ Diagramm aus den Messwerten, achten Sie auf möglichst genaues Arbeiten. Erläutern Sie welche Kurve bei einem idealen Plattenkondensator zu erwarten wäre.

c) Das Diagramm lässt den Schluss zu, dass die Messpunkte annähernd auf einer Geraden liegen, die nicht durch den Koordinatenursprung geht. Begründen Sie, dass sich dieser Kurvenverlauf durch Annahme einer zusätzlichen, konstanten Kapazität C_0, welche sich mit der Kapazität des Plattenkondensators C_K zur Gesamtkapazität C addiert, erklären lässt. Bestimmen Sie den unter dieser Annahme aus den Messwerten resultierenden Wert für ϵ_0.

Lösung:

a) $\frac{Q}{U} = C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \rightarrow \epsilon_0 = \frac{Q \cdot d}{U \cdot A} = \frac{13{,}5 \cdot 10^{-9} C \cdot 4 \cdot 10^{-3} m}{100V \cdot \pi \cdot 0{,}13^2 m^2} = \underline{\underline{10{,}2 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}}}$

Abweichung: $\frac{710{,}2}{8{,}85} = 1{,}15$; das macht 15% Abweichung

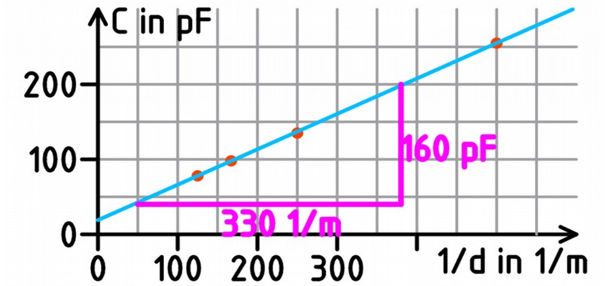


b) Bei einem idealen Plattenkondensator wäre wegen

$$C=\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}=\epsilon_0\cdot A\cdot\frac{1}{d}$$

eine Ursprungsgerade mit Steigung $m=\epsilon_0\cdot A$ zu erwarten.

c) $C=C_K+C_0=\epsilon_0\cdot A\cdot\frac{1}{d}+C_0$ ergibt eine Gerade mit Steigung $m=\epsilon_0\cdot A$ und y-Achsenabschnitt $t=C_0$. Die Steigung erhält man aus einem Steigungsdreieck.

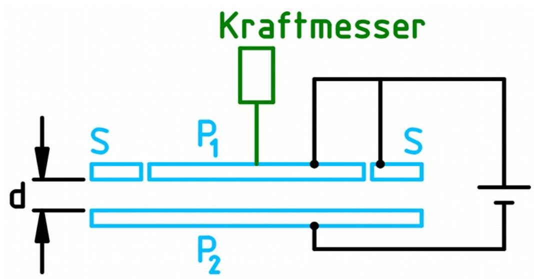


$$m=\epsilon_0\cdot A=\frac{\Delta C}{\Delta\frac{1}{d}}\ \rightarrow\ \epsilon_0=\frac{\Delta C}{\Delta\frac{1}{d}\cdot A}$$

$$\epsilon_0=\frac{160\cdot10^{-12}F}{330\frac{1}{m}\cdot\pi\cdot0{,}13^2m^2}=\underline{\underline{9{,}1\cdot10^{-12}\frac{As}{Vm}}}$$

Aufgabe 4.72: Abi 2007 ;Elektrische Feldkonstante

Zur Bestimmung der elektrischen Feldkonstanten wird mit einem Kraftmesser die Kraft F auf eine bewegliche, kreisförmige Kondensatorplatte P_1 gemessen, wenn zwischen den Platten P_1 und P_2 eine Spannung U angelegt ist. Um die Platte P_1 ist ein Metallring S fest angeordnet, der auf dem gleichen Potential liegt wie die Platte P_1 .



a) Skizzieren Sie das elektrische Feld zwischen der kreisförmigen Platte P_2 und der Anordnung aus Ring S und Platte P_1 . Erläutern Sie kurz, welche Funktion der Ring S in der Versuchsanordnung hat.

b) Zeigen Sie, dass für die Kraft F auf die Platte P_1 gilt: $F=\frac{1}{2}\cdot\epsilon_0\cdot\pi\cdot\left(\frac{r\cdot U}{d}\right)^2$; hierbei ist r der Radius der Platte P_1 und d der Plattenabstand. Begründen Sie, dass das U²-F-Diagramm bei konstant gehaltenem r und d eine Gerade ergibt.

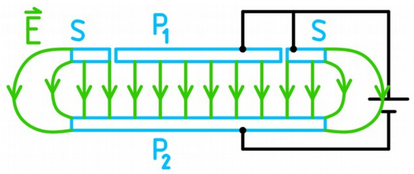
Durch eine geeignete mechanische Vorrichtung wird der Plattenabstand d konstant bei 10 mm gehalten. Der Radius beträgt 7,2 cm.

In einer Messreihe wird zu verschiedenen U jeweils die Kraft F zwischen den Platten gemessen.

U in kV	2,5	3,5	4,5	5,0
F in mN	4,3	8,5	14,1	17,4

c) Zeichen Sie das U^2-F-Diagramm und bestimmen Sie mit Hilfe der Geradensteigung des Diagramms den Wert für die elektrische Feldkonstante ϵ_0 . Bestimmen Sie auch die prozentuale Abweichung vom Tabelenwert.

Lösung:

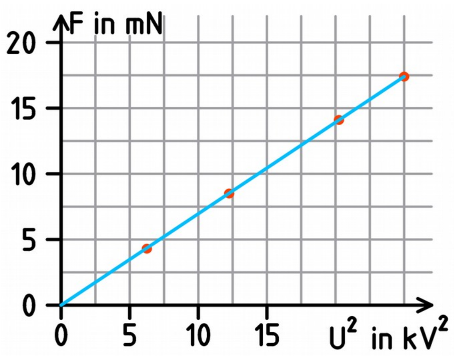


a) Durch den Ring wird das Feld im Bereich der oberen Platte sehr gut homogen. Inhomogenitäten am Plattenrand beeinflussen die Messung dann nicht mehr.

b) $Q=U\cdot C=U\cdot\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}=U\cdot\epsilon_0\cdot\frac{\pi\cdot r^2}{d}$

Die Feldstärke im Kondensator muss man halbieren, weil nur das Feld der unteren Platte eine Kraft auf die obere Platte ausübt.

$$F=E\cdot Q=\frac{1}{2}\cdot\frac{U}{d}\cdot U\cdot\epsilon_0\cdot\frac{\pi\cdot r^2}{d}=\underline{\underline{\frac{1}{2}\cdot\epsilon_0\cdot\pi\cdot\left(\frac{U\cdot r}{d}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\cdot\epsilon_0\cdot\pi\cdot\frac{r^2}{d^2}\right)\cdot U^2=k\cdot U^2}}$$



Die Kraft ist direkt proportional zu U^2 mit der Proportionalitätskonstante k. Deshalb gibt das U^2-F-Diagramm eine Ursprungsgerade, insbesondere eine Gerade.

c) Steigung: $m=\frac{17{,}5\cdot 10^{-3}\,N}{25\cdot 10^6\,V^2}=\underline{7{,}0\cdot 10^{-10}\,N/V^2}$

$$m=\frac{1}{2}\cdot\epsilon_0\cdot\pi\cdot\frac{r^2}{d^2}\rightarrow\epsilon_0=\frac{2\cdot m\cdot d^2}{\pi\cdot r^2}$$

$$\epsilon_0=\frac{2\cdot 7\cdot 10^{-10}\,N/V^2\cdot 0{,}01^2\,m^2}{\pi\cdot 0{,}072^2\,m^2}=\underline{\underline{8{,}6\cdot 10^{-12}\frac{As}{Vm}}}$$

Vergleich mit Tabellenwert: $\frac{8{,}6}{8{,}85}=0{,}972$ Abweichung 2,8%.

Aufgabe 4.73: Abi 1998

Eine positiv geladene Wolke in 400 m Höhe bldet zusammen mit dem Erdboden darunter einen Plattenkondensator (Fläche einer Platte 8,0 km²). Zwischen Wolke und Erde herrscht die Feldstärke E = 120 000 V/m, die so hoch ist, dass eine Entladung durch die Luft (Blitz) unmittelbar bevorsteht.

a) Wie groß ist die Ladung der Wolke, welche Spannung herrscht zwischen ihr und dem Boden? (Kontrolle: Q = 8,5 C)

b) Welche Ladung müsste ein Wassertröpfchen der Masse 4,2 mg haben, wenn es vor der Entladung der Wolke zwischen dieser und der Erde bei Windstille gerade schweben würde?

c) Wie lange würde die Entladung der Wolke dauern, wenn die mittlere Stromstärke des Blitzes 4,0 kA betragen würde?

d) Noch bevor es zu einer Entladung kommt, drückt ein Fallwind die Wolke auf eine niedrigere Höhe herab. Die Ladung der Wolke bleibe dabei konstant. Wie ändert sich qualitativ die elektrische Feldstärke zwischen Wolke und Erde? Wird eine Entladung der Wolke dadurch wahrscheinlicher? Geben Sie jeweils eine Begründung!

Lösung:

a) $U = E \cdot d = 1{,}2 \cdot 10^5\, V/m \cdot 400\, m = 4{,}8 \cdot 10^7\, V = \underline{\underline{48\, MV}}$

$$Q = C \cdot U = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot U = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot \frac{8 \cdot 10^6 m^2}{400\, m} \cdot 48 \cdot 10^6 V = \underline{\underline{8{,}5 C}}$$

b) $F_g = F_{el} \rightarrow m \cdot g = E \cdot q \rightarrow q = \frac{m \cdot g}{E} = \frac{4{,}2^{-6}\, kg \cdot 9{,}81 \cdot m/s^2}{1{,}2 \cdot 10^5\, V/m} = \underline{\underline{0{,}34 nC}}$

c) $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta Q}{I} = \frac{8{,}5 C}{4{,}0 \cdot 10^3 A} = \underline{\underline{2{,}1 ms}}$

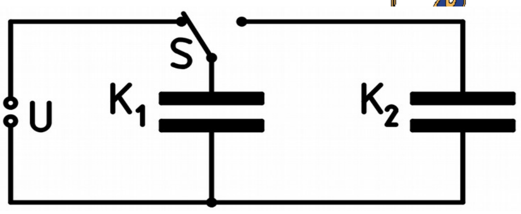
d) $Q = C \cdot U = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot E \cdot d = \epsilon_0 \cdot A \cdot E \rightarrow E = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot A}$

Wenn Ladung und Plattenfläche konstant bleiben ändert sich also die Feldstärke nicht, bleibt also auch konstant.

Ob es zu einem Durchschlag kommt, hängt nur von der Feldstärke ab und nicht von der Spannung. Die Spannung muss also gar nicht untersucht werden. Die Wahrscheinlichkeit für einen Durchschlag ändert sich wegen der konstanten Feldstärke nicht.

Aufgabe 4.74: Abi 2002

Der Kondensator K1 ist über den Schalter S an eine Spannungsquelle mit U = 800 V angeschlossen. Seine kreisförmigen Platten haben einen Radius von 15 cm und sind im Abstand von 1,9 cm zueinander angeordnet. Zwischen den Platten befindet sich Luft.



a) Berechnen Sie aus den gegebenen Daten die Kapazität C1 und die Ladung Q1 des Kondensators. (Kontrolle: 33 pF)

b) Der Kondensator K1 wird nun von der Spannungsquelle abgetrennt. Beschreiben Sie ein Experiment, mit dem man feststellen könnte, welche Platte des Kondensators positiv geladen ist.

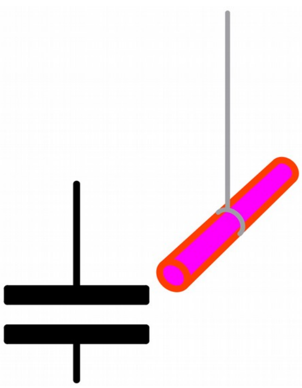
Zur Bestimmung der Kapazität eines unbekannten Kondensators K2 wird dieser durch Umlegen des Schalters S an die Platten von K1 angeschlossen. Dabei sinkt die Spannung zwischen den Platten von K1 von 800 V auf 200 V.

c) Erläutern Sie, warum es zum Absinken der Spannung kommt, und bestimmen Sie den Betrag der Ladung, die zu K2 fließt. Welche Kapazität hat folglich der Kondensator K2 ?

Lösung:

a) $$C_1=\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}=\epsilon_0\cdot\frac{\pi\cdot r^2}{d}=8{,}85\cdot10^{-12}\frac{As}{Vm}\cdot\frac{\pi\cdot(0{,}15\,m)^2}{0{,}019\,m}=\underline{\underline{32{,}9\ pF}}$$

$$Q_1=C_1\cdot U=32{,}9\cdot10^{-12}\,F\cdot800\,V=\underline{\underline{26{,}3\,nC}}$$



b) Man bringt eine leicht bewegliche negative Ladung - zum Beispiel einen Kunststoffstab, den man an Wolle oder einem Katzenfell gerieben hat und der an einem Faden aufgehängt ist - in die Nähe einer Platte. Wird die negative Ladung - der Kunststoffstab - angezogen, ist die Platte positiv geladen.

Ladung auf K1

$$26{,}3\ \text{nC} \mathrel{\widehat{=}} 800\ \text{V}$$

$$:4 \qquad \widehat{=} \qquad :4$$

$$\underline{\underline{6{,}58\ \text{nC}}} \mathrel{\widehat{=}} 200\ \text{V}$$

c) Die überzähligen Elektronen auf der negativ geladenen Platte von K1 stoße sich gegenseitig ab und fließen teilweise auf die vorher neutrale Platte von K2. Genauso kommt es auf der positiven Seite zu Ladungsausgleich. Die Ladung von K1 fließt also teilweise auf K2. Wegen Q = C·U sind Ladung auf dem Kondensator und Spannung am Kondensator direkt proportional, deshalb sinkt die Spannung um den selben Faktor wie die Ladung -> Dreisatz.

Kapazität

$$6{,}58\ \text{nC} \mathrel{\widehat{=}} 32{,}9\ \text{pF} \leftarrow \text{K1}$$

$$\cdot 3 \qquad \widehat{=} \qquad \cdot 3$$

$$\underline{\underline{19{,}7\ \text{nC}}} \mathrel{\widehat{=}} 98{,}7\ \text{pF} \leftarrow \text{K2}$$

Also sind 19,7 nC auf K2 geflossen. Weil die Spannung an K2 genauso groß ist wie an K1 und wegen Q = C·U ist die Ladung hier proportional zur Kapazität und man kann die Kapazität von K2 auch mit Dreisatz ausrechnen.

Aufgabe 4.75: Abi 2003; Plattenkondensator

Zwei kreisförmige Metallplatten mit Radius r = 12 cm, die parallel zueinander im Abstand d = 1,5 mm angeordnet sind, bilden einen Plattenkondensator, der an die Spannung U = 240 V angeschlossen wird.

a) Berechnen Sie die Kapazität dieser Anordnung sowie die gespeicherte Ladung Q des Kondensators. (Kontrolle: Q = 64 nC)

b) Berechnen Sie die elektrische Feldstärke E zwischen den Platten sowie die im Feld gespeicherte Energie W. (Kontrolle: E = 160 kV/m)

Für die Anziehungskraft zwischen verschieden geladenen Kondensatorplatten gilt die Beziehung $F = \frac{1}{2} \cdot E \cdot Q$.

c) Erklären Sie wie der Faktor $\frac{1}{2}$ zustande kommt und bestimmen Sie die Größe der Kraft F, welche die Platten dieses Kondensators aufeinander ausüben.

d) Vergleichen Sie das Ergebnis aus Teilaufgabe c) mit der Kraft, die zwei Punktladungen gleicher Größe im Abstand d = 1,5 mm aufeinander ausüben. Erläutern Sie, warum sich die beiden Werte erheblich unterscheiden.

Lösung:

a) $C=\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}=\epsilon_0\cdot\frac{\pi\cdot r^2}{d}=8{,}85\cdot10^{-12}\,\frac{As}{Vm}\cdot\frac{\pi\cdot(0{,}12\,m)^2}{0{,}0015\,m}=\underline{\underline{0{,}267\,nF}}$

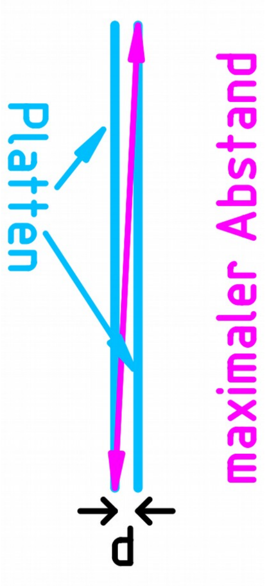
$Q=C\cdot U=0{,}267\cdot10^{-9}\,F\cdot240\,V=\underline{\underline{64\,nC}}$

b) $E=\frac{U}{d}=\frac{240\,V}{0{,}0015\,m}=\underline{\underline{160\,kV/m}}$

$W=\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2=\frac{1}{2}\cdot0{,}267\cdot10^{-9}\,F\cdot(240\,V)^2=\underline{\underline{7{,}7\,\mu J}}$

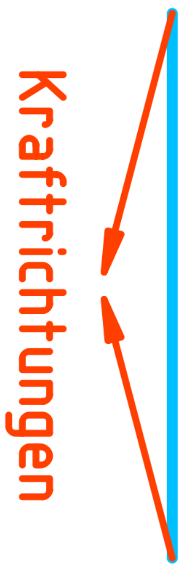
c) Die Feldstärke E wird von den Ladungen beider Platten erzeugt. Da aber nur die rechte Platte auf die linke Platte eine Kraft ausüben kann, darf für die Kraft auf die linke Platte nur das Feld der rechten Platte, also die halbe Feldstärke, eingerechnet werden.

$F=\frac{1}{2}\cdot E\cdot Q=\frac{1}{2}\cdot\frac{U}{d}\cdot Q=\frac{1}{2}\cdot\frac{240\,V}{0{,}0015\,m}\cdot64\cdot10^{-9}\,C=\underline{\underline{5{,}1\,mN}}$



d)
$$F_C=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}$$
$$=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot8{,}85\cdot10^{-12}\,As/Vm}\cdot\frac{(64\cdot10^{-9}\,C)^2}{(0{,}0015\,m)^2}$$
$$=\underline{\underline{16{,}4\,N}}$$

Im Mittel sind die Ladungen viel weiter voneinander entfernt (siehe linkes Bild). Außerdem zeigen die Kräfte, die die Ladungen der Platten aufeinander ausüben nicht in die resultierende Kraftrichtung und heben sich teilweise auf (siehe rechtes Bild).



Aufgabe 4.76: Abi 2005; Millikanversuch

Beim Versuch nach Millikan bringt man elektrisch geladene Öltröpfchen zwischen die horizontalen Platten eines Kondensators. Ein zweifach geladenes Öltröpfchen wird dabei bei einer angelegten Spannung von 255 V im Kondensator mit Plattenabstand 5,0 mm zum ruhigen schweben gebracht.

a) Skizzieren Sie den Kondensator (Polung!) und die Kräfte, die auf das Tröpfchen wirken.

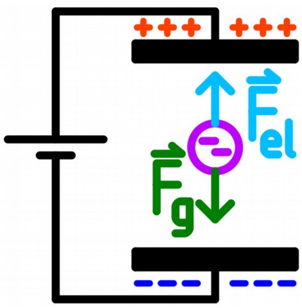
b) Leiten Sie für den Schwebefall eine Formel für die Masse des Öltröpfchens in Abhängigkeit der gegebenen Messgrößen her und bestimmen Sie diese Masse des in diesem Versuch verwendeten Tröpfchens. (Kontrolle: 1,7 pg)

Das Öltröpfchen wird mit UV-Licht bestrahlt und verliert dadurch ein Elektron.

c) Was beobachtet man? Begründen Sie ihre Antwort mit Hilfe der wirkenden Kräfte. Eine rechnerische Behandlung ist nicht erforderlich.

d) Erklären Sie, weshalb das durch die Luft nach unten fallende Öltröpfchen schließlich eine Endgeschwindigkeit erreicht und dann mit konstanter Geschwindigkeit fällt.

Lösung:



a) siehe Bild

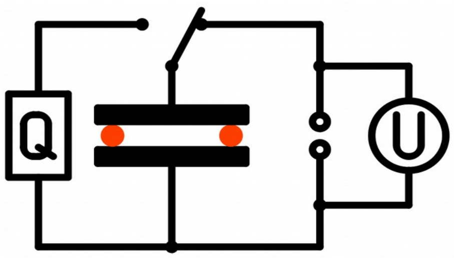
b)
$$F_g = F_{el} \rightarrow m \cdot g = E \cdot q = \frac{U}{d} \cdot 2 \cdot e$$

$$m = \frac{2 \cdot U \cdot e}{d \cdot g} = \frac{2 \cdot 255\,V \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C}{0{,}005\,m \cdot 9{,}81\,m/s^2} = \underline{\underline{1{,}66 \cdot 10^{-15}\,kg}}$$

c) Nach dem Verlust eines Elektrons ist die Ladung des Tröpfchens nur noch halb so groß, d.h. die elektrische Kraft ist auch nur noch halb so groß. Also ist die Gewichtskraft jetzt doppelt so groß wie die elektrische Kraft und das Öltröpfchen wird nach unten beschleunigt. Man beobachtet also, dass das Öltröpfchen nach unten fällt.

d) Beim Fallen durch die Luft wirkt der Luftwiderstand auf das Tröpfchen, der eine Kraft nach oben erzeugt. Mit steigender Geschwindigkeit wird der Luftwiderstand immer größer, bis er schließlich genau so groß ist wie die nach unten wirkende Kraft. Ab diesem Zeitpunkt herrscht ein Kräftegleichgewicht und das Tröpfchen fällt mit konstanter Geschwindigkeit. (Bemerkung: Dafür ist nur eine Fallstrecke von weniger als einem Millimeter erforderlich.)

Aufgabe 4.77: Abi 2005; elektrische Feldkonstante



Zur Bestimmung der elektrischen Feldkonstante wird ein Kondensator benutzt. Dieser besteht aus zwei kreisförmigen Platten vom Radius 15 cm, die getrennt durch kleine Abstandshalter der Dicke 2,0 mm genau übereinander liegen. Der Kondensator wird auf verschiedene Spannungen aufgeladen und dann jeweils über ein ladungsmessgerät entladen. Es ergeben sich die folgenden Messwerte.

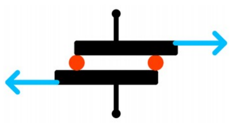
U in V	100	150	200	250	300	350
Q in nC	35	56	69	90	110	124

a) Tragen Sie die Messwerte in ein Koordinatensystem - Ladung in Abhängigkeit von der Spannung - ein. Zeichnen Sie eine Ausgleichsgerade und begründen Sie, warum sie durch den Koordinatenursprung gehen muss. Welche Bedeutung hat die Steigung der Geraden? Bestimmen Sie ihren Wert.

b) Berechnen Sie mit Ihrem Ergebnis aus Teilaufgabe a) die elektrische Feldkonstante und geben Sie die prozentuale Abweichung vom Literaturwert an.

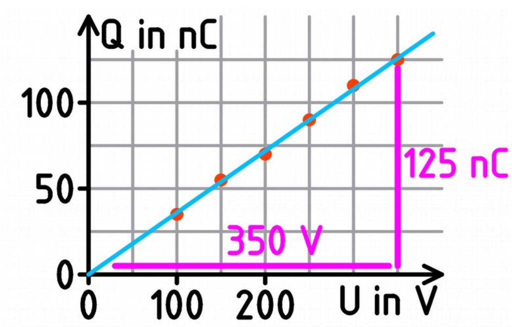
Die obere Kondensatorplatte wird nun etwas in horizontaler Richtung verschoben und der Versuch dann bei gleichen Spannungswerten wiederholt.

c) Zeichnen Sie in das Diagramm von Teilaufgabe a) den Graphen einer möglichen Messreihe ein und begründen Sie seinen Verlauf.



d) Welche Änderung ergäbe sich im Graphen, wenn nun zusätzlich noch höhere Abstandshalter verwendet würden?

Lösung:



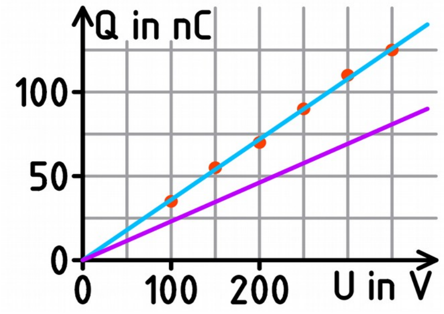
a) Wegen $Q = C \cdot U$ ist Q direkt proportional zu U mit Proportionalitätskonstante C, deshalb gibt das U-Q-Diagramm eine Ursprungsgerade mit Steigung C. Die Steigung im Diagramm ist also die Kapazität des Kondensators.

$$C = \frac{125 \cdot 10^{-9}\,C}{350\,V} = \underline{0{,}357\,nF}$$

b) $C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} = \epsilon_0 \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{d}$ → $\epsilon_0 = \frac{C \cdot d}{\pi \cdot r^2} = \frac{0{,}357 \cdot 10^{-9}\, F \cdot 0{,}002\, m}{\pi \cdot (0{,}15\, m)^2} = \underline{\underline{10{,}1 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}}}$

Prozentuale Abweichung vom Literaturwert: $\frac{10{,}1}{8{,}85} = 1{,}14$

Die Abweichung beträgt also ca. 14%.



c) Durch das Verschieben wird die effektive Plattenfläche und damit die Kapazität verkleinert. Es ergibt sich eine Ursprungsgerade mit geringerer Steigung.

d) Die Kapazität wird durch Vergrößern des Plattenabstands noch weiter verkleinert und die Steigung der Geraden wird noch kleiner.

<u>Aufgabe 4.78: Abi 2011; Elektrisches Gewitterfeld</u>

Zur Beschreibung der elektrischen Vorgänge bei einem Gewitter soll eine geladene Gewitterwolke in 1,5 km Höhe zusammen mit dem Boden darunter stark vereinfacht als "Naturplattenkondensator" mit der Fläche 15 km² betrachtet werden. Die Wolkenunterseite besitzt gegenüber dem Boden das Potential φ = -30 MV. Wegen der zunächst noch trockenen Luft kann die Kapazität wie bei einem Kondensator im Vakuum berechnet werden.

a) Ermitteln Sie die Kapazität und die Ladung dieses Kondensators sowie die elektrische Feldstärke E. (Kontrolle: E = 20 kV/m)

b) Welchen Betrag würde man erhalten, wenn man die im elektrischen Feld dieses Kondensators gespeicherte Energie nach dem "Erneuerbare-Energie-Gesetz" zu einem Preis von 0,36 € pro kWh ins Stromnetz einspeisen könnte?

c) Erklären Sie, warum ein in diesem Gewitterfeld auf dem Boden stehender Sendemast aus Metall besonders blitzeinschlaggefährdet ist. Benützen Sie zur Begründung eine geeignete Feldlinienskizze. Zeichnen Sie in die Feldlinienskizze auch die Äquipotentiallinien ein.

Im gesamten Gewitterfeld kommt es nun zu einem Hagelschauer. Dabei fallen kugelförmige Hagelkörnchen mit 0,50 cm Radius und 0,48 g Masse senkrecht nach unten.

d) Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit eines Hagelkörnchens beim Herunterfallen. Berücksichtigen Sie dabei zunächst nur die Gewichtskraft und die durch den Luftwiderstand verursachte Kraft

$$F_L = \frac{1}{2} \cdot c_W \cdot \rho_L \cdot A \cdot v^2 \quad .$$

A bezeichnet hierbei die Querschnittsfläche des Hagelkorns und v seine Geschwindigkeit. Der Luftwiderstandsbeiwert beträgt 0,45 und die Dichte der Luft 1,3 kg/m³.

Negative Ladungen, die im unteren Teil der Gewitterwolke auf den Hagelkörnchen sitzen, werden im Wesentlichen durch Blitze zur Erde abgeleitet. Doch auch die fallenden Hagelkörnchen selbst transportieren Ladung von der Wolke zum Boden.

e) Die während eines Wolkenbruchs herabfallenden Hagelkörner entsprechen einer Wassermenge von 50 Liter/m²; sie transportieren dabei insgesamt eine Ladung von Q = 10 mC. Schätzen Sie daraus die mittlere Ladungsmenge eines Hagelkörnchens ab und beurteilen Sie, ob sich daraus eine spürbare Änderung seiner Fallgeschwindigkeit ergibt.

Lösung:

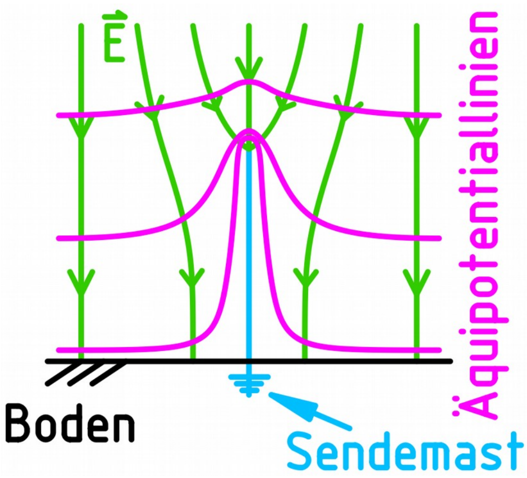
a) $C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\, As/(Vm) \cdot \frac{15 \cdot 10^6\, m^2}{1500\, m} = \underline{88{,}5\, nF}$

$Q = C \cdot U = 88{,}5 \cdot 10^{-9}\, F \cdot 30 \cdot 10^6\, V = \underline{2{,}66\, C}$

$E = \frac{U}{d} = \frac{30 \cdot 10^6\, V}{1500\, m} = \underline{20\, kV/m}$

b) $E = 0{,}5 \cdot C \cdot U^2 = 0{,}5 \cdot 88{,}5 \cdot 10^{-9}\, F \cdot (30 \cdot 10^6\, V)^2 = \underline{39{,}8\, MJ = 39{,}8 \cdot 10^3\, kWs = 11{,}1\, kWh}$

Das macht ungefähr 4€.



c) Die Außenhaut des Sendemastes aus Metall ist eine geerdete Äquipotentialfläche, deshalb liegt die Spitze des Sendemastes auf Erdpotential. Die senkrecht zu den Äquipotentiallinien verlaufenden Feldlinien werden so zur Spitze des Sendemastes hingezogen, wodurch im Bereich dieser Spitze ein deutlich stärkeres E-Feld entsteht, da die Feldlinien hier dichter sind. Ob es zum Spannungsdurchschlag kommt hängt nur von der Feldstärke ab, deshalb ist der Mast einschlaggefährdet.

d) Endgeschwindigkeit bei Kräftegleichgewicht; Gewichtskraft nach unten ist genauso groß wie Luftwiderstands-Kraft nach oben

$$F_g = F_L \rightarrow m \cdot g = \frac{1}{2} \cdot c_W \cdot \rho_L \cdot A \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g}{c_W \cdot \rho_L \cdot \pi \cdot r^2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}48 \cdot 10^{-3}\,kg \cdot 9{,}81\,m/s^2}{0{,}45 \cdot 1{,}3\,kg/m^3 \cdot \pi \cdot (0{,}005\,m)^2}} = \underline{25{,}4\,m/s = 91\,km/h}$$

e) Wassermenge gesamt: $50\,kg/m^2 \cdot 15 \cdot 10^6\,m^2 = \underline{750 \cdot 10^6\,kg}$

Anzahl der Hagelkörner: $N = \frac{750 \cdot 10^6\,kg}{0{,}48 \cdot 10^{-3}\,kg} = \underline{1{,}56 \cdot 10^{12}}$

Ladung eines Hagelkorns: $q = \frac{0{,}010\,C}{1{,}56 \cdot 10^{12}} = \underline{6{,}4 \cdot 10^{-15}\,C}$

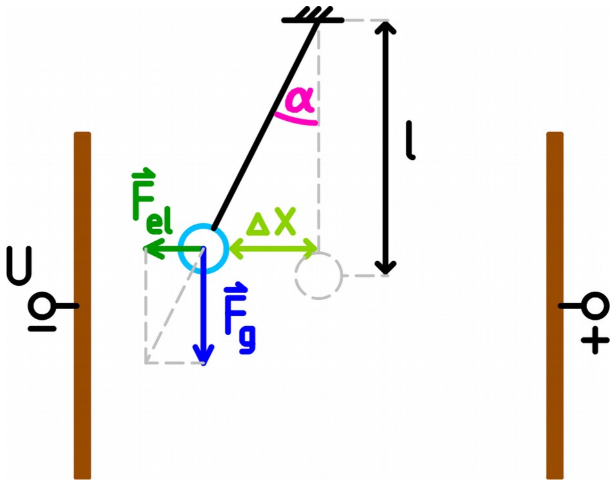
Elektrische Kraft auf ein Hagelkorn: $F_{el} = q \cdot E = 6{,}4 \cdot 10^{-15}\,C \cdot 20 \cdot 10^3\,V/m = \underline{1{,}3 \cdot 10^{-10}\,N}$

Gewichtskraft auf ein Hagelkorn: $F_g = m \cdot g = 0{,}48 \cdot 10^{-3}\,kg \cdot 9{,}81\,m/s^2 = \underline{4{,}7 \cdot 10^{-3}\,N}$

Die Gewichtskraft ist ca. 36 Mio - mal so groß wie die elektrische Kraft, d.h. kein spürbarer Einfluss auf die Fallgeschwindigkeit.

Aufgabe 4.79: Abi 2008; Plattenkondensator

Zwei kreisförmige Metallplatten mit Radius r = 30 cm, die parallel in einem Abstand von d = 10 cm angeordnet sind, bilden einen Plattenkondensator. In der Mitte zwischen den Platten hängt an einem isolierten Faden (l = 1,2 m) eine kleine, geladene Metallkugel (m = 0,25 g).



a) Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators.

Legt man an den Kondensator die Spannung U = 2,0 kV an, so wird die Kugel horizontal um Δx = 4,0 cm aus der Ruhelage ausgelenkt. Influenzeffekte sollen nicht berücksichtigt werden, das Feld im Innern des Kondensators darf als homogen angenommen werden.

b) Ermitteln Sie den Auslenkwinkel α und berechnen Sie mit Hilfe der Gewichtskraft die elektrische Kraft auf die Metallkugel. (Kontrolle: F(elektrisch) = 82 μN)

c) Wie groß ist die elektrische Feldstärke E des homogenen elektrischen Feldes zwischen den Kondensatorplatten? Welche Ladung Q trägt die Metallkugel? (Kontrolle: E = 20 kV/m)

d) Begründen Sie kurz, wie sich die Auslenkung der Kugel ändert, wenn bei konstanter Spannung der ursprüngliche Plattenabstand vergrößert wird.

e) Nun wird der Faden durchtrennt. Beschreiben Sie qualitativ die Bewegung der Metallkugel innerhalb des Kondensators und begründen Sie ihre Antwort.

☠ Der Rest erscheint jetzt wohl ein bisschen schwer. Sie werden im Verlauf der 11ten Klasse noch etwas über Physik lernen, wodurch diese Frage dann leichter wird.

Die geladene Metallkugel wird anschließend wieder an den Faden gehängt, doch anstelle der Gleichspannung wird jetzt eine Wechselspannung an die Kondensatorplatten angelegt.

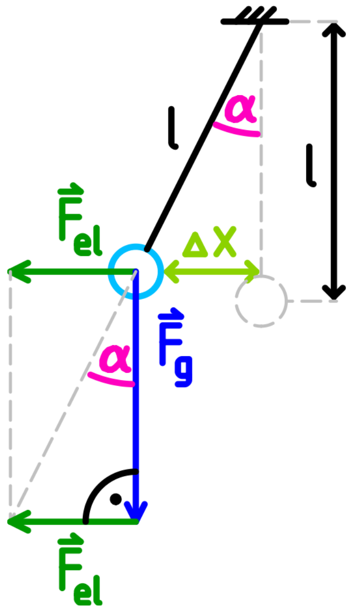
f) Welche Beobachtungen sind jeweils zu erwarten, wenn die angelegte Wechselspannung beginnend bei sehr niedrigen Frequenzen über die Eigenfrequenz des Pendels bis hin zu sehr hohen Frequenzen variiert wird? Begründen Sie ihre Antwort ausführlich.

Lösung:

a) $C=\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}=8{,}85\cdot10^{-12}\,As/Vm\cdot\frac{\pi\cdot(0{,}3\,m)^2}{0{,}1\,m}=\underline{\underline{25\,pF}}$

b) $\sin\alpha=\frac{\Delta x}{l}=\frac{0{,}04\,m}{1{,}2\,m}=0{,}0333$

$\underline{\underline{\alpha=1{,}91°}}$



Der Winkel α taucht im Kräftediagramm nochmal auf:

$\tan\alpha=\frac{F_{el}}{F_g}\;\rightarrow\;F_{el}=F_g\cdot\tan\alpha=m\cdot g\cdot\tan\alpha$

$F_{el}=0{,}25\cdot10^{-3}\,kg\cdot9{,}81\,m/s^2\cdot\tan1{,}91°=\underline{\underline{81{,}8\,\mu N}}$

☠ Bei so kleinen Winkeln mach es im Ergebnis keinen Unterschied, ob Sie Sinus oder Tangens eintippen, beim Ansetzen der Gleichungen ist es aber ein Fehler!

c) $E=\frac{U}{d}=\frac{2{,}0\cdot10^3\,V}{0{,}1\,m}=\underline{\underline{20\,kV/m}}$

$$F_{el} = E \cdot Q \rightarrow Q = \frac{F_{el}}{E} = \frac{81{,}8 \cdot 10^{-6}\,N}{20 \cdot 10^{3}\,V/m} = \underline{\underline{+4{,}1\,nAs}}$$

die Ladung ist positiv, weil die Kugel nach links ausgelenkt wird

d) Wenn man den Plattenabstand vergrößert wird wegen E = U/d die Feldstärke im Kondensator kleiner und wegen F = Q·E wird dann die elektrische Kraft kleiner. Deshalb wird die Auslenkung der Kugel auch kleiner.

e) Im Innern des Kondensators wirkt die Gesamtkraft (Gewichtskraft plus elektrische Kraft) nach durchtrenntem Faden genau in die vorherige Laufrichtung des Fadens. Deshalb wird die Kugel in diese Richtung beschleunigt. Die Kugel bewegt sich also geradlinig mit konstanter Beschleunigung in Auslenkungsrichtung.

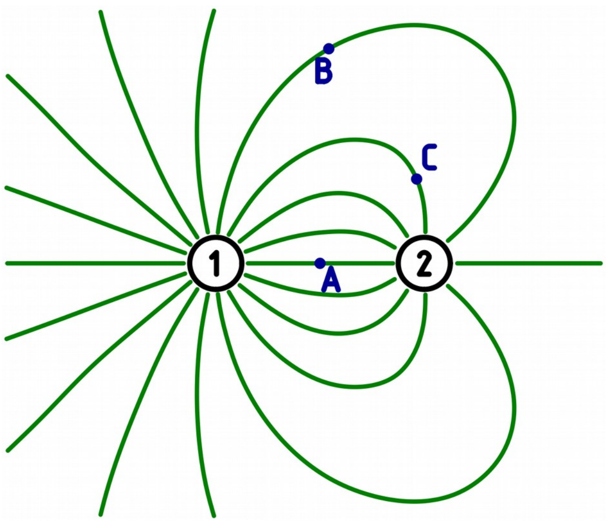
f) Durch die Wechselspannung ändert das elektrische Fels im Kondensator ständig seine Stärke und Richtung.

Bei extrem niedriger Frequenz folgt die Kugel dem Kräftegleichgewicht aus Gewichtskraft, elektrischer Kraft und Fadenkraft.

Bei zunehmender Frequenz wird das Fadenpendel zu Schwingungen angeregt. Die Frequenz der Schwingung des Fadenpendels ist jeweils gleich der Anregungsfrequenz, also gleich der Frequenz der Wechselspannung. In der Nähe der Eigenfrequenz des Fadenpendels nimmt die Amplitude der Pendelschwingung stark zu (Resonanz). Bei Frequenzen weit über der Eigenfrequenz funktioniert die Anregung nicht mehr so gut und die Amplitude der Pendelschwingung wird immer kleiner, bis schließlich bei sehr hohen Frequenzen die Amplitude so klein wird, dass sie nicht mehr wahrnehmbar ist.

Aufgabe 4.80: G8 Muster-Abi 2010; Elektrische Feldstrukturen

Zwei geladene Kugeln (1) und (2) sind 20 cm voneinander entfernt. Der Punkt A befindet sich genau in der Mitte zwischen den beiden Kugeln. Kugel (1) trägt die Ladung Q1 = 3,2 nC, der Betrag der Ladung auf Kugel (2) ist halb so groß.



a) Bestimmen Sie Betrag und Richtung der elektrischen Feldstärke im Punkt A.

b) Ergänzen Sie in der nebenstehenden Abbildung die Richtungen der Feldlinien.

Zeichnen Sie Äquipotentiallinien durch die Punkte A, B und C ein.

c) Wie stellt sich das elektrische Feld für einen Beobachter in sehr großer Entfernung dar?

d) Beschreiben Sie ein selbst gewähltes Phänomen aus der Natur oder aus der Technik (z.B. Gewitterentstehung oder Funktionsprinzip der Xerographie), bei dem elektrische Felder eine entscheidende Rolle spielen.

<u>Lösung:</u>

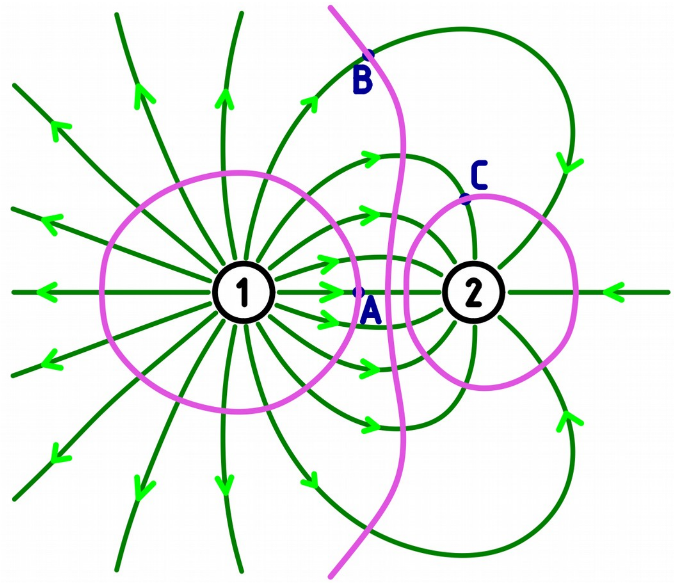
a) Bei der positiven Ladung Q1 entspringen elektrische Feldlinien und laufen in die Ladung Q2 hinein, das elektrische Feld zeigt also im Punkt A nach rechts (Richtung der Feldstärke).

Deshalb muss Q2 negativ geladen sein und die beiden Feldstärken addieren sich in A.

$$E = E_1 + E_2 = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\left(\frac{Q_1}{r_1^2}+\frac{Q_2}{r_2^2}\right)=$$

$$=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\,As/(Vm)}\cdot\left(\frac{3{,}2\cdot 10^{-9}\,C}{(0{,}1\,m)^2}+\frac{1{,}6\cdot 10^{-9}\,C}{(0{,}1\,m)^2}\right)=\underline{3{,}5\,kV/m}$$

b) siehe Bild



Äquipotentiallinien senkrecht zu den Feldlinien; außerhalb der Ladungen ist das Feld schwächer und die Äquipotentiallinien haben einen größeren Abstand, sind also auch weiter von der beiden Punktladungen weg als zwischen den Ladungen

c) In großer Entfernung ist nur noch die positive Überschussladung von Kugel (1) sichtbar, das Feld ist also sehr ähnlich dem Feld einer positiven Punktladung von der Größe 1,6 nC. D.h. die Feldlinien laufen geradlinig (radial) vom Ladungsschwerpunkt weg nach außen.

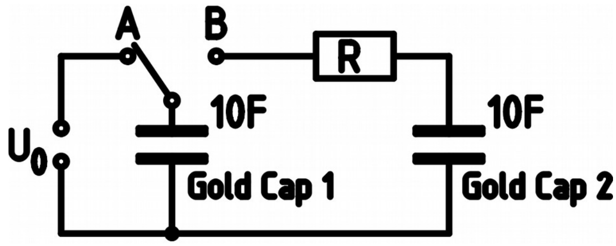
d) offener Arbeitsauftrag

Aufgabe 4.81: G8 Muster-Abi 2010; Gold-Cap-Kondensatoren

Ein "Gold Cap" ist ein Kondensator mit sehr hoher Kapazität, der sich durch eine kleine Baugröße auszeichnet. Auf einem handelsüblichen Exemplar findet man die Aufschrift: " Gold Cap 2,3 V 10F ".

a) Berechnen Sie die Plattenfläche, die ein Plattenkondensator bei einem Plattenabstand von 10 μm und einer Kapazität von 10 F hat.

Zwei Gold Caps sind in der nebenstehenden Schaltung eingebaut. Der Schalter befindet sich zunächst in der Stellung "A".



b) Die Spannung Uo wird auf 2,0 V eingestellt. Bestimmen Sie die Ladung Qa des Gold Cap 1 und die Energie Ea, die in seinem elektrischen Feld gespeichert ist.

Nun wird der Schalter von der Position "A" in die Position "B" umgelegt.

c) Berechnen Sie die Spannung, die sich lange Zeit nach Umlegen des Schalters an den beiden Kondensatoren einstellt, und die Gesamtenergie in beiden Feldern. Erläutern Sie, warum nun weniger Energie in den Feldern "steckt" als bei Teilaufgabe b).

d) Für diesen Teil braucht man EM-Schwingungen -> lernen wir erst später.

Statt des Gold Cap 2 soll nun eine Spule verwendet werden. Wieder wird zuerst der Schalter in Stellung "A" gebracht und dann auf "B" umgelegt. Skizzieren Sie qualitativ den zeitlichen Verlauf der Spannung am Gold Cap 1 und die Stromstärke durch den Widerstand ab dem Zeitpunkt des Umschaltens.

Lösung:

a) $C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \rightarrow A = \frac{C \cdot d}{\epsilon_0} = \frac{10\,F \cdot 10 \cdot 10^{-6}\,m}{8{,}85 \cdot 10^{-12}\,As/(Vm)} = \underline{\underline{11 \cdot 10^6\,m^2 = 11\,km^2}}$

b) $Q_a = C \cdot U_0 = 10\,F \cdot 2\,V = \underline{\underline{20\,C}}$

$$E_{el} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot 10\,F \cdot (2\,V)^2 = \underline{\underline{20\,J}}$$

c) Beide Kondensatoren haben dieselbe Kapazität und deshalb am Ende auch dieselbe Ladung. Die Ladung auf Gold Cap 1 halbiert sich also. An beiden Kondensatoren liegt dann die Spannung:

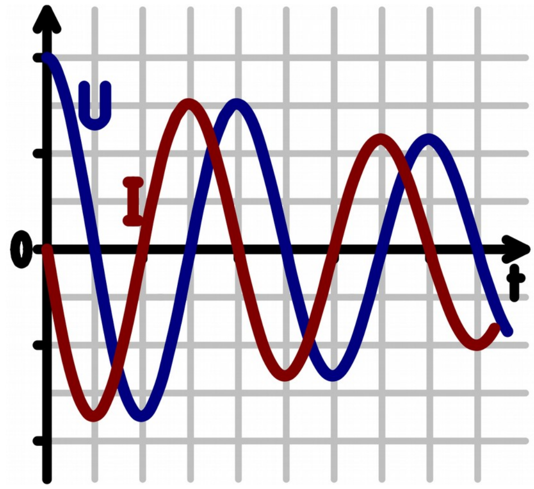
$$U=\frac{Q}{C}=\frac{10\,C}{10\,F}=\underline{\underline{1{,}0\,V}}$$

$$E_1=\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2=\frac{1}{2}\cdot 10\,F\cdot(1{,}0\,V)^2=\underline{\underline{5{,}0\,J}}$$

Beide Kondensatoren zusammen haben also eine Energie von 10,0 J.

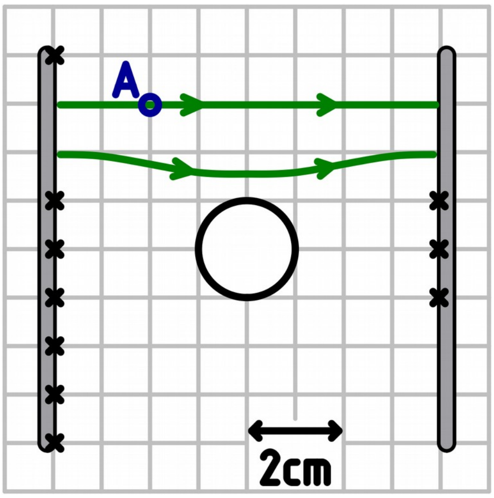
Die Hälfte der elektrischen Energie ist im Widerstand R durch Wärmeentwicklung in innere Energie umgewandelt worden.

d) Es entsteht eine gedämpfte Schwingung; bei t=0 ist die Spannung maximal; die erste Halbschwingung der Stromstärke geht ins negative; wenn die Spannung maximal ist, dann ist die Stromstärke Null und umgekehrt



Aufgabe 4.82: G8 Abi 2011; Elektrisches Feld

In der Mitte eines Plattenkondensators befindet sich eine ungeladene Hohlkugel aus Metall. Die linke Platte des Kondensators ist positiv, die rechte negativ geladen.



a) Übertragen Sie die Skizze unter Beachtung der Längenangabe auf Ihr Blatt und kennzeichnen Sie die Ladungsverteilung auf der Kugel, die sich auf Grund von Influenz ergibt.

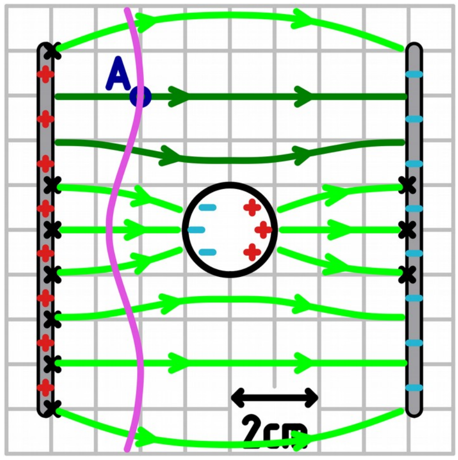
b) Wegen der Metallkugel und des großen Plattenabstandes ist das elektrische Feld nicht homogen. Vervollständigen Sie das Feldlinienbild, indem Sie die Feldlinien einzeichnen, die an den zehn mit einem Kreuz markierten Stellen beginnen oder enden.

Das elektrische Potential soll auf der linken Platte den Wert +200V und auf der rechten -200V haben.

c) Begründen Sie, dass am Punkt A das Potential etwa den Wert +100V hat und zeichnen Sie die durch A verlaufende Äquipotentiallinie ein.

d) Ein positiv geladener Probekörper mit der Ladung 50 pC soll im Kondensator bewegt werden. Berechnen Sie die Arbeit, die aufgewendet werden muss, um den Körper entland einer Feldlinie von der rechten zur linken Platte zu bringen. Begründen Sie, warum im Gegensatz dazu bei der Bewegung längs einer Äquipotentiallinie keine Arbeit verrichtet wird.

Lösung:



a) und b) siehe Bild

c) siehe Bild und:

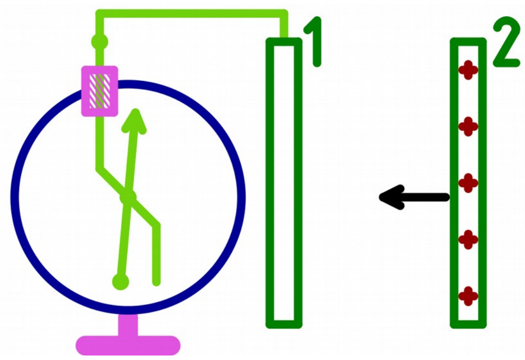
Entlang der Feldlinien durch A ist das elektrische Feld ungefähr gleich stark. Unter dieser Vorraussetzung ist die Potentialdifferenz $\Delta\varphi$ direkt proportional zur Entfernung Δs. Weil der Punkt A auf ein viertel der Entfernung zur negativen Platte liegt fällt bis zum Punkt A also ungefähr ein viertel der gesamten Potentialdifferenz von -400V ab, das sind -100V.

+200V - 100V = +100V

d) $W = \Delta E = q \cdot \Delta\phi = 5 \cdot 10^{-11} C \cdot 400 V = \underline{20 nJ}$

Längs einer Äquipotentiallinie ändert sich das elektrische Potential φ nicht, und wegen $E = q \cdot \varphi$ ändert sich auch die elektrische Energie einer Ladung nicht, deshalb ist also die Veränderung der elektrischen Energie ΔE gleich Null, und wegen $W = \Delta E$ ist dann auch die zu verrichtende Arbeit gleich Null.

Aufgabe 4.83: G8 Abi 2011; Elektroskop und Plattenkondensator



Ein Elektroskop ist, wie in der Skizze gezeigt, mit der Metallplatte 1 verbunden. Elektroskop und Platte 1 sind ungeladen.

a) Beschreiben Sie das Verhalten des Elektroskops, wenn die zunächst weit entfernte, positiv geladene Metallplatte 2 von rechts angehähert wird. Erklären Sie diesen Effekt.

Die beiden quadratischen Platten werden nun ohne das Elektroskop so als Plattenkondensator aufgestellt, dass die Platten parallel zur Erdoberfläche liegen. Die Seitenlänge der Platten beträgt 20 cm, ihr Abstand 2,5 cm. An diesen Kondensator wird eine Spannung von 1,4 kV angelegt.

b) Berechnen Sie die Kapazität und die Ladung des Kondensators.

Im Kondensator wird ein negativ geladenes Styroporkügelchen der Masse 0,25 mg in der Schwebe gehalten.

c) Erstellen Sie eine Skizze des Kondensators mit dem Kügelchen und tragen Sie die elektrischen Feldlinien, die Polarität der Platten sowie die am Kügelchen angreifenden Kräfte ein.

d) Berechnen Sie die Ladung des Kügelchens.

e) Welchen Einfluss hätte ein zusätzliches Magnetfeld auf das schwebende Kügelchen? Kurze Begründung!

<u>Lösung:</u>

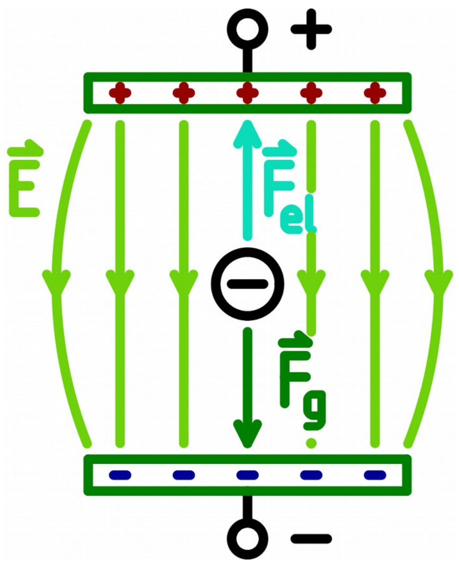
a) Beim Annähern der positiven Platte schlägt der Zeiger des Elektroskops aus und der Zeigerausschlag wird umso größer, je näher die positive Platte kommt.

Die zu Anfang neutrale Platte wird durch Influenz negativ geladen. Dadurch entsteht auf Halterung und Zeiger des Elektroskops eine positive Defektladung, wodurch sich Zeiger und Halterung abstoßen -> das Elektroskop schlägt aus.

b) $$C=\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}=8{,}85\cdot10^{-12}\,As/(Vm)\cdot\frac{(0{,}2\,m)^2}{0{,}025\,m}=\underline{\underline{14{,}2\,pF}}$$

$$Q=C\cdot U=14{,}2\cdot10^{-12}\,F\cdot1400\,V=\underline{\underline{19{,}8\,nC}}$$

c) siehe Bild



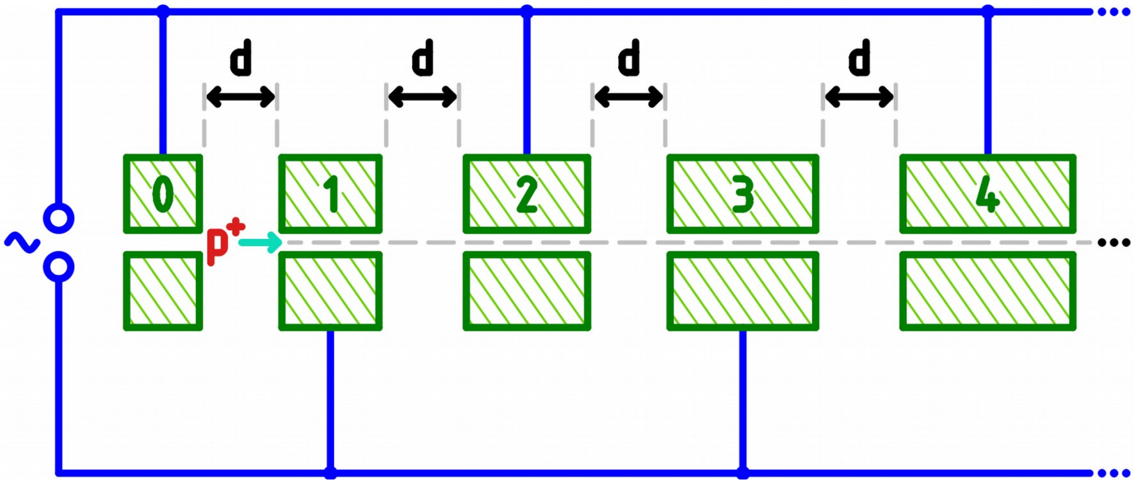
d) $$F_g=F_{el}\;\rightarrow\; m\cdot g=q\cdot E=q\cdot\frac{U}{d}\;\rightarrow\; q=\frac{m\cdot g\cdot d}{U}$$

$$q=\frac{0{,}25\cdot10^{-6}\,kg\cdot9{,}81\,m/s^2\cdot0{,}025\,m}{1400\,V}=\underline{\underline{4{,}38\cdot10^{-11}\,C}}$$

e) Nur auf bewegte Ladungen wirkt im Magnetfeld eine Kraft. Da das Kügelchen in Ruhe ist (schwebt) wirkt im Magnetfeld keine Kraft und das Kügelchen wird nicht vom Magnetfeld beeinflusst.

Aufgabe 4.84: Abi 2012; Linearbeschleuniger

Mit einem Linearbeschleuniger, dessen Aufbau die nebenstehende Abbildung schematisch zeigt, können Protonen geradlinig beschleunigt werden.



Betrachtet wird ein Proton, das am Ende der 0-ten Röhre mit vernachlässigbarer Anfangsgeschwindigkeit in den Beschleuniger eingebracht wird. Zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Röhren wird das Proton in einem schmalen Spalt mit einer Breite von $d = 2{,}0$ cm wie in einem Plattenkondensator mit Plattenabstand d und der anliegenden Spannung 600 kV beschleunigt. Dies wird durch eine an den Röhren anliegende Wechselspannung mit einer Frequenz von $f = 20$ MHz und einem Scheitelwert von $U_0 = 600$ kV erreicht. Die Aufenthaltsdauer des Protons in den Spalten soll vernachlässigt werden. Im Innern der Röhren liegt kein elektrisches Feld vor.

a) Berechnen Sie den Betrag der elektrischen Kraft auf das Proton und seine Beschleunigung im Spalt zwischen zwei Röhren. Bestimmen Sie die Zunahme ΔE_k der kinetischen Energie in jedem der Spalte. (Kontrolle: $\Delta E_k = 96$ fJ)

b) Erläutern Sie, wie sich das Proton im Innern der Röhren bewegt und berechnen Sie sowohl die kinetische Energie als auch die Geschwindigkeit v_7 des Protons am Ende des 7. Spalts und ...

Relativistik (erst später) -> ... begründen Sie, warum eine nichtrelativistische Rechnung gerechtfertigt ist. (Kontrolle: $v_7 = 28$ Mm/s)

c) Erläutern Sie, weshalb die Röhren in Bewegungsrichtung des Protons eine immer größere Länge haben müssen. Berechnen Sie die Länge s_7 der 7. Röhre.

Lösung:

a) $F_{el} = q \cdot E_{Fe} = e \cdot \frac{U}{d} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C \cdot \frac{600 \cdot 10^3\, V}{0{,}02\, m} = \underline{\underline{4{,}8\, pN}}$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-12}\, N}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\, kg} = \underline{\underline{2{,}87 \cdot 10^{15}\, m/s^2}}$$

$$\Delta E_{kin} = \Delta E_{el} = q \cdot U = 1\, e \cdot 600 \cdot 10^3\, V = \underline{\underline{600\, keV = 9{,}6 \cdot 10^{-14}\, J}}$$

b) Im Innern der Röhren herrscht kein elektrisches Feld, also gibt es keine Kraft auf das Proton. Deshalb bewegt sich das Proton nach Newton I geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit.

$$E_{kin,7} = 7 \cdot 600 \cdot 10^3\, eV = \underline{\underline{4{,}2\, MeV = 6{,}72 \cdot 10^{-13}\, J}}$$

0,5% der Ruheenergie des Protons wären 4,7 MeV. Weil die kinetische Energie mit 4,2 MeV unterhalb von diesem Wert liegt, ist eine nichtrelativistische Rechnung gerechtfertigt.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \;\rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}72 \cdot 10^{-13}\, J}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\, kg}} = \underline{\underline{28{,}4 \cdot 10^6\, m/s}}$$

Auch am Ende kann man argumentieren:

10% der Lichtgeschwindigkeit sind 30 Mm/s. Weil die Geschwindigkeit mit 2,8 Mm/s unterhalb von diesem Wert liegt, ist eine nichtrelativistische Rechnung gerechtfertigt.

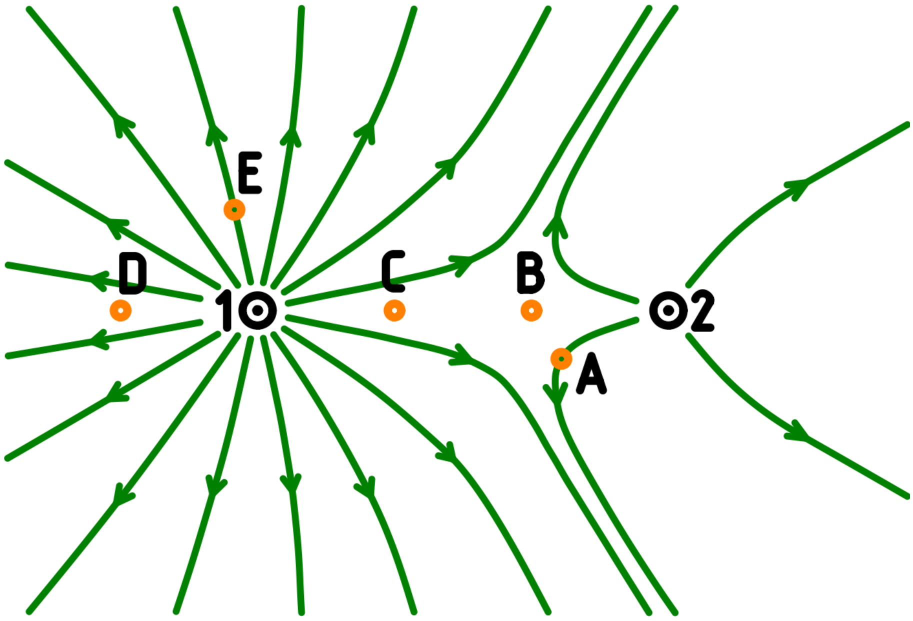
c) Damit das Proton im jeweils nächsten Spalt die Scheitelspannung in richtiger Polung erwischt, muss die Aufenthaltsdauer des Protons in allen Röhren so groß sein wie die halbe Schwingungsdauer der Beschleunigungsspannung. Da die Aufenthaltsdauer gleich groß bleiben muss und die Geschwindigkeit zunimmt, müssen die Röhren immer länger werden.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20 \cdot 10^6\, Hz} = \underline{50 \cdot 10^{-9}\, s}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_7}{0{,}5 \cdot T} \;\rightarrow\; s_7 = v \cdot 0{,}5 \cdot T = 28{,}4 \cdot 10^6\, m/s \cdot 25 \cdot 10^{-9}\, s = \underline{\underline{0{,}71\, m}}$$

Aufgabe 4.85: Abi 2013; Elektrisches Feld zweier Kugeln

Die Abbildung zeigt das elektrische Feldlinienbild zweier geladener Kugeln. Die Kugel 1 trägt die Ladung Q_1, die Kugel 2 die Ladung Q_2.



a) Geben Sie begründet die Vorzeichen der Ladungen Q1 und Q2 an und führen Sie ein qualitatives Argument dafür an, dass $|Q_1|<|Q_2|$ gilt.

In jedem beliebigen Punkt des elektrischen Feldes ist die Feldstärke $\overrightarrow{E_{ges}}$ die Vektorsumme der in diesem Punkt von Kugel 1 und Kugel 2 erzeugten Feldstärken $\overrightarrow{E_1}$ und $\overrightarrow{E_2}$.

b) Zeichnen Sie in obiger Abbildung im Punkt A sowohl einen Vektor $\overrightarrow{E_{ges}}$ ein (dessen Länge frei wählbar ist) als auch seine Zerlegung in die Vektoren $\overrightarrow{E_1}$ und $\overrightarrow{E_2}$.

Die Punkte B, C und D liegen auf der Geraden durch die Kugelmittelpunkte.

c) Im Punkt B, der doppelt so weit von der Kugel 1 entfernt ist wie von der Kugel 2, ist der Betrag der Feldstärke $\overrightarrow{E_{ges}}$ null. Folgern Sie hieraus, dass für die Ladungen der beiden Kugeln gilt: $Q_1=4\cdot Q_2$.

d) Die Punkte C und D haben den gleichen Abstand zur Kugel 1. Erklären Sie, in welchem der beiden Punkte der Betrag der Feldstärke $\overrightarrow{E_{ges}}$ größer ist.

e) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die durch den Punkt E verlaufende geschlossene Äquipotentiallinie ein.

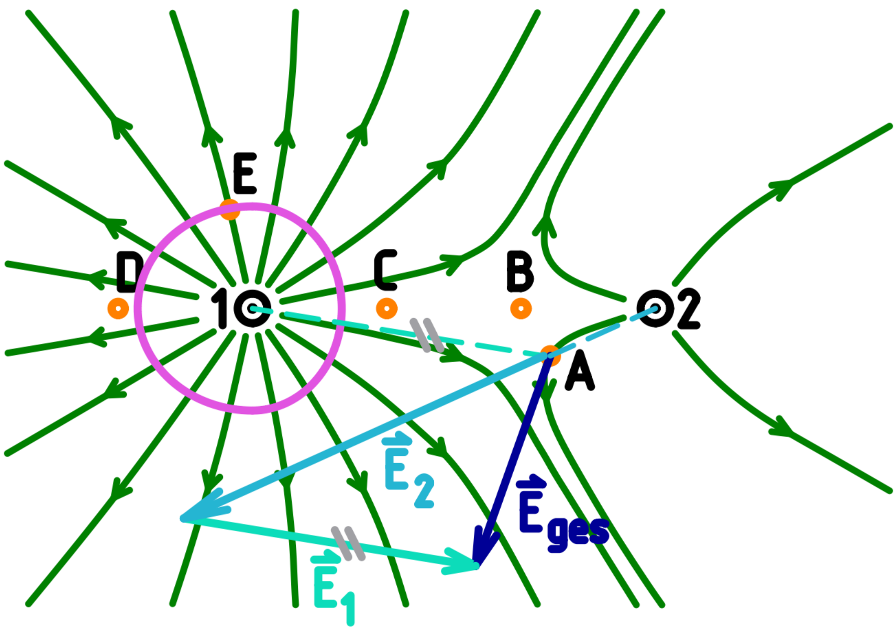
f) Ausgehend von obiger Anordnung wird der Abstand beider Kugeln verringert, wobei die Ladungen der Kugeln unverändert bleiben. Begründen Sie, ob und gegebenenfalls wie sich dabei der Energiegehalt des elektrischen Feldes ändert.

Lösung:

a) Da die Feldlinien an den beiden Ladungen beginnen (von den Ladungen weg zeigen) müssen beide Ladungen positiv sein.

Auf der Mittelsenkrechten der beiden Ladungen zeigen die Feldlinien tendenziell nach rechts. D.h. Q1 ist auf dieser Mittelsenkrechten dominant und deshalb muss Q1 auch betragsmäßig größer sein als Q2. (Feldliniendichte ist in der Umgebung von Q1 höher als in der Umgebung von Q2 geht auch)

b) siehe Bild



Gesamtfeldstärke muss tangential an die Feldlinie im Punkt A sein. Die einzelnen Feldstärken müssen jeweils die Richtung von Kugelmittelpunkt zu A besitzen (einmal parallel verschoben).

c) Wenn die Gesamtfeldstärke gleich Null ist, dann müssen die beiden einzelnen Feldstärken exakt gleich groß sein. Laut Angabe ist r1 = 4·r2 .

$$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\frac{Q_1}{r_1^2} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\frac{Q_2}{r_2^2} \rightarrow \frac{Q_1}{r_1^2} = \frac{Q_2}{r_2^2} \rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{(2\cdot r_2)^2}{r_2^2} = \frac{4\cdot r_2^2}{r_2^2} = \underline{\underline{4}}$$

Also ist Q1 viermal so groß wie Q2.

d) Die Feldstärke E1 ist in beiden Punkten gleich groß. Weil die einzelnen Feldstärken in C in entgegengesetzte Richtungen zeigen, wird in C die Feldstärke von E1 durch E2 verringert. In D zeigen die beiden einzelnen Felder in dieselbe Richtung deshalb wird in D die Feldstärke von E1 durch E2 vergrößert. Die Gesamtfeldstärke ist also in D größer als in C.

e) siehe Bild; senkrecht zu den Feldlinien / rechts enger als links

f) Man muss eine Arbeit gegen die Coulomb-Abstoßung der beiden Kugeln verrichten. Deshalb steigt der Energiegehalt des elektrischen Feldes.

5 Magnetfeld

Sobald ein Körper eine elektrische Ladung besitzt, erzeugt er ein elektrisches Feld. Sobald sich eine elektrische Ladung bewegt, erzeugt sie zusätzlich ein Magnetfeld. Alle Magnetfelder, die Sie bisher kennengelernt haben, werden von bewegten Ladungen erzeugt, auch die Felder von Permanentmagneten, wie sie spätestens ein bisschen weiter unten sehen werden. Jeder Magnet hat zwei Pole, es gibt keine magnetischen Monopole. Bei unseren Schul-Magneten ist der Nordpol immer rot, der Südpol ist grün.

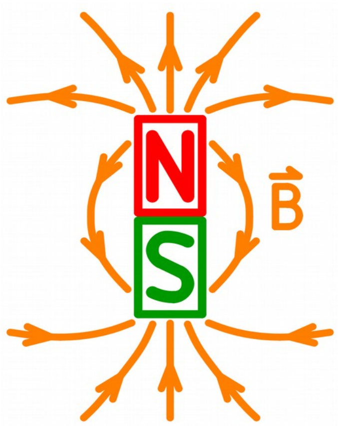
5.1 Magnetische Feldlinien

Die Gestalt der Felder haben Sie schon in der Mittelstufe kennengelernt. Jetzt kommt dazu eine Wiederholung.

<u>Definition:</u>

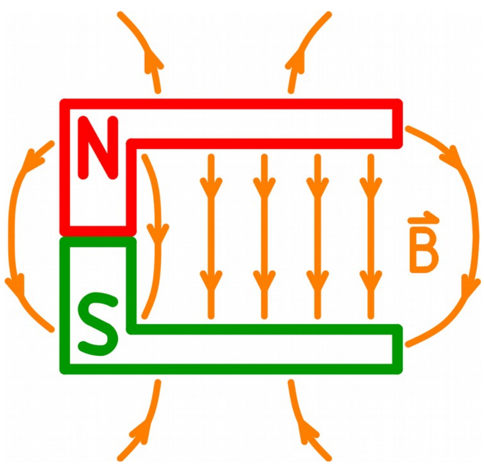
Die magnetischen Feldlinien zeigen an jedem Punkt in die Richtung, in die eine Kraft auf den Nordpol eines kleinen Probemagneten wirkt.

Wenn Sie sich also überlegen wollen in welche Richtung die magnetische Feldlinie an einem bestimmten Punkt zeigt, müssen Sie sich an diesem Punkt den Nordpol eines kleinen Magneten vorstellen, und sich überlegen, in welche Richtung eine Kraft auf diesen Nordpol wirkt.



Der Nordpol unseres Probemagneten wird vom Nordpol eines Stabmagneten abgestoßen und vom Südpol des Stabmagneten angezogen.

Deshalb zeigen die magnetischen Feldlinien eines Magneten immer von seinem Nordpol weg und zu seinem Südpol hin. Das Feld eines Hufeisenmagneten ist zwischen den Armen stärker als außerhalb, weil sich innerhalb die Feldlinien von Nordpol und Südpol verstärken, außerhalb nicht.



Entstehung von Magnetfeldern

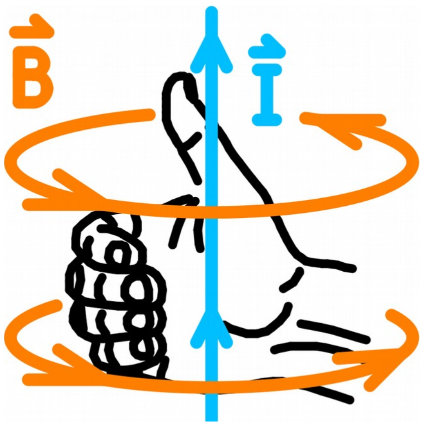
➔ Wenn sich eine elektrische Ladung bewegt, dann erzeugt sie ein Magnetfeld.

☠ Es gibt keine "magnetischen Ladungen", alle Magnetfelder, die Sie kennen, werden von bewegten Ladungen erzeugt.

Für die Richtungen der von den bewegten Ladungen erzeugten Magnetfelder gibt es Regeln für die rechte Hand.

☠ Die Regeln dürfen Sie nie mit der linken Hand machen, die linke Hand macht alles falsch herum.

RECHTE HAND für geraden Leiter



➔ Daumen >>> Stromrichtung im Leiter

➔ gekrümmte Finger >>> Richtung der kreisförmigen, magnetischen Feldlinien

☺ Die Regel funktioniert für die Magnetfelder von beliebige Ladungen (z.B. Elektronen oder Ionen), die sich geradlinig bewegen.

RECHTE HAND für Spule

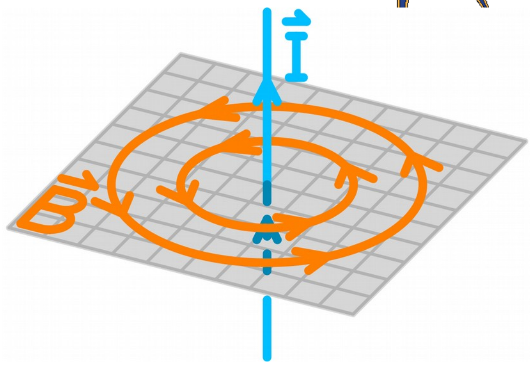
➔ gekrümmte Finger >>> Stromrichtung in der Spule

➔ Daumen >>> Richtung der magnetischen Feldlinien im Innern der Spule

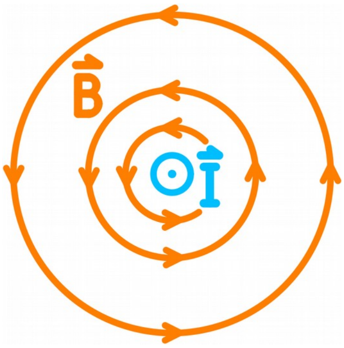
☺ Die Regel funktioniert auch für einfache Leiterschleifen oder für rotierende elektrische Ladungen.

☠ Bei Elektronen ist die Stromrichtung entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung <- negativ geladen.

Beispiele für Magnetfelder

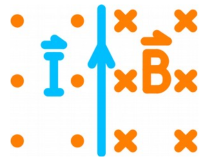


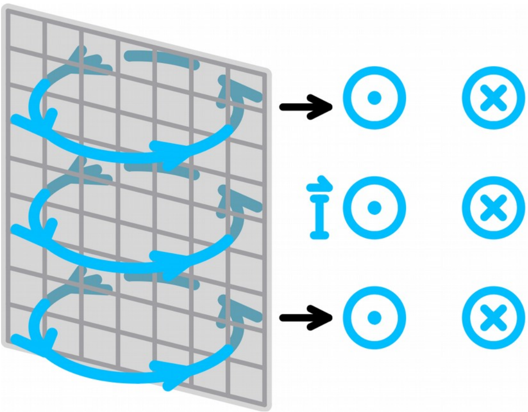
Die magnetischen Feldlinien eines geraden Leiters bilden konzentrische Kreise deren Mittelpunkte auf dem Leiter liegen.



Das linke Bild zeigt einen Schnitt in der grau eingezeichneten Ebene.

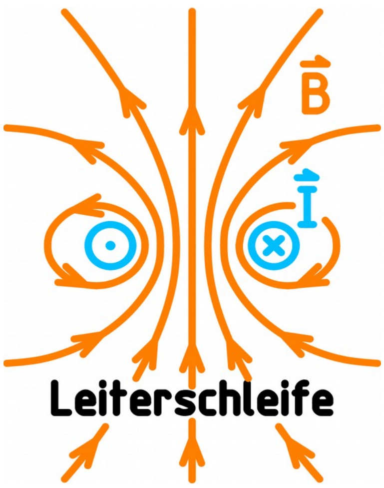
Der Punkt bedeutet, dass der elektrische Strom aus der Zeichenebene heraus fließt (Kreuz -> hinein). In der Ebene des Leiters ergibt sich das rechte Bild.

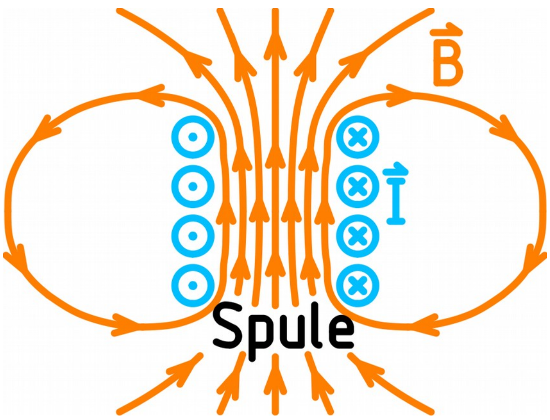




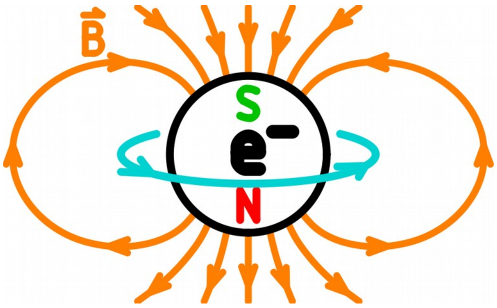
Zum Verständnis der folgenden Bilder ist nebenstehend eine Spule modellhaft durch drei Leiterschleifen dargestellt. In der eingezeichneten Schnittebene ergeben sich als Darstellung für die Spule noch drei Punkte links (Strom aus der Zeichenebene heraus) und drei Kreuze rechts (Strom in die Zeichenebene hinein). Im Fall einer einzelnen Leiterschleife bleibt nur noch ein Punkt links und ein Kreuz rechts.

Eine Leiterschleife besteht aus vielen kurzen Leiterstücken. Ganz nahe bei einem solchen Leiter ist die Gestalt des Feldes ähnlich dem Feld eines kurzen geraden Leiterstücks. Durch Überlagerung all dieser Felder entsteht das B-Feld der Leiterschleife.



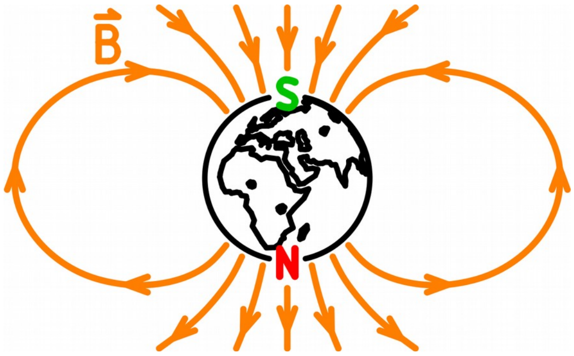


Für das Innere der Leiterschleife gilt dieselbe Rechte-Hand-Regel, wie für Spulen. Eine Spule besteht ja aus nichts anderem als vielen Leiterschleifen übereinander, so dass sich deren Magnetfelder im Innern der Spule verstärken.



Jedes Elektron dreht sich um sich selbst (-> Spin). Dadurch entsteht ein Kreisstrom, genau wie in einer Spule. Das Elektron dreht sich von oben gesehen gegen den Uhrzeigersinn, weil es aber negativ geladen ist, zeigen die Finger der rechten Hand von oben gesehen im Uhrzeigersinn. Das Magnetfeld ist dem einer Spule ähnlich. Die Magnetfelder von Permanentmagneten werden auf diese Weise von Elektronen erzeugt.

Den Bereich eines Körpers, aus dem magnetische Feldlinien austreten, nennt man den Nordpol, den Bereich, in dem sie in den Körper eintreten nennt man Südpol. Das Elektron ist also ein kleiner Magnet. Das Magnetfeld der Erde hat ganz ähnliche Gestalt. Man sollte wissen, dass der magnetische Nordpol der Erde sich am geographischen Südpol befindet.



Eigenschaften von magnetischen Feldlinien:

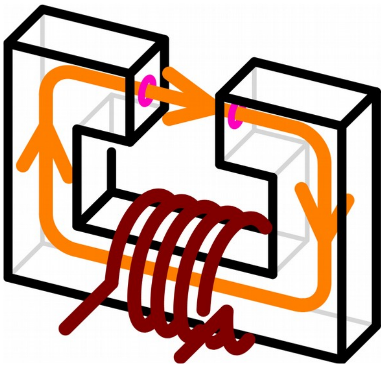
Genauso wie elektrische Feldlinien, dürfen sich magnetische Feldlinien niemals schneiden oder berühren und je dichter die Feldlinien, desto stärker das Feld.

Anders als elektrische Feldlinien haben magnetische Feldlinien aber niemals einen Anfang oder ein Ende. D.h. sie laufen immer in geschlossenen Kurven. In den Permanentmagneten laufen sie also durch die Magnete durch!

Ferromagnetismus:

Permanentmagnete enthalten viele kleine Elementarmagnete, die sich alle parallel ausrichten lassen. Die Elementarmagnete sind rotierende Elektronen wie im Beispiel oben, ganz rechts. Bei Permanentmagneten lässt sich die Ausrichtung der Elementarmagnete nur schwer verändern, bleibt dann aber stabil. Solche Stoffe heißen "magnetisch hart". Bei "magnetisch weichen" Stoffen, lässt sich die Ausrichtung der Elementarmagnete recht leicht verändern, bleibt dann aber nicht stabil. Solche Stoffe (Weicheisen; Dynamobleche) eignen sich als Füllung für Spulen, um deren Magnetfeld auf das bis zu Tausendfache zu verstärken. Rotierende Elektronen gibt es übrigens in allen Stoffen. Aber nur bei sehr wenigen (Eisen, Kobalt, Nickel, Dysprosium, ...)

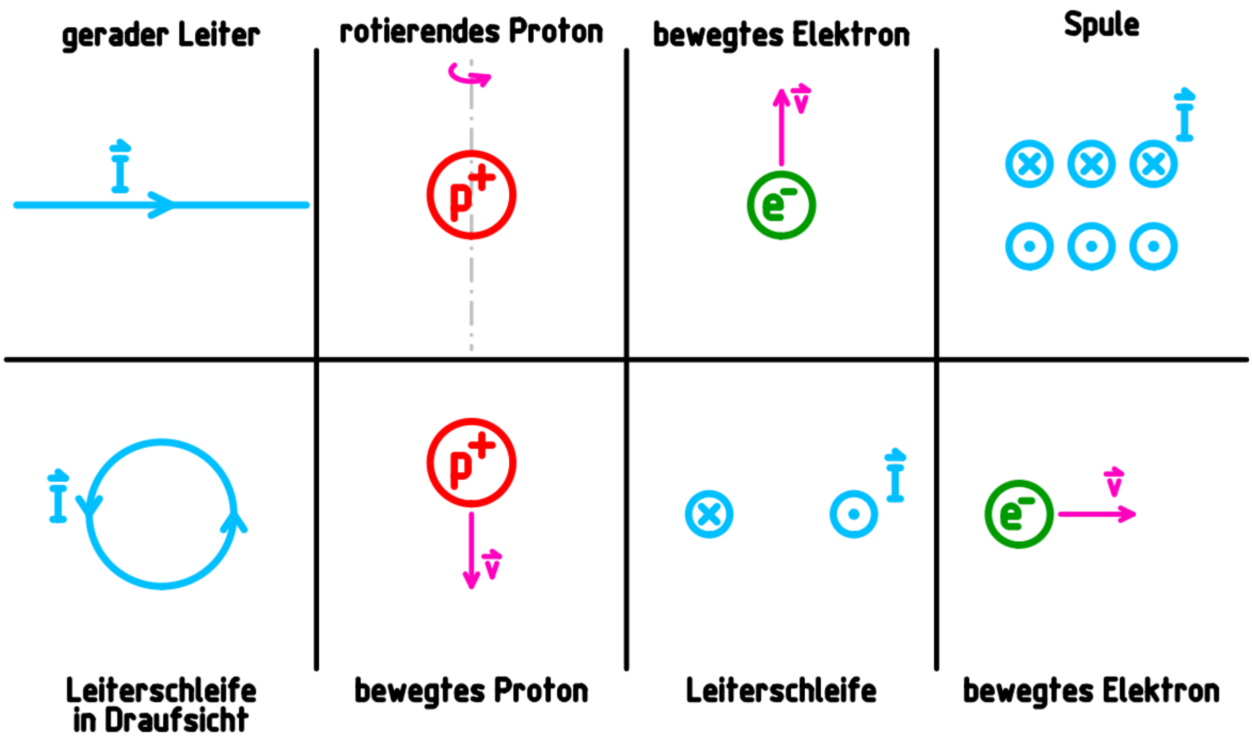
kommt es zu diesem Effekt der stark ausgeprägten, parallelen Ausrichtung am externen Magnetfeld, also zum Ferromagnetismus.



Für praktische Anwendungen wichtig ist, dass die magnetischen Feldlinien dem Verlauf eines Weicheisenkerns in einer Spule folgen, das Weicheisen also so lange wie möglich nicht verlassen. Auf diese Weise kann man ein starkes Magnetfeld an einen anderen Ort bringen. Im Bild wird das Magnetfeld der Spule zu dem Spalt im Eisenkern geleitet, außerdem wird das Magnetfeld natürlich noch verstärkt. Am Luftspalt oder wenn das Magnetfeld um eine scharfe Ecke muss, treten die Feldlinien auch in unerwünschte Richtungen aus dem Eisen aus. Deshalb macht man das Ganze so rund wie möglich und die Luftspalte so schmal wie möglich.

Aufgabe 5.86:

Skizziere jeweils das von der bewegten Ladung oder dem Strom erzeugte Magnetfeld in der Zeichenebene. Versuche keine räumliche Darstellung.



5.2 Lorentzkraft

Erst wenn eine Ladung sich bewegt, erzeugt sie ein Magnetfeld. Und auch erst wenn sie sich bewegt, wirkt in einem fremden (externen) Magnetfeld eine Kraft auf sie.

<u>Das ist eine logische Konsequenz aus dem Wechselwirkungsprinzip (Newton III):</u>

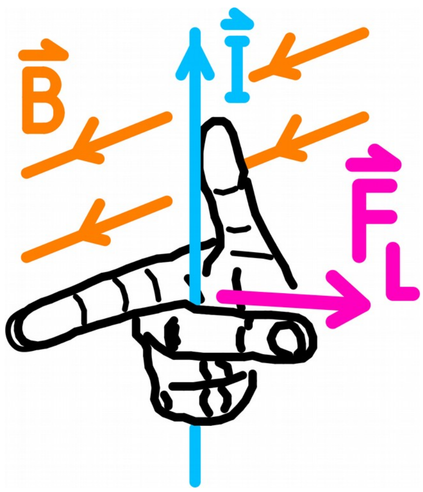
Wenn auf jede Masse eine Gravitationskraft wirkt, dann muss auch jede Masse ein Gravitationsfeld erzeugen. Wenn auf jede elektrische Ladung eine elektrische Kraft wirkt, dann muss auch jede elektrische Ladung ein elektrisches Feld erzeugen und wenn jede bewegte Ladung ein Magnetfeld erzeugt, dann muss auch auf jede bewegte Ladung eine "magnetische Kraft" wirken.

Wir betrachten Kräfte auf gerade stromdurchflossene Leiter oder bewegte Teilchen. Die Kraft entsteht jeweils durch ein Magnetfeld, dass von einem anderen Körper erzeugt wird. Wenn wir den anderen Körper nicht näher spezifizieren, sagen wir einfach ein externes Magnetfeld.

<u>DREIFINGER-REGEL für Lorentzkraft</u>

Mit Daumen und Zeigefinger machen Sie eine weit gespreizte Pistole, den Mittelfinger biegen Sie senkrecht dazu Richtung Handinnenfläche.

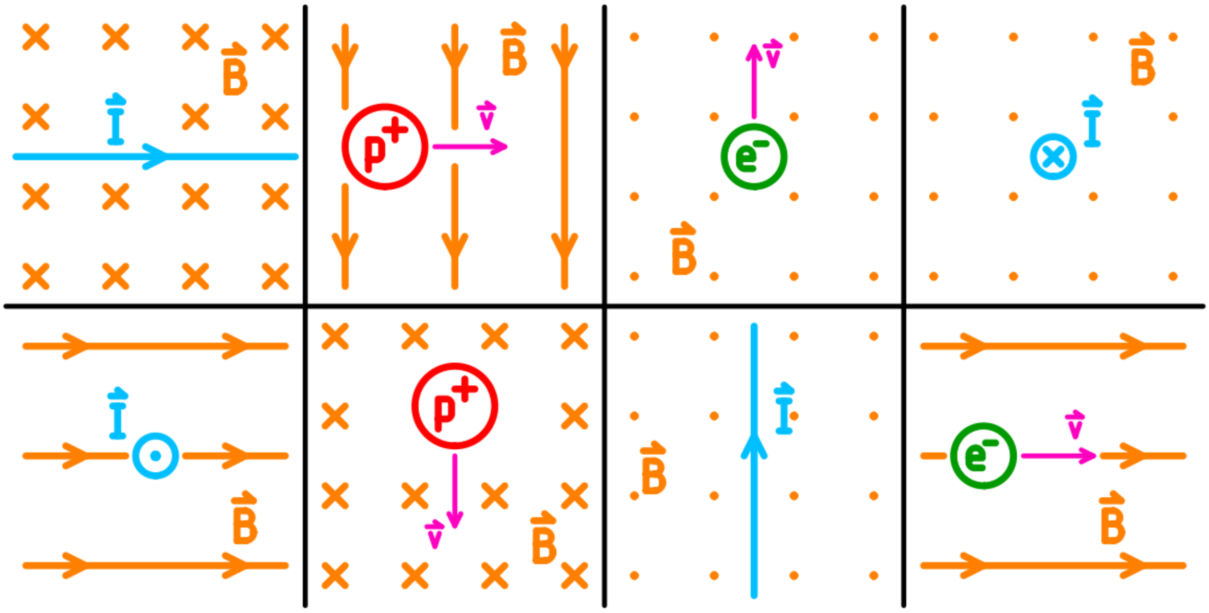
- ➔ Daumen >>> Stromrichtung im Leiter oder Stromrichtung der bewegten Ladung (bei Elektronen entgegengesetzt zur Geschwindigkeit)
- ➔ Zeigefinger >>> Richtung des Magnetfeldes
- ➔ Mittelfinger >>> Richtung der Kraft auf den Leiter (die bewegte Ladung)
- ☠ Dabei ist die Kraft immer senkrecht auf Daumen und senkrecht auf Zeigefinger, auch wenn die beiden nicht senkrecht aufeinander sind.
- ☠ Wenn Stromrichtung und Magnetfeld parallel sind, dann wirkt gar keine Kraft!



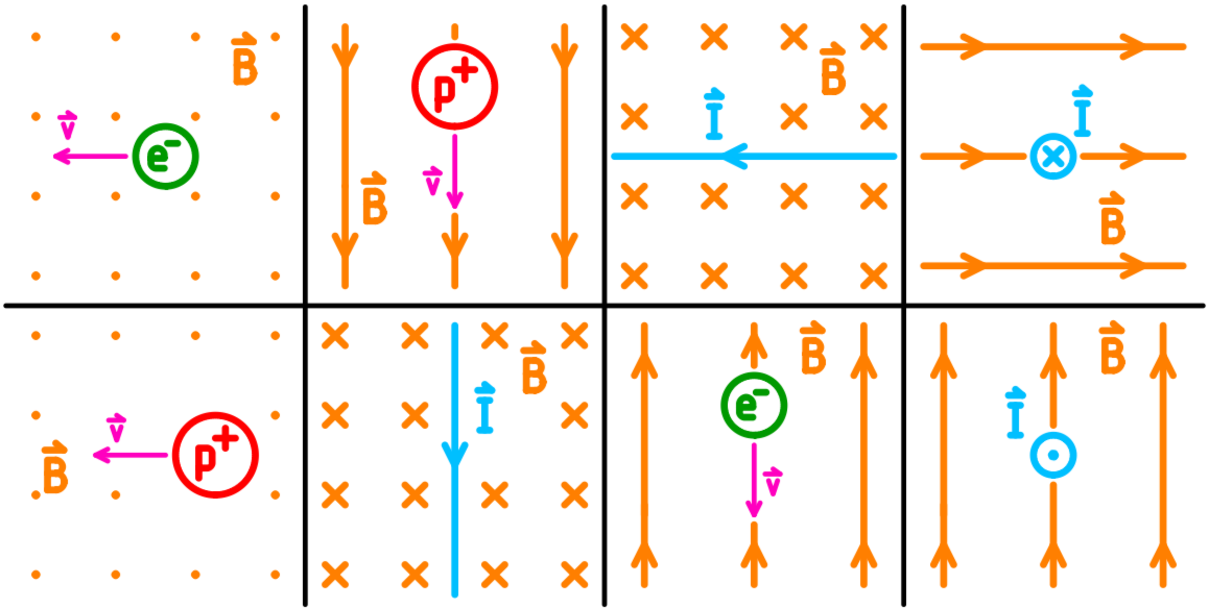
Aufgabe 5.87:

Gegeben ist jeweils ein stromdurchflossener Leiter oder eine bewegte Ladung und ein externes Magnetfeld. Zeichne jeweils die Lorentzkraft auf den Leiter bzw. die bewegte Ladung ein.

a)

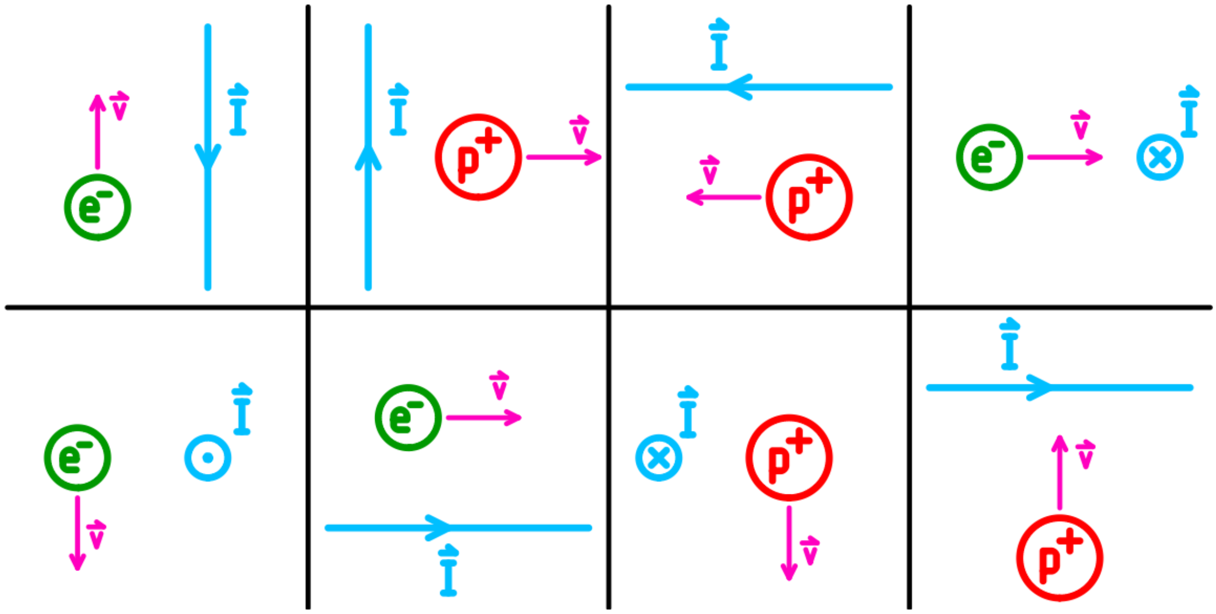


b)



Aufgabe 5.88:

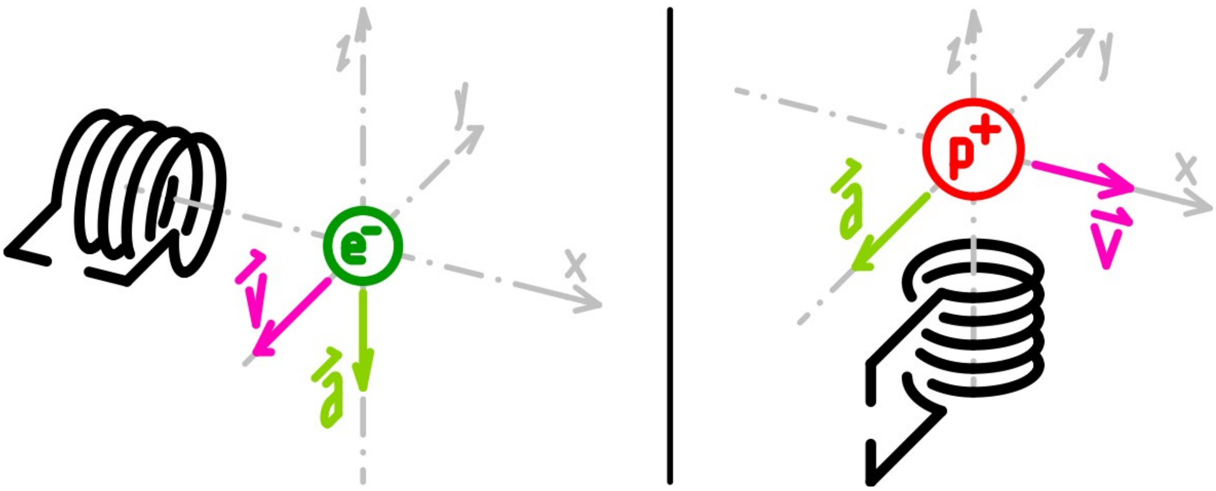
Ein Elektron bzw. Proton bewegt sich im Magnetfeld eines geraden Leiters. Zeichne jeweils die Kraft auf das Elektron bzw. Proton ein.



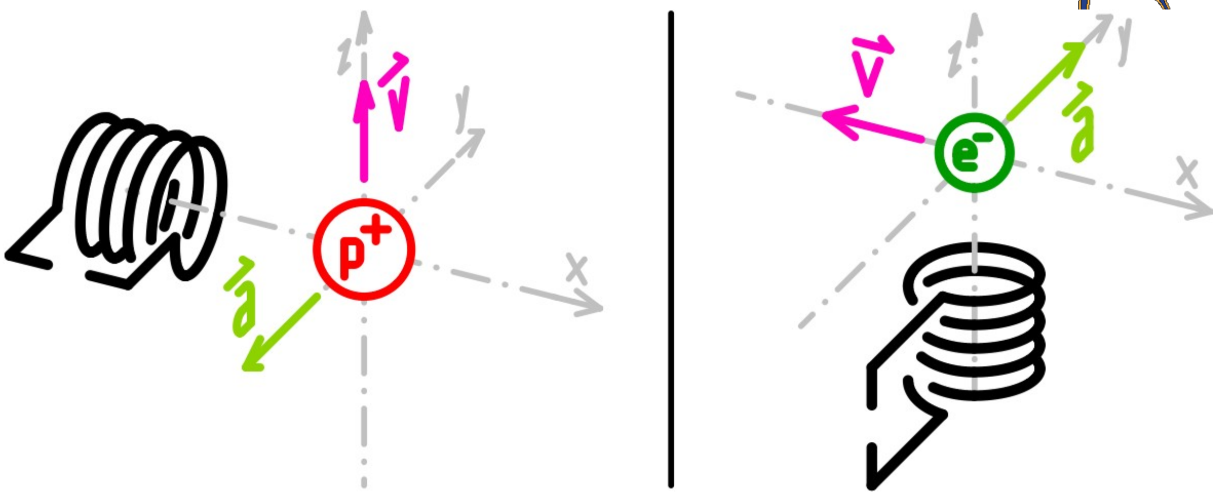
Aufgabe 5.89:

In den Bildern bewegt sich ein Elektron bzw. Proton in der Nähe einer Spule. Das Teilchen soll jeweils in die eingezeichnete Beschleunigungsrichtung abgelenkt werden. Ergänze die dazu notwendige Gleichspannung an der Spule. Dabei kommt es natürlich auf die richtige Polung an.

a)



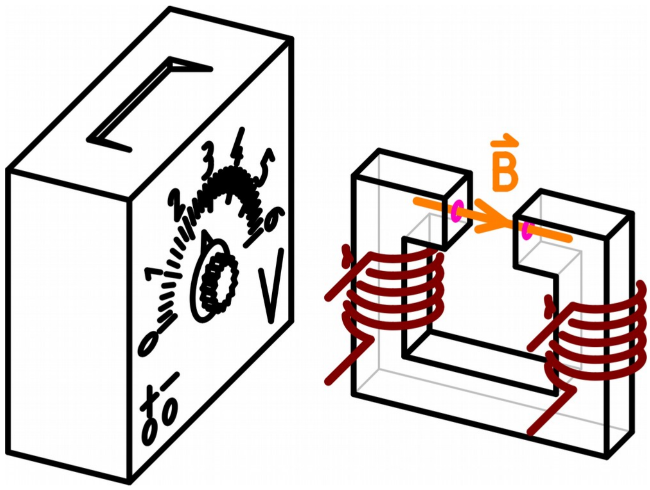
b)

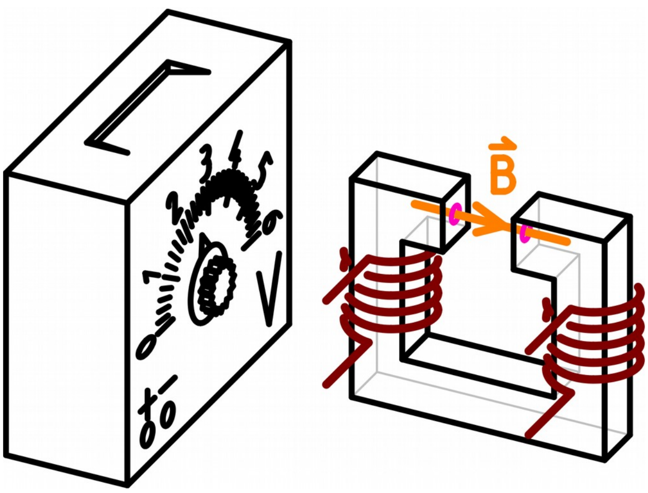


Aufgabe 5.90:

Schließe die beiden Spulen in der verlangten Art und Weise an die Spannungsquelle an. Dabei sollen sich die Magnetfelder der beiden Spulen im Spalt des Eisenkerns verstärken und die eingezeichnete Richtung haben.

a) Die beiden Spulen parallel geschaltet.





b) Die beiden Spulen in Reihe geschaltet.

5.3 Magnetische Flussdichte, B

Die Größe der Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter werden wir benutzen, um eine Maßzahl festzulegen, mit der wir die Stärke des Magnetfeldes angeben können. Die Größe der Kraft hängt außerdem noch ab von der Länge des Leiters, der Stromstärke im Leiter und der Ausrichtung des Leiters (Winkel).

Man kriegt schnell raus, dass die Kraft am Größten ist, wenn der Leiter genau senkrecht zu den magnetischen Feldlinien verläuft. Die Abhängigkeit vom Winkel zwischen Leiter und Magnetfeld-Richtung müssen wir an der Schule noch gar nicht beschreiben, wir beschränken uns auf den Fall der maximalen Kraft, wenn also der Leiter senkrecht zu den magnetischen Feldlinien verläuft. Für diesen Spezialfall definieren wir die Maßzahl mit der wir die Stärke eines Magnetfeldes beschreiben, die magnetische Flussdichte B. Da der Leiter eine räumliche Ausdehnung besitzt, und wir mit Hilfe der Kraft auf den Leiter die Stärke des Magnetfeldes bestimmen wollen, muss das Magnetfeld im Bereich unseres Leiters homogen sein, sonst bekommen wir nur so was wie eine mittlere Stärke des Magnetfeldes.

<u>Definition: Magnetische Flussdichte, B</u>

$$\boxed{B=\frac{F}{I\cdot l} \quad ; \qquad [B]=1\frac{N}{A\cdot m}=1\frac{V\cdot s}{m^2}=1\,T \quad \text{(Tesla)}}$$

- ☠ Die Definition (also die Gleichung) gilt nur, wenn der Leiter senkrecht zu den magnetischen Feldlinien steht und wenn das Magnetfeld im Bereich des Leiters homogen ist.

- ➔ Unter diesen Voraussetzungen kann man natürlich die Gleichung auch nach anderen Größen auflösen, z.B. nach $F = B \cdot I \cdot l$.

<u>Frage:</u>

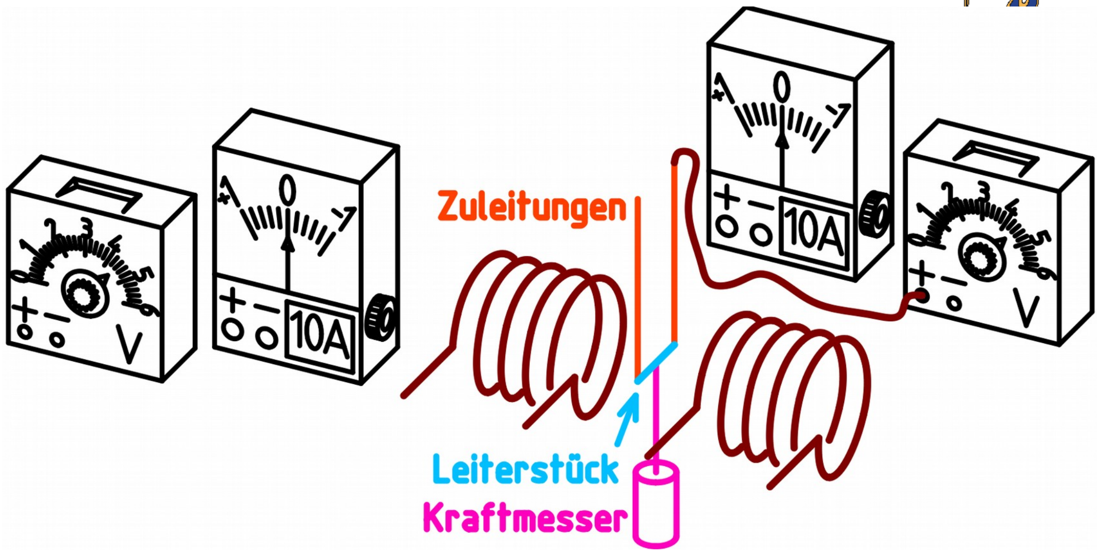
Auch unter den vielen Einschränkungen, die wir schon gemacht haben, ist die Sinnhaftigkeit der Definition oben nicht selbstverständlich. Die Definition ist nur sinnvoll, wenn gilt:

<u>Programm:</u>

- ➔ Wir müssen die Proportionalität von F zu $I \cdot l$ im Versuch nachweisen.

- ➔ Gleichzeitig wollen wir eine erste Methode entwickeln um magnetische Flussdichten zu messen.

Aufgabe 5.91:



Bei der Versuchsdurchführung müssen wir darauf achten, dass die oben besprochenen Einschränkungen jederzeit erfüllt sind.

In meiner Zeichnung sind die zwei Spulen recht weit auseinander. Für ein gut homogenes Magnetfeld sollte man die Spulen recht nah aneinander schieben, das ist aber blöd zu zeichnen.

a) Weshalb darf das Leiterstück im Versuch nicht zu lang werden?

b) Weshalb muss man im Versuch darauf achten, dass das Leiterstück bei allen Messungen in der gleichen Position ist? (Das Bauteil mit dem man das macht fehlt in meiner Zeichnung, genauso wie ein Mechanismus mit dem man die Gewichtskraft des Leiterstücks und der Zuleitungen ausgleicht.)

c) Weshalb muss man im Versuch die Stromstärke in den Spulen überwachen?

d) Weshalb wird die Kraftmessung nicht von den Kräften auf die Zuleitungen gestört?

e) Der Versuch oben ist noch nicht fertig verkabelt. Verkable den Versuch zu Ende. Dabei sollen die Spulen in Reihe geschaltet werden. Achte darauf, dass die Lorentzkraft auf das Leiterstück nach oben zeigen muss, weil ja der Kraftmesser unten angebracht ist.

Lösung:

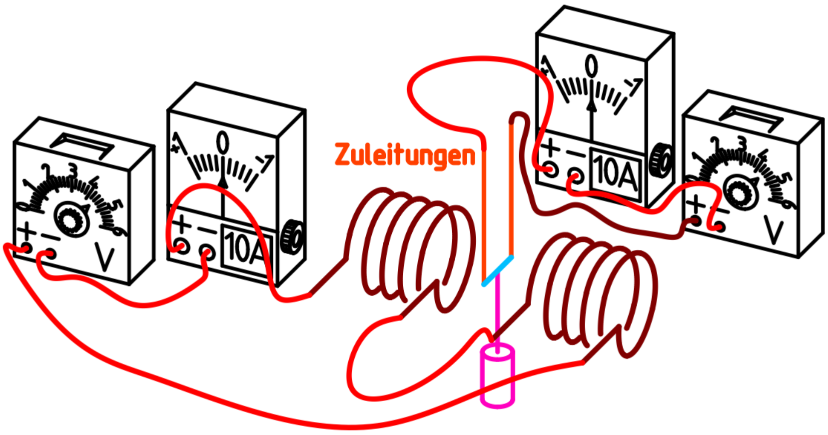
a) Weil sonst das Leiterstück nicht mehr vollständig im homogenen Bereich des Magnetfeldes liegt, und dann wären die äußeren Abschnitte der langen Leiterstücke einem weniger starken Magnetfeld ausgesetzt als die vollständig im homogenen Bereich liegenden kurzen Leiterstücke. (Die Stärke des Magnetfeldes an einer bestimmten Stelle wollen wir ja messen, da können wir keine verschieden starken Bereiche des Magnetfeldes benutzen)

b) Wenn das Leiterstück seine Position verändert, gerät es im Magnetfeld an eine andere Stelle, an der das Magnetfeld vielleicht eine andere Stärke hat (vgl. a)).

c) Wenn sich die Stromstärke in den Spulen verändert, dann würde sich bestimmt auch die Stärke des Magnetfeldes ändern, die wir deshalb dann nicht messen könnten.

d) Der elektrische Strom hat in beiden Zuleitungen genau entgegengesetzte Richtungen, deshalb haben auch die Lorentzkräfte auf die beiden Zuleitungen entgegengesetzte Richtungen und heben sich deshalb auf. Wenn die Zuleitungen starr sind, kann auch durch ein Spannen der Zuleitungen keine zusätzliche Kraft entstehen.

e) Der Strom im Leiterstück fließt aus der Zeichenebene heraus, die Kraft soll nach oben zeigen. Wegen der Dreifinger-Regel muss das Magnetfeld der Spulen nach rechts zeigen, und mit der rechten-Hand-Regel kommt man auf die Stromrichtung in den Spulen. Amperemeter in Reihe schalten.



Aufgabe 5.92:

Jetzt führen wir den Versuch endlich durch.

In der ersten Messreihe lassen wir die Stromstärke im Leiterstück konstant bei 300mA und messen die Kraft F in Abhängigkeit der Länge l des Leiterstücks.

l in cm	2,0	2,5	3,0	3,5
F in µN	30	38	44	53

In der zweiten Messreihe lassen wir die Länge des Leiterstücks konstant bei 4,5cm und messen die Kraft F in Abhängigkeit der Stromstärke I im Leiterstück.

I in mA	350	400	450	500
F in µN	78	90	102	113

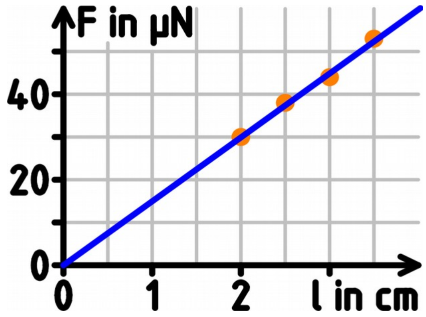
a) Zeige graphisch, dass die Lorentzkraft direkt proportional zur Länge des Leiterstücks ist.

b) Zeige rechnerisch, dass die Lorentzkraft direkt proportional zur Stromstärke im Leiterstück ist.

c) Begründe, dass die Lorentzkraft direkt proportional zu $I \cdot l$ ist und bestimme die Proportionalitätskonstante k.

Lösung:

a) Wir legen ein l-F-Diagramm an und tragen die Messwerte ein. Da die Messwerte sehr gut auf einer Ursprungsgeraden liegen, folgt die Proportionalität von F zu l.



b) Wir berechnen die Quotienten F/I aus den gemessenen Wertepaaren und erhalten in µN/mA = mN/A

0,22 ; 0,23 ; 0,23 ; 0,23

Da die Quotienten sehr gut übereinstimmen, folgt die Proportionalität von F zu I.

c) Aus $F \sim l$ und $F \sim I$ folgt $F \sim I \cdot l$. Die Konstante erhalten wir aus beliebigen zusammengehörenden Werten. Wir nehmen die ersten Werte aus der ersten Tabelle.

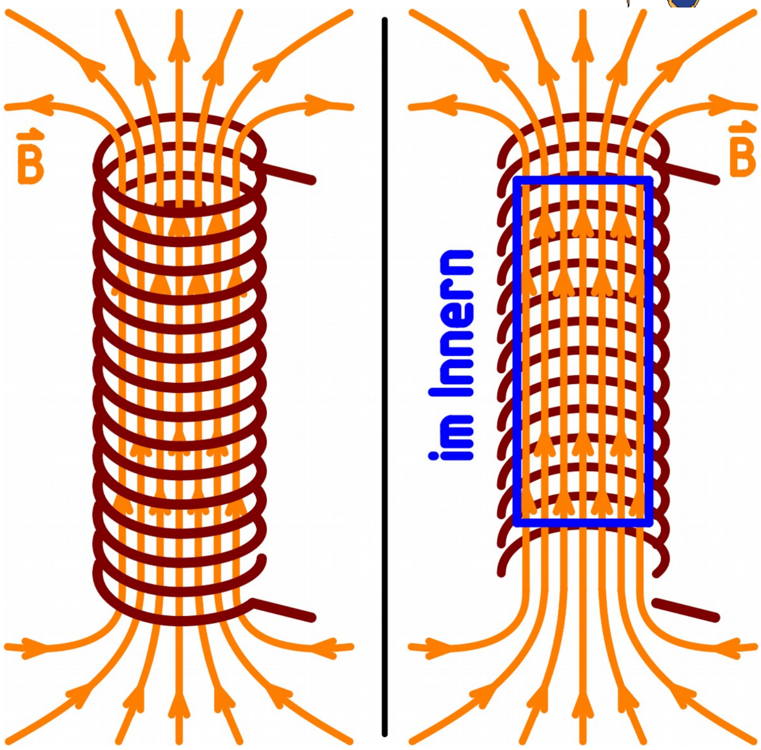
$$k = \frac{F}{I \cdot l} = \frac{30 \cdot 10^{-6}\,N}{0{,}3\,A \cdot 0{,}02\,m} = \underline{\underline{5{,}0 \cdot 10^{-4}\,\frac{N}{A \cdot m}}}$$

Die Proportionalitätskonstante $F/(I \cdot l)$ kann nur noch von der Stärke des Magnetfeldes abhängig sein. Alle anderen Einfluss-Faktoren haben wir ausgeschaltet, zum Beispiel auch die Richtung des Magnetfeldes. Außerdem ist die Kraft – also auch $F/(I \cdot l)$ – sicher umso größer, je stärker das Magnetfeld ist.

- ☠ Um zu zeigen, dass sich der Quotient $F/(I \cdot l)$ tatsächlich als Maßzahl zur Angabe der Stärke eines Magnetfeldes eignet, muss man den Versuch sehr oft mit verschiedenen Feldern durchführen. Erst wenn man weiß, dass der Quotient bei jedem Magnetfeld konstant ist (für jedes B-Feld ein anderer Quotient) kann man behaupten, eine geeignete Maßzahl zur Angabe der Stärke eines Magnetfeldes gefunden zu haben.

5.4 Im Innern einer langgestreckten Spule

Das Magnetfeld im Außenbereich einer Spule ist inhomogen. Es ändert schon über kurze Strecken stark seine Richtung und nimmt mit steigendem Abstand von der Spule schnell ab.



Im Innern einer Spule, wenigstens wenn die Spule langgestreckt ist, herrscht ein homogenes Magnetfeld vor. D.h. die Feldlinien laufen alle parallel und sind überall gleich dicht, näherungsweise auch noch an den Spulenenden. Die Parameter von denen die magnetische Flussdichte im Innern abhängt sind Stromstärke, Windungszahl und Länge der Spule.

Aufgabe 5.93:

Ein Versuch soll den Zusammenhang zwischen Stromstärke I, Windungszahl N, Länge l der Spule und der magnetischen Flussdichte B im Innern der Spule klären.

In der ersten Messreihe benutzen wir immer dieselbe 30cm lange Spule, mit N=300 Windungen. Wir messen die magnetische Flussdichte in Abhängigkeit von der Stromstärke durch die Spule.

I in mA	200	350	500	650
B in mT	0,25	0,44	0,63	0,82

In der zweiten Messreihe halten wir die Stromstärke konstant bei 800mA und benutzen lauter gleich lange (30cm) Spulen. Wir messen die magnetische Flussdichte in Abhängigkeit von der Windungszahl N der Spulen.

N	500	700	900	1100
B in mT	1,7	2,3	3,1	3,6

In der dritten Messreihe halten wir die Stromstärke wieder bei 800mA und benutzen Spulen gleicher Windungszahl (N=1500). Wir messen die magnetische Flussdichte in Abhängigkeit der Länge der Spule.

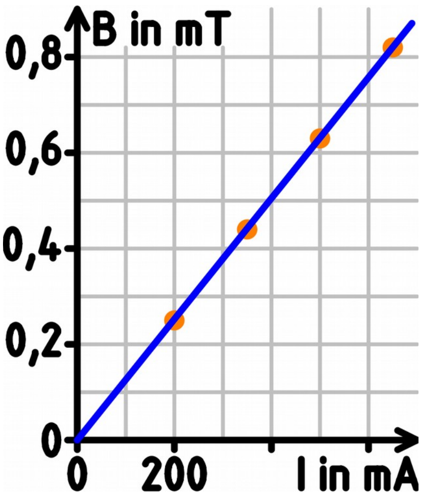
l in cm	25	20	15	10
B in mT	6,1	7,6	10,0	15,0

a) Zeige graphisch, dass die magnetische Flussdichte direkt proportional zur Stromstärke in der Spule ist.

b) Zeige rechnerisch, dass die magnetische Flussdichte direkt proportional zur Windungszahl der Spule und indirekt proportional zur Länge der Spule ist.

c) Begründe, dass die magnetische Flussdichte direkt proportional zu $I \cdot N/l$ ist, bestimme die Proportionalitätskonstante k und gib damit eine Formel für B an.

Lösung:



a) Wir tragen die Wertepaare in ein I-B-Diagramm ein. Da die Punkte sehr gut auf einer Ursprungsgeraden liegen, folgt die Proportionalität von B zu I.

b) Wir bilden die Quotienten B/N in mT. Es ergeben sich die Werte 0,0034 ; 0,0033 ; 0,0034 ; 0,0033

Da die Quotienten gut übereinstimmen folgt $B \sim N$.

Wir bilden die Produkte $B \cdot l$ in mT·cm

153 ; 152 ; 150 ; 150

Da die Produkte gut übereinstimmen, folgt $B \sim 1/l$.

c) Wegen $B \sim I$, $B \sim N$ und $B \sim 1/l$ folgt $B \sim I \cdot N \cdot 1/l = I \cdot N/l$. Die Proportionalitätskonstante erhalten wir aus beliebigen Messwerten. Wir benutzen die ersten Messwerte aus der ersten Tabelle

$$k = \frac{B}{I \cdot \frac{N}{l}} = \frac{B \cdot l}{I \cdot N} = \frac{0{,}25 \cdot 10^{-3}\, T \cdot 0{,}3\, m}{0{,}2\, A \cdot 300} = \underline{\underline{1{,}25 \cdot 10^{-6} \frac{T \cdot m}{A}}} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{B = 1{,}25 \cdot 10^{-6} \frac{T \cdot m}{A} \cdot I \cdot \frac{N}{l}}}$$

☺ Die Proportionalitätskonstante heißt magnetische Feldkonstante μ_0. Der genaue Wert ist $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$. Diese Zahl sieht gar nicht aus, wie eine experimentell gewonnene Naturkonstante sondern eher wie ein geometrischer Korrekturfaktor. Das liegt daran, dass die Einheit der Stromstärke (Ampere) über die Lorentzkraft definiert ist, also indirekt über die magnetische Flussdichte (siehe FS S.37).

Jetzt haben wir unsere Formel für die magnetische Flussdichte

$$\boxed{B=\mu_0 \cdot I \cdot \frac{N}{l}}$$

im Innern einer langgestreckten Spule.

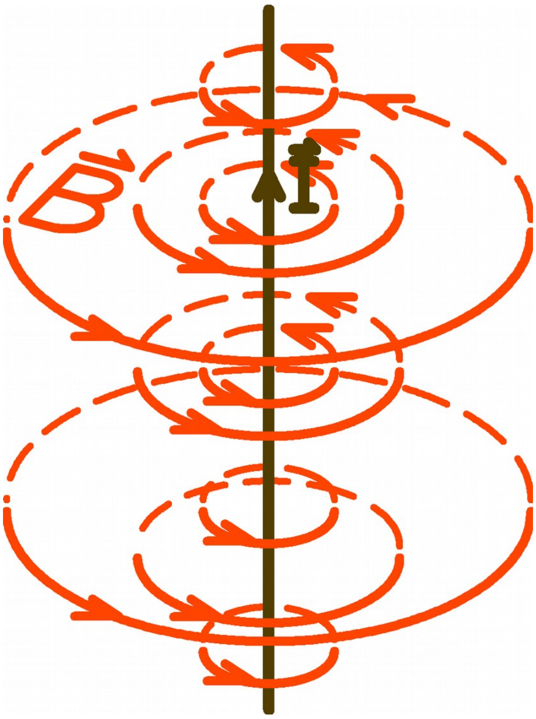
Durch eine Füllung (Weicheisenkern) in der Spule lässt sich ihre magnetische Wirkung noch erheblich erhöhen. Der Verstärkungsfaktor μ_r (bis zu Tausend) ist vom Material der Füllung abhängig und heißt Permeabilitätszahl des Stoffes.

$$\boxed{B=\mu_0 \cdot \mu_r \cdot I \cdot \frac{N}{l}}$$

Ohne diese verstärkenden Spulen-Kerne könnte man überhaupt keine leistungsfähigen Elektromotoren, Generatoren oder Transformatoren bauen.

5.5 Gerader Leiter

Die magnetischen Feldlinien um einen geraden stromdurchflossenen Leiter bilden Kreise mit den Mittelpunkten auf dem Leiter. Die magnetische Flussdichte wird mit zunehmendem Abstand von Leiter schnell kleiner. D.h. Sie müssen die Feldlinien in größerem Abstand vom Leiter in deutlich größerem Abstand zeichnen. Die Feldlinien gehorchen der Symmetrie der physikalischen Situation. Wenn Sie den Leiter um seine Längsachse drehen ändert sich gar nichts an der physikalischen Situation, d.h. die Feldlinien dürfen sich nicht verändern. Wenn Sie einen unendlich langen Leiter (Modell) in Leiter-Richtung verschieben, darf sich das Feld auch nicht verändern. Wenn Sie das Feld eines zweiten Leiters mit entgegengesetzter Stromrichtung überlagern (kein effektiver Stromfluss mehr) löschen sich die Felder gegenseitig aus.



Für die magnetische Flussdichte im Abstand r vom Leiter gilt:

$$B=\mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi \cdot r}$$ I: Stromstärke im Leiter r: Abstand vom Leiter

Aufgabe 5.94:

Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf der magnetischen Flussdichte des Magnetfeldes eines geraden Leiters in Abhängigkeit vom Abstand r zum Leiter in einem nicht skalierten r-B-Diagramm.

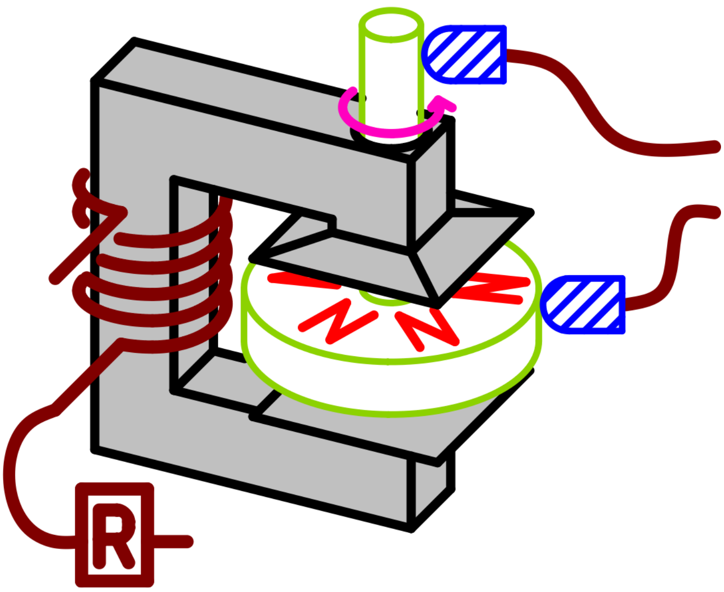
Aufgabe: 5.95:

Berechnen Sie mit der Formel oben die Kraft auf ein 1,0m langes Leiterstück in dem ein Strom von 1A fließt, und das sich im Abstand von 1,0m zu einem sehr langen, parallel dazu laufenden Leiter befindet, in dem ein gleich großer Strom fließt. (Vergleiche das Ergebnis mit der Definition des Ampere in der Formelsammlung)

Wie müssen die beiden Ströme orientiert sein, damit das Leiterstück angezogen (abgestoßen) wird? Fertigen Sie hierzu eine Skizze an.

Aufgabe 5.96: Dynamo-Effekt

Mit Hilfe von Magnetfeldern kann man elektrischen Strom erzeugen. Wenn der erzeugte Strom das zu seiner Erzeugung notwendige Magnetfeld selbst erzeugt, dann spricht man von Dynamo-Effekt.



Im Bild dreht sich eine leicht vormagnetisierte Eisenscheibe (von oben gesehen gegen den Uhrzeigersinn) zwischen den Polschuhen eines Eisenkerns, der in einer Spule steckt. Die Elektronen in der Eisenscheibe bewegen sich mit der Scheibe mit, so dass im Magnetfeld der Eisenscheibe auf die Elektronen in der Scheibe eine Lorentzkraft wirkt. An der Eisenscheibe und der Welle sind zwei Schleifkontakte angebracht. Verkable die beiden Schleifkontakte so mit der Spule, dass ein über den Widerstand geschlossener Stromkreis entsteht, in dem der erzeugte Strom das kleine "Vormagnetisierungsfeld" verstärkt, so dass immer mehr und noch mehr Strom erzeugt wird.

5.6 E-Feld vs. B-Feld

Als Abschluss eine Gegenüberstellung von elektrischem und magnetischem Feld, Gemeinsamkeiten und Unterschiede.

E-Feld		B-Feld
E-Feld hat Betrag und Richtung	vektorieller Charakter	B-Feld hat Betrag und Richtung
Feld zeigt in die Richtung der Kraft auf eine positive Ladung	Richtung	Feld zeigt in die Richtung der Kraft auf einen mag. Nordpol
alle elektrischen Ladungen erzeugen E-Felder	Woher?	Ladungen erzeugen auch B-Felder, aber nur dann, wenn sich die Ladungen bewegen
auf jede elektrische Ladung wirkt im E-Feld eine Kraft	Kraft auf wen?	auf eine Ladung wirkt nur dann eine Kraft, wenn sie sich bewegt
genau in Richtung der elektrischen Feldlinien	Richtung der Kraft	senkrecht zur Richtung der magnetischen Feldlinien
an positiven Ladungen beginnen Feldlinien, an negativen Ladungen enden Feldlinien	Feldlinien	haben keinen Anfang und kein Ende, sind immer geschlossene Kurven
$E=\frac{F}{q}$	Definition für die Stärke des Feldes	$B=\frac{F}{I\cdot l}$
$E=\frac{U}{d}$	Stärke des Feldes im Standardgerät	$B=\mu_0\cdot I\cdot\frac{N}{l}$
für leistungsfähige Kraftmaschinen nicht nutzbar	Nutzbarkeit in Kraftmaschinen	gut nutzbar in Elektromotoren beliebig hoher Leistung
durch Grießkörner in Öl (geht auch mit dünnen in Öl getauchten Fäden)	sichtbar machen der Feldlinien	mit Eisenfeilspänen (oder anderen ferromagnetischen Spänen)
schwer zu messen, mit Influenzsonde oder Potentialsonde	Messung der Feldstärke	einfach zu messen, mit Hallsonde (siehe weiter hinten)

6 Bewegung geladener Teilchen im E-Feld

Wir benutzen jetzt die vorherigen Kapitel, um die Kraft auf ein Teilchen und damit auch seine Beschleunigung mit Hilfe der elektrischen Größen darzustellen. Dann können wir - wie in der 10ten Klasse - die Bewegung eines Teilchens untersuchen. In Fällen, in denen die Kraft nicht konstant ist, müssen wir uns auf Energie-Betrachtungen beschränken. Für Experimente genügt ein einzelnes Teilchen in der Regel nicht. Wir brauchen einen ganzen Strahl von Teilchen, deshalb zuerst zur

6.1 Erzeugung eines Elektronenstrahls

mit Hilfe einer Elektronenstrahlröhre (Kathodenstrahlröhre). Das Bild zeigt nur den schematischen Aufbau. Größenverhältnisse und Geometrie werden nicht wiedergegeben. Zu Anfang noch zwei Fachbegriffe:

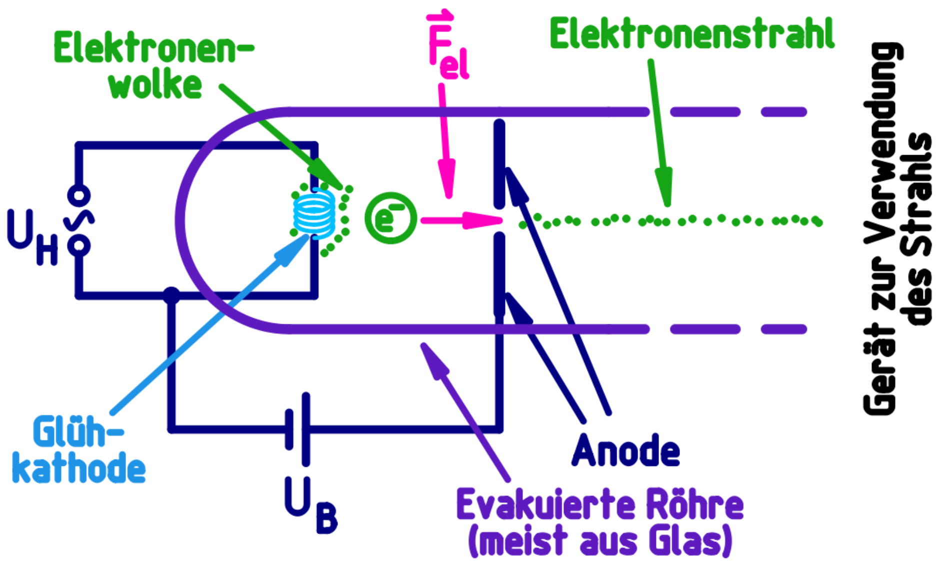
<u>**Anode**</u>

Das ist die Elektrode, zu der sich die negativ geladenen Teilchen (Elektronen oder Anionen) hinbewegen oder von der sich positiv geladene Teilchen (Kationen) wegbewegen.

<u>**Kathode**</u>

Das ist die Elektrode, zu der sich die positiv geladenen Teilchen (Kationen) hinbewegen, oder von der sich negativ geladene Teilchen (Anionen oder Elektronen) wegbewegen.

Meist ist die Kathode an einen Minuspol und die Anode an einen Pluspol angeschlossen. Das ist aber nicht immer der Fall. Zum Beispiel dann nicht, wenn die Bewegung der Teilchen gar nicht von der Spannungsquelle verursacht wird.



Funktionsweise:

➔ Die Heizspannung U_H sorgt für einen Strom in der Glühkathode, wodurch deren Temperatur steigt, und deshalb auch die Bewegungsenergie der Elektronen in der Glühkathode. Einige überdurchschnittliche Elektronen haben dann so viel Energie, dass sie das Metall der Glühkathode verlassen können. So bildet sich eine "Elektronenwolke" um die Glühkathode.

➔ Die Beschleunigungsspannung U_B erzeugt ein elektrisches Feld, wodurch eine elektrische Kraft F_e auf die Elektronen der Wolke in Richtung Anode entsteht. Beim Flug zur Anode wird die elektrische Energie der Elektronen in kinetische Energie umgewandelt.

➔ Die Anode hat ein Loch in der Mitte, durch das der Elektronenstrahl hindurch gelangt. Dahinter kann er dann verwendet werden.

Als Heizspannung braucht man eine kleine Wechselspannung (z.B. 6V), als Beschleunigungsspannung eine hohe Gleichspannung (z.B. 300V aber auch mal 100kV).

☺ Die kinetische Energie der Elektronen in der Wolke ist nur im Bereich von einigen meV und kann in der Energiebilanz vernachlässigt werden.

Die Geometrie der Anordnung (Anode und Kathode) ist von entscheidender Bedeutung für die Strahlfokussierung. Wie das geht müssen wir aber nicht genauer wissen.

Aufgabe 6.97:

a) Weshalb muss die Anordnung in ein evakuiertes Gehäuse eingebaut werden?

b) Anton sagt:"Wenn die Elektronen rechts von dem Loch sind, werden sie von der positiv geladenen Anode wieder angezogen und deshalb abgebremst." Erkläre mit einem Modell aus dem vorhergehenden Unterricht, weshalb Anton nicht recht hat.

Aufgabe 6.98:

a) Berechne die Geschwindigkeit der Elektronen im Strahl, wenn eine Beschleunigungsspannung von 300V angelegt wird.

b) Berechne die mittlere Beschleunigung der Elektronen, wenn der Abstand zwischen Glühkathode und Anode 0,5cm beträgt. Vergleiche mit der Beschleunigung eines Kampfjets beim Katapultstart auf dem Flugzeugträger (max. 3,5g).

Lösung:

a)
$$E_{el} \to E_{kin} \;\Rightarrow\; E_{kin} = E_{el} \;\Rightarrow\; \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 = U_B \cdot q_e \;\Rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2 \cdot U_B \cdot e}{m_e}} =$$
$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 300\mathrm{V} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19\mathrm{C}}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} kg}} = \underline{\underline{1{,}0 \cdot 10^7 \frac{m}{s}}}$$

b) $v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x$ mit $v_0 \approx 0$ gibt $a_e = \frac{v^2}{2 \cdot \Delta x} = \frac{\left(1{,}0 \cdot 10^7 m/s\right)^2}{2 \cdot 0.005\mathrm{m}} = \underline{\underline{1{,}1 \cdot 10^{16} \frac{m}{s^2}}}$

$\frac{a_e}{a_F} = \frac{1{,}1 \cdot 10^{16} m/s^2}{3{,}5 \cdot 9{,}81\, m/s^2} = \underline{\underline{3{,}1 \cdot 10^{14}}}$ Ungefähr das dreihundert-Billionen-fache.

Aufgabe 6.99:

Wie groß muss die Beschleunigungsspannung sein, um eine kinetische Energie der Elektronen von 500eV zu erreichen?

Lösung:

$$E_{el} = E_{kin} \;\to\; U \cdot q = E_{kin} \;\to\; U \cdot e = E_{kin} \;\to\; U = \frac{E_{kin}}{1\,e} = \frac{500\mathrm{eV}}{1\,e} = \underline{\underline{500\mathrm{V}}}$$

6.2 Bewegung im elektrischen Längsfeld

Dies ist der eindimensionale Fall aus der 10ten Klasse. Grundsätzlich kann man hier mit Energiebilanzen oder mit den kinematischen Gleichungen rechnen. Bei Fragen zur Zeit kommen Energiebetrachtungen nicht in Frage, da die Zeit in den Energie-Gleichungen gar nicht drin steht. Die kinematischen Gleichungen dürfen sie nur benutzen, wenn die Beschleunigung konstant ist, also genau dann, wenn die elektrische Kraft konstant ist, d.h. wenn das E-Feld homogen ist. Dann kann man die Beschleunigung mit den elektrischen Größen ausdrücken und in die kinematischen Gleichungen einsetzen.

Aufgabe 6.100:

Ein Alphateilchen dringt mit einer Geschwindigkeit von $2{,}0 \cdot 10^5 \frac{m}{s}$ durch ein Loch in der negativen Platte parallel zu den Feldlinien in das Feld eines Plattenkondensators mit Plattenabstand 10cm und Spannung 500V ein.

a) Wie weit kann das Alphateilchen in den Kondensator eindringen? Mache die Aufgabe zweimal, einmal mit Energie und einmal mit Kinematik.

b) Wie lange dauert der Bremsvorgang?

c) Mit welcher Geschwindigkeit tritt das Alphateilchen wieder aus dem Loch aus.

Lösung:

a) Das Alphateilchen wird abgebremst. Dabei wird solange kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt, bis das Teilchen schließlich zum Stillstand kommt und wieder umkehrt. Wir betrachten den Umkehrpunkt, hier ist v = 0 d.h. $E_{kin} = 0$.

$$E_{kin} \to E_{pot} \quad \Rightarrow E_{pot} = E_{kin} \;\Rightarrow\; q \cdot \varphi(x) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \;\Rightarrow q \cdot \frac{U}{d} \cdot x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$x = \frac{d \cdot m \cdot v^2}{2 \cdot U \cdot q} = \frac{0{,}1\,m \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot \left(2 \cdot 10^5 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 500\mathrm{V} \cdot 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C} = \underline{\underline{8{,}25\,cm}}$$

Oder mit Kinematik: Hier muss man aufpassen, das Beschleunigung und Anfangsgeschwindigkeit unterschiedliche Richtungen und damit verschiedene Vorzeichen haben, d.h. eins muss negativ sein. Wir wählen die Einflugrichtung positiv, dann ist die Beschleunigung negativ.

$F = q \cdot E = q \cdot \frac{U}{d}$ in $F = m \cdot a$ gibt $a = -\frac{q \cdot U}{m \cdot d}$ in $v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x$ gibt, mit $v = 0$

$$-v_0^2 = 2 \cdot \left(-\frac{q \cdot U}{m \cdot d}\right) \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{m \cdot d \cdot v_0^2}{2 \cdot U \cdot q}$$

Das Einsetzen können wir uns sparen, weil wir dieselbe Formel oben schon hatten.

b) Das geht nur mit Kinematik!

$a = -\frac{q \cdot U}{m \cdot d}$ von oben in $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ gibt $-\frac{q \cdot U}{m \cdot d} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

gibt $$\Delta t = \frac{-m \cdot d \cdot \Delta v}{q \cdot U} = \frac{-6{,}6 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot 0{,}1\,m \cdot \left(-2{,}0 \cdot 10^5 \frac{m}{s}\right)}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 500\,V} = \underline{\underline{8{,}25 \cdot 10^{-7}\,s}}$$

c) Wegen Energieerhaltung muss die Austrittsgeschwindigkeit genauso groß sein wie die Eintrittsgeschwindigkeit, das heißt $-2{,}0 \cdot 10^5 \frac{m}{s}$. Das Vorzeichen hat sich geändert, da sich die Richtung der Geschwindigkeit umgekehrt hat.

Aufgabe 6.101: Arbeiten mit den kinematischen Formeln

Die Kraft ergibt sich aus $F = E \cdot q$ oder im Kondensatorfeld aus $F = E \cdot q = \frac{U}{d} \cdot q$.

Mit $F = m \cdot a$ erhalten Sie $a = \frac{F}{m}$ und damit $a = \frac{E \cdot q}{m}$ oder $a = \frac{U \cdot q}{d \cdot m}$.

Den Ausdruck für a setzen sie in die kinematischen Gleichungen ein. Diese enthalten die Parameter $t,\ x_{0,}\ x,\ v_0,\ v$ und a und die daraus abgeleiteten Parameter Δx und Δv . Zum zeitsparenden Üben kommen jetzt zu diesen zwölf Parametern ein paar Übungsaufgaben ohne Einkleidung und ohne Zahlenwerte. Manchmal ist es auch nützlich zu wissen, dass die überstrichene Fläche im t-v-Diagramm dem zurückgelegten Weg entspricht (siehe unten).

a) Geg: $U,\ d,\ q,\ m,\ t,\ v=0$ Ges: v_0

b) Geg: $q,\ m,\ v,\ x,\ x_0=0,\ v_0=0$ Ges: E

c) Geg: $U,\ d,\ q,\ m,\ x_0=0,\ x, v=0$ Ges: t

d) Geg: $E,\ q,\ x_0=0,\ v_0=0,\ v,\ t$ Ges: x

e) Geg: $U,\ d,\ m,\ x_0=0,\ v_0,\ v=0,\ t$ Ges: q

f) Geg: $E,\ q,\ m,\ x_0=0,\ x,\ v=0$ Ges: v_0

g) Geg: $E,\ q,\ x_0=0,\ v_0=0,\ x,\ t$ Ges: m

h) Geg: $U,\ q,\ m,\ x_0=0,\ v_0=0,\ x,\ v$ Ges: t

i) Geg: $U,\ q,\ m,\ x_0=0,\ v_0=0,\ t,\ x$ Ges: d

k) Geg: $E,\ q,\ m,\ x_0=0,\ v=0,\ t$ Ges: x

l) Geg: $U,\ d,\ q,\ m,\ x_0=0,\ v_0=0, v$ Ges: t

m) Geg: $E,\ m,\ x_0=0,\ v_0,\ v=0,\ t$ Ges: q

n) Geg: $U,\ d,\ q,\ m,\ x_0=0,\ v_0=0,\ v$ Ges: x

o) Geg: $E,\ q,\ x_0=0,\ v=0,\ t,\ x$ Ges: v_0

p) Geg: $U,\ d,\ q,\ x_0=0,\ v_0=0,\ v,\ x$ Ges: m

Lösung:

a) Wegen des Bremsvorgangs ist die Beschleunigung negativ

$$a=-\frac{U\cdot q}{d\cdot m} \text{ in } a=\frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ gibt } -\frac{U\cdot q}{d\cdot m}=\frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ mit } \Delta v=-v_0 \text{ gibt } v_0=\frac{U\cdot q\cdot t}{d\cdot m}$$

b) $$a=\frac{E\cdot q}{m} \text{ in } v^2=2\cdot a\cdot\Delta x \text{ gibt } v^2=\frac{2\cdot E\cdot q\cdot x}{m} \text{ gibt } \underline{\underline{E=\frac{m\cdot v^2}{2\cdot q\cdot x}}}$$

c) Wegen des Bremsvorgangs ist die Beschleunigung negativ

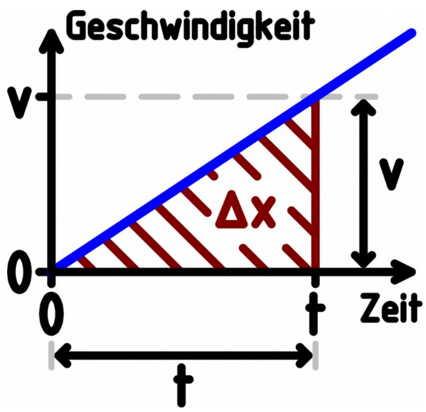
$$a=-\frac{U\cdot q}{d\cdot m} \text{ in } -v_0^2=2\cdot a\cdot\Delta x \text{ gibt } -v_0^2=-2\cdot\frac{U\cdot q}{d\cdot m}\cdot x \text{ gibt } v_0=\sqrt{\frac{2\cdot U\cdot q\cdot x}{d\cdot m}}$$

in $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ mit $\Delta v=-v_0$ gibt

$$-\frac{U\cdot q}{d\cdot m}=-\sqrt{\frac{2\cdot U\cdot q\cdot x}{d\cdot m}}\cdot\frac{1}{t} \text{ gibt } \underline{\underline{t=\sqrt{\frac{2\cdot d\cdot m\cdot x}{U\cdot q}}}}$$

d) Die überstrichene Fläche im t-v-Diagramm ist gleich dem zurückgelegten Weg

$$x=\Delta x=\underline{\underline{\frac{1}{2}\cdot t\cdot v}}$$



e) Wegen des Bremsvorgangs ist die Beschleunigung negativ

$$a=-\frac{U\cdot q}{d\cdot m} \text{ in } a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-v_0}{t} \text{ gibt } -\frac{U\cdot q}{d\cdot m}=\frac{-v_0}{t}$$

gibt $\underline{\underline{q=\frac{v_0\cdot d\cdot m}{U\cdot t}}}$

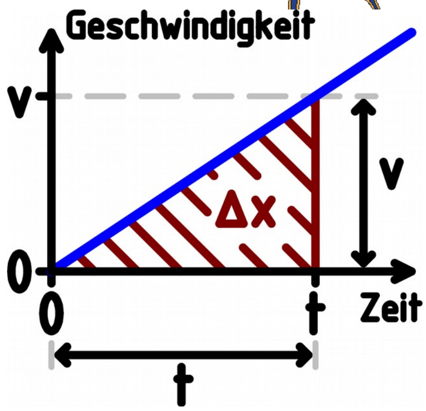
f) Wegen des Bremsvorgangs ist die Beschleunigung negativ

$$a=-\frac{E\cdot q}{m} \text{ in } -v_0^2=2\cdot a\cdot\Delta x \text{ gibt } -v_0^2=-2\cdot\frac{E\cdot q}{m}\cdot x$$

gibt $\underline{\underline{v_0=\sqrt{\frac{2\cdot E\cdot q\cdot x}{m}}}}$

g) $$a=\frac{E\cdot q}{m} \text{ in } x=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 \text{ gibt } x=\frac{1}{2}\cdot\frac{E\cdot q}{m}\cdot t^2 \text{ gibt } \underline{\underline{m=\frac{E\cdot q\cdot t^2}{2\cdot x}}}$$

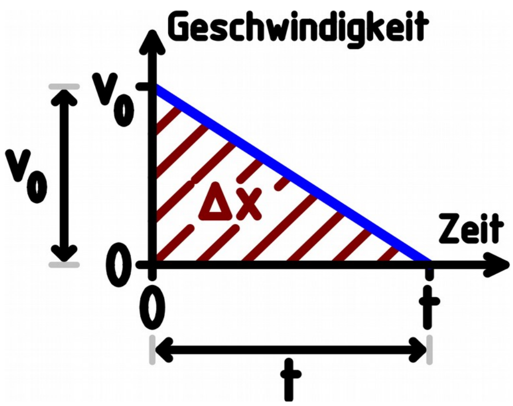
h) Die überstrichene Fläche im t-v-Diagramm ist gleich dem zurückgelegten Weg



$x=\Delta x=\frac{1}{2}\cdot t\cdot v$ gibt $\underline{\underline{t=\frac{2\cdot x}{v}}}$

i) $a=\frac{U\cdot q}{d\cdot m}$ in $x=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2$ gibt $x=\frac{1}{2}\cdot\frac{U\cdot q}{d\cdot m}\cdot t^2$
gibt $\underline{\underline{d=\frac{U\cdot q\cdot t^2}{2\cdot x\cdot m}}}$

k) $a=-\frac{E\cdot q}{m}$ in $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-v_0}{t}$
gibt $-\frac{E\cdot q}{m}=\frac{-v_0}{t}$ gibt $v_0=\frac{E\cdot q\cdot t}{m}$



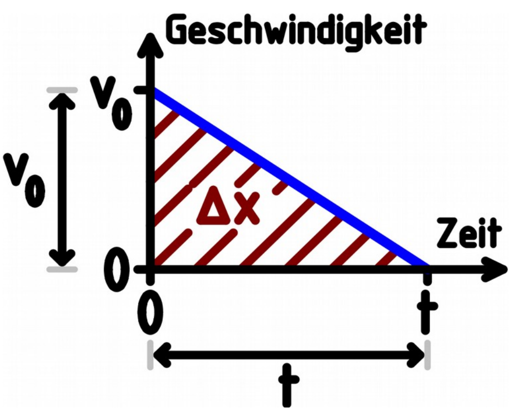
Damit gehen wir ins t-v-Diagramm (überstrichene Fläche), das gibt dann

$x=\frac{1}{2}\cdot t\cdot\frac{E\cdot q\cdot t}{m}=\underline{\underline{\frac{E\cdot q\cdot t^2}{2\cdot m}}}$

l) $a=\frac{U\cdot q}{d\cdot m}$ in $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v}{t}$ gibt $\frac{U\cdot q}{d\cdot m}=\frac{v}{t}$ gibt $\underline{\underline{t=\frac{v\cdot d\cdot m}{U\cdot q}}}$

m) $a=-\frac{E\cdot q}{m}$ in $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-v_0}{t}$ gibt $-\frac{E\cdot q}{m}=\frac{-v_0}{t}$ gibt $\underline{\underline{q=\frac{m\cdot v_0}{E\cdot t}}}$

n) $a=\frac{U\cdot q}{d\cdot m}$ in $v^2=2\cdot a\cdot\Delta x$ gibt $v^2=2\cdot\frac{U\cdot q}{d\cdot m}\cdot x$ gibt $\underline{\underline{x=\frac{v^2\cdot d\cdot m}{2\cdot U\cdot q}}}$



o) Mit nebenstehendem Diagramm, überstrichene Fläche ist zurückgelegter Weg

$\Delta x=x=\frac{1}{2}\cdot t\cdot v_0$ gibt $\underline{\underline{v_0=\frac{2\cdot x}{t}}}$

p) $a=\frac{U\cdot q}{d\cdot m}$ in $v^2=2\cdot a\cdot x$ gibt
$v^2=2\cdot\frac{U\cdot q}{d\cdot m}\cdot x$ gibt $\underline{\underline{m=\frac{2\cdot U\cdot q\cdot x}{v^2\cdot d}}}$

☺ Fragestellungen, die ausschließlich mit Energien zu tun haben, sind oft sehr einfach.

Aufgabe 6.102:

Ein Elektron der kinetischen Energie 8,0eV dringt durch ein Loch in der positiven Platte parallel zu den Feldlinien in das Feld eines Plattenkondensators mit Plattenabstand 8cm und Spannung 50V ein. Wie weit dringt das Elektron in das Feld ein?

Lösung:

Am Umkehrpunkt wurde die ganze kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt. Mit 8,0eV kann das Elektron eine Spannungsdifferenz von 8,0V überwinden. Da das Kondensatorfeld homogen ist können wir mit Dreisatz rechnen.

$$\begin{array}{crcll} & 8\,\text{cm} & \mathrel{\widehat{=}} & 50\,\text{V} & \\ :25 & 0{,}32\,\text{cm} & \mathrel{\widehat{=}} & 2\,\text{V} & :25 \\ \cdot 4 & \underline{1{,}28\,\text{cm}} & \mathrel{\widehat{=}} & 8\,\text{V} & \cdot 4 \end{array}$$

Aufgabe 6.103:

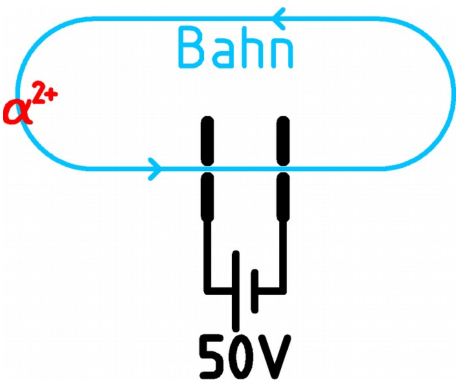
Ein Elektron startet mit vernachlässigbarer kinetischer Energie an der negativen Kondensatorplatte. Nach einer Strecke von 1,5cm besitzt es eine kinetische Energie von 4,9ev. Wie groß ist die am Kondensator mit Plattenabstand 8cm anliegende Spannung?

Lösung:

Das Elektron hat eine Spannungsdifferenz von 4,9V durchquert. Wir rechnen wieder mit Dreisatz.

$$\begin{array}{crcll} & 1{,}5\,\text{cm} & \mathrel{\widehat{=}} & 4{,}9\,\text{V} & \\ :3 & 0{,}5\,\text{cm} & \mathrel{\widehat{=}} & 1{,}63\,\text{V} & :3 \\ \cdot 16 & 8\,\text{cm} & \mathrel{\widehat{=}} & \underline{26{,}1\,\text{V}} & \cdot 16 \end{array}$$

Aufgabe 6.104:



Ein Alphateilchen durchläuft auf seiner Bahn immer wieder einen durchlöcherten Kondensator der an eine Spannung von 50V angeschlossen ist.

Wie das Alphateilchen auf diese Bahn kommt, soll jetzt nicht unser Problem sein.

Wie groß ist der Zuwachs an kinetischer Energie nach 500 Durchquerungen des Kondensators?

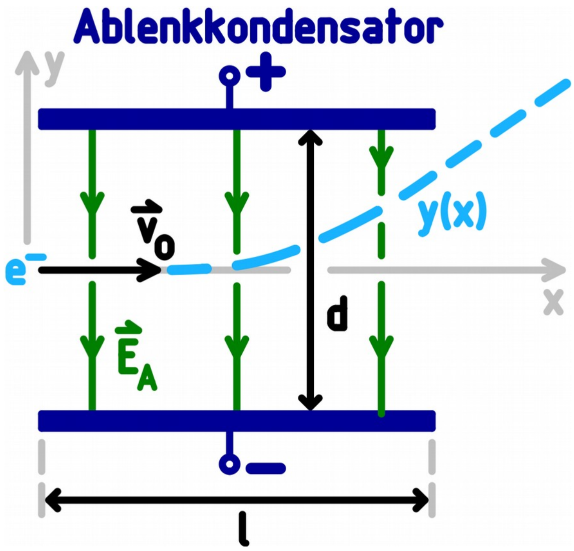
Lösung:

$q_\alpha = 2e \quad \Rightarrow$ 1 Durchquerung $\mathrel{\widehat{=}} 100\,\text{eV} \quad \Rightarrow$ 500 Durchqu. $\mathrel{\widehat{=}} 50000\,eV = \underline{50\,\text{keV}}$

6.3 Bewegung im elektrischen Querfeld

Querfeld soll heißen, dass das elektrische Feld senkrecht zu einer anfänglichen Bewegungsrichtung $\vec{v}_0$ steht. Der Kondensator, der dieses Querfeld erzeugt, heißt Ablenkkondensator. Die Spannung, welche die anfängliche Bewegung $\vec{v}_0$ erzeugt heißt Beschleunigungsspannung. Bei der Rechnung gehen wir davon aus, dass das E-Feld des Ablenkkondensators auf das Volumen zwischen den Platten (im Bild die Länge l) beschränkt ist, und in diesem Bereich homogen ist, was bei den kleinen Ablenkkondensatoren, die wir betrachten offensichtlich eine recht abenteuerliche Annahme ist. Allerdings kommen wir anders einfach nicht mehr klar und haben deshalb keine andere Wahl.

Das ist die zweidimensionale Bewegung aus der 10ten Klasse. Dafür trennen wir die Bewegung in zwei Richtungen x und y, die wir getrennt voneinander bearbeiten können, aber später auch wieder kombinieren dürfen, um zum Beispiel die Ortskurve y(x) zu erhalten. Damit wir nicht durcheinander kommen, legen wir die x-Richtung immer in die anfängliche Bewegungsrichtung. Dann erhalten wir für die Bewegung im Innern des Ablenkkondensators immer dieselben



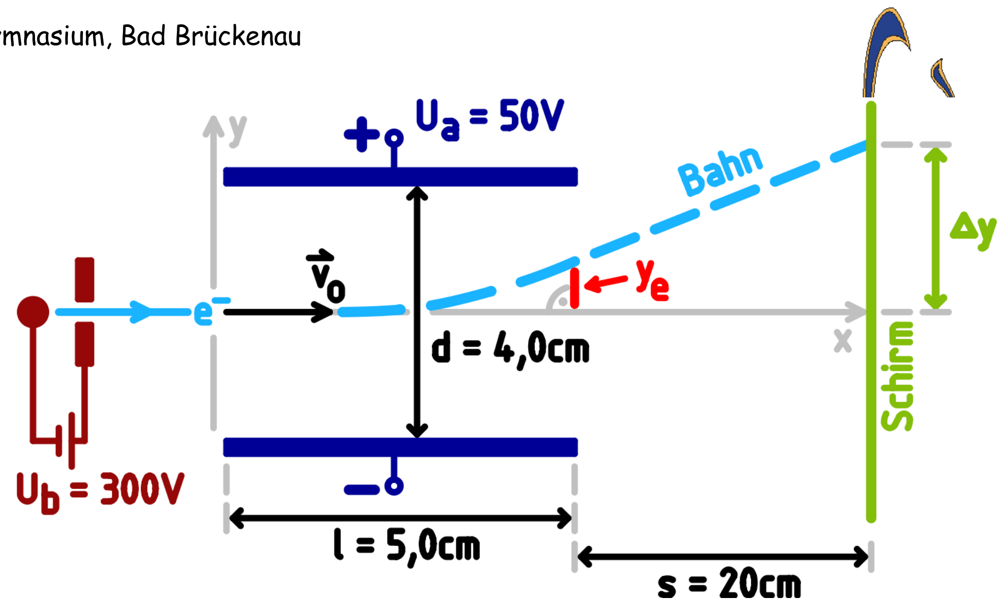
kinematischen Startwerte:

$x_0=0$	$y_0=0$
$v_{x,0}=v_0$	$v_{y,0}=0$
$a_x=0$	$F_y=E_a\cdot q$
	$a_y=\frac{F_y}{m}=\frac{E_a\cdot q}{m}=\frac{U_a\cdot q}{d_a\cdot m}$

Sobald das Teilchen den Ablenkkondensator verlassen hat, wirkt keine Kraft mehr auf das Teilchen und ... (Newton I).

Beispiel:

Der von Ub beschleunigte Elektronenstrahl tritt mittig und senkrecht zu den Feldlinien in das Feld des Ablenkkondensators mit Länge l, Plattenabstand d und anliegender Ablenkspannung Ua. 20cm nach Austreten aus diesem trifft er auf den Schirm. An diesem ersten Beispiel bearbeiten wir sukzessive die Fragen, die sich dabei ergeben.



Frage 1:

Wie hoch ist die Geschwindigkeit der in das Ablenkfeld eintretenden Elektronen?

Lösung:

Kinetische Energie aus Beschleunigungsspannung

$$E_{el} \rightarrow E_{kin} \Rightarrow E_{el}=E_{kin}$$

$$\Rightarrow U_b\cdot e=\frac{1}{2}\cdot m_e\cdot v^2 \Rightarrow v=\sqrt{\frac{2\cdot U_b\cdot e}{m_e}}=\sqrt{\frac{2\cdot 300\,V\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\,C}{9,1\cdot 10^{-31}\,kg}}=\underline{\underline{1,03\cdot 10^7\,\frac{m}{s}}}$$

Frage 2:

Wie lange dauert der Flug durch den Ablenkkondensator?

Lösung:

Wir legen den Ursprung des Koordinatensystems auf die Eintrittsstelle in das Feld des Ablenkkondensators. Dann kriegen wir die Startwerte

$$x_0=0,\quad v_{x,0}=v_0=1,03\cdot 10^7\,\frac{m}{s},\quad y_0=0,\quad v_{y,0}=0$$

und die Beschleunigungen

$$F_x=0 \Rightarrow a_x=0,\quad F_y=\frac{U_a}{d}\cdot q_e \Rightarrow a_y=\frac{U_a\cdot e}{d\cdot m_e}$$

Die Frage bezieht sich nur auf die x-Richtung der Bewegung.

$$a_x=0 \Rightarrow v_x=konst. \Rightarrow v_x=v_{x,0}=\frac{l}{t_e} \Rightarrow t_e=\frac{l}{v_{x,0}}=\frac{0,05\,m}{1,03\cdot 10^7\,\frac{m}{s}}=\underline{\underline{4,85\cdot 10^{-9}\,s}}$$

Das ist die Flugdauer im Kondensator.

Frage 3:

Wie weit (y_e) wird das Elektron während des Fluges durch den Ablenkkondensator nach oben abgelenkt?

Lösung:

$$y(t)=\frac{1}{2}\cdot a_y\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{U_a\cdot e}{d\cdot m_e}\cdot t^2$$

$$\Rightarrow\quad y_e=\frac{1}{2}\cdot a_y\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{U_a\cdot e}{d\cdot m_e}\cdot t_e^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{50\,V\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C}{0{,}04\,m\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\,C}\cdot\left(4{,}85\cdot 10^{-9}\,\frac{m}{s}\right)^2$$

$$\underline{\underline{y_e=2{,}58\cdot 10^{-3}\,m=2{,}58\,mm}}$$

Frage 4:

Wie lauten die Ortsfunktionen x(t) und y(t) in Abhängigkeit nur der gegebenen Parameter? Keine Zahlenwerte einsetzen.

Lösung:

$$x(t)=v_{x,0}\cdot t=\sqrt{\frac{2\cdot U_b\cdot e}{m_e}}\cdot t \quad\text{und}\quad y(t)=\frac{1}{2}\cdot a_y\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{U_a\cdot e}{d\cdot m_e}\cdot t^2=\frac{U_a\cdot e}{2\cdot d\cdot m_e}\cdot t^2$$

Frage 5:

Wie lautet die Ortsfunktion y(x) für den Flug im Kondensator?

Lösung:

$$x=\sqrt{\frac{2\cdot U_b\cdot e}{m_e}}\cdot t \quad\text{nach t auflösen gibt}\quad t=\sqrt{\frac{m_e}{2\cdot U_b\cdot e}}\cdot x \quad\text{Einsetzen in y(t) gibt}$$

$$y=\frac{U_a\cdot e}{2\cdot d\cdot m_e}\cdot\left(\sqrt{\frac{m_e}{2\cdot U_b\cdot e}}\cdot x\right)^2=\frac{U_a\cdot e}{2\cdot d\cdot m_e}\cdot\frac{m_e}{2\cdot U_b\cdot e}\cdot x^2 \quad\text{gibt}\quad \underline{\underline{y(x)=\frac{U_a}{4\cdot d\cdot U_b}\cdot x^2}}$$

Frage 6:

Zeige, dass die vertikale Ablenkung y_e im Kondensator direkt proportional zur Ablenkspannung U_a ist.

Lösung:

$$y_e=y(x_e)=y(l)\quad\Rightarrow\quad y_e=\frac{U_a}{4\cdot d\cdot U_b}\cdot l^2=\frac{l^2}{4\cdot d\cdot U_b}\cdot U_a$$

Also ist ye direkt proportional zu Ua mit Proportionalitätskonstante

$$k=\frac{l^2}{4\cdot d\cdot U_b}$$

Frage 7:

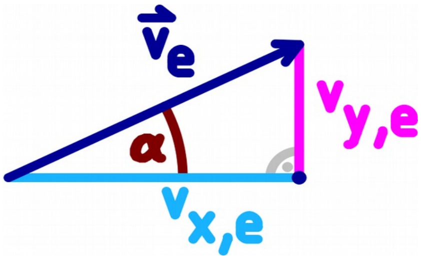
In welcher Richtung (Winkel zur horizontalen) verlässt das Elektron den Ablenkkondensator?

Lösung:

Richtungsfragen beziehen sich auf die Richtung der Geschwindigkeit.

$$v_x(t_e)=v_{x,0}=1{,}03\cdot 10^7\frac{m}{s}$$
$$v_y(t_e)=a_y\cdot t_e=\frac{U_a\cdot e}{d\cdot m_e}\cdot t_e=\frac{50\,V\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}C}{0{,}04\,m\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}C}\cdot 4{,}85\cdot 10^{-9}s$$
$$v_{y,e}=1{,}07\cdot 10^6\frac{m}{s}\quad \text{und}\quad v_{x,e}=1{,}03\cdot 10^7\frac{m}{s}$$

Die horizontale Richtung ist die x-Richtung. Gesucht ist also der Winkel α.



$$\tan\alpha=\frac{v_{y,e}}{v_{x,e}}=\frac{1{,}07\cdot 10^6\frac{m}{s}}{1{,}03\cdot 10^7\frac{m}{s}}=0{,}104\quad\Rightarrow\quad \underline{\underline{\alpha=5{,}93\,°}}$$

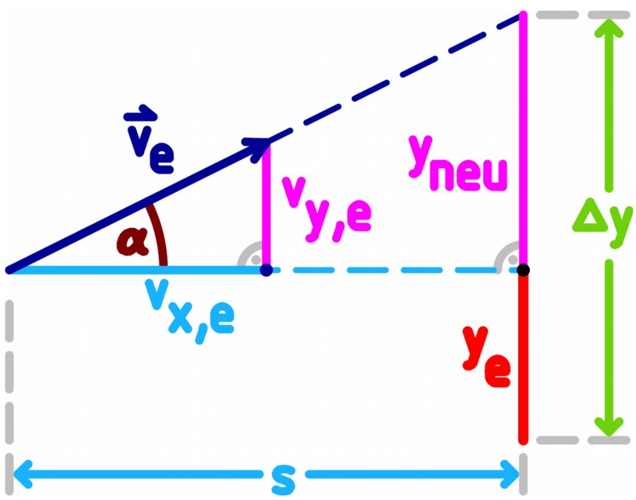
Frage 8:

In welcher Entfernung Δy von der Mitte des Schirms trifft das Elektron auf?

Lösung:

y_{neu} mit Strahlensatz

$$\frac{y_{neu}}{s}=\frac{v_{y,e}}{v_{x,e}}$$
$$y_{neu}=\frac{s\cdot v_{y,e}}{v_{x,e}}$$
$$y_{neu}=\frac{20\text{cm}\cdot 1{,}07\cdot 10^6\,m/s}{1{,}03\cdot 10^7\,m/s}=\underline{2{,}08\,cm}$$
$$\Delta y=y_{neu}+y_e=2{,}08\,cm+0{,}26\,cm$$
$$\underline{\Delta y=2{,}34\,cm}$$



Frage 9:

Bestimme das y_{neu} von oben in Abhängigkeit nur der der gegebenen Parameter.

Lösung:

$$v_{y,e}=\frac{U_a\cdot e}{d\cdot m_e}\cdot t_e=\frac{U_a\cdot e}{d\cdot m_e}\cdot\frac{l}{v_0}$$

$$\frac{y_{neu}}{s}=\frac{v_{y,e}}{v_{x,e}} \Rightarrow y_{neu}=\frac{s\cdot v_{y,e}}{v_{x,e}}$$

Einsetzten gibt

$$y_{neu}=s\cdot\frac{U_a\cdot e\cdot l}{d\cdot m_e\cdot v_0}:v_0=\frac{s\cdot U_a\cdot e\cdot l}{d\cdot m_e\cdot v_0^2}=\frac{s\cdot U_a\cdot e\cdot l}{d\cdot m_e\cdot\frac{2\cdot U_b\cdot e}{m_e}}=\frac{s\cdot U_a\cdot l}{d\cdot 2\cdot U_b}$$

Frage 10:

Zeige, dass das y_{neu} von oben direkt proportional zur Ablenkspannung U_a ist.

Lösung:

$$y_{neu}=\frac{s\cdot U_a\cdot l}{2\cdot d\cdot U_b}=\frac{s\cdot l}{2\cdot d\cdot U_b}\cdot U_a$$

D.h. y_{neu} ist direkt proportional zu U_a

mit Proportionalitätskonstante $k=\frac{s\cdot l}{2\cdot d\cdot U_b}$

Frage 11:

Begründe mit Frage 6 und Frage 10 das die Gesamtablenkung in y-Richtung Δy direkt proportional zur Ablenkspannung ist. Bestimme die Proportionalitätskonstante in Abhängigkeit nur der gegebenen Parameter.

Lösung:

Wegen $y_e=k_1\cdot U_a$ und $y_{neu}=k_2\cdot U_a$ ist $\Delta y=y_e+y_{neu}=k_1\cdot U_a+k_2\cdot U_a=(k_1+k_2)\cdot U_a$

Also ist Δy direkt proportional zu U_a mit Proportionalitätskonstante

$$k=k_1+k_2=\frac{l^2}{4\cdot d\cdot U_b}+\frac{s\cdot l}{d\cdot 2\cdot U_b}=\frac{l^2}{4\cdot d\cdot U_b}+\frac{2\cdot s\cdot l}{4\cdot d\cdot U_b}=\frac{l^2+2\cdot s\cdot l}{4\cdot d\cdot U_b} \Rightarrow \underline{\underline{k=\frac{l\cdot(l+2\cdot s)}{4\cdot d\cdot U_b}}}$$

$$\boxed{\Delta y \sim U_a}$$

Aufgabe 6.105:

a) Elektronen werden mit einer Spannung von 200 V beschleunigt und treten mittig und senkrecht zu den Feldlinien in das Feld eines 10 cm langen Ablenkkondensators mit Plattenabstand 5,0 cm ein. Wie groß darf die Ablenkspannung höchstens sein, damit die Elektronen nicht auf die Platte des Ablenkkondensators treffen?

b) Protonen werden mit einer Spannung von 4,0 kV beschleunigt und treten mittig und senkrecht in das Feld eines 2,0 cm langen Ablenkkondensators mit einem Plattenabstand von 8,0 mm.

Wie groß muss die Ablenkspannung sein, damit die Bewegungsrichtung der Protonen um 20° abgelenkt wird? (Kontrolle: 1,16 kV)

Zeige rechnerisch, dass die Protonen den Ablenkkondensator bei dieser Ablenkspannung auch tatsächlich verlassen können.

c) Elektronen werden beschleunigt und treten mittig und senkrecht zu den Feldlinien in das Feld eines 10 cm langen Ablenkkondensators dessen Plattenabstand 4,0 mm beträgt und an dem eine Ablenkspannung von 2,0 V anliegt.

Wie groß muss die Beschleunigungsspannung mindestens sein, damit die Elektronen den Ablenkkondensator durchfliegen können, ihn also auch wieder verlassen ohne auf eine Platte zu prallen? (Kontrolle: vo = 14,8 Mm/s; Umax = 623 V)

d) Protonen treten mit der Anfangsgeschwindigkeit vo mittig und senkrecht zu den Feldlinien in das homogene Feld eines Ablenkkondensator mit Plattenabstand d ein. An dem Ablenkkondensator liegt die Spannung Ua an. Die Länge l des Ablenkkondensators lässt sich durch ausziehen verstellen. Zeige, dass der Betrag der Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur anfänglichen Bewegungsrichtung (v_{ye}) beim verlassen des Ablenkkondensators direkt proportional zur Länge l des Ablenkkondensators ist.

Lösung:

a) $\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_0^2 = e\cdot U_b$ → $v_0=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_b}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}C\cdot 200\,V}{9{,}1\cdot 10^{-31}kg}}=\underline{8{,}39\cdot 10^6\,m/s}$

Im Ablenkkondensator:

$$x=v_0\cdot t \;\rightarrow\; t=\frac{x}{v_0} \quad ; \quad y=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{F}{m}\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{U\cdot e}{d\cdot m}\cdot\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \;\rightarrow\; U=\frac{2\cdot y\cdot d\cdot m\cdot v_0^2}{e\cdot x^2}$$

Die maximal erlaubte Ablenkung y ist der halbe Plattenabstand:

$$U_{max}=\frac{2\cdot 0{,}025\,m\cdot 0{,}05\,m\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\,kg\cdot(8{,}39\cdot 10^{6}\,m/s)^2}{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot(0{,}1\,m)^2}=\underline{\underline{100\,V}}$$

b) $\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_0^2=e\cdot U_b \rightarrow v_0=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_b}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 4000\,V}{1{,}67\cdot 10^{-27}\,kg}}$

$\underline{v_0=8{,}75\cdot 10^5\,m/s}$

$$x=v_0\cdot t \rightarrow t=\frac{x}{v_0}\;;\quad v_y=a\cdot t=\frac{F}{m}\cdot t=\frac{U\cdot e}{d\cdot m}\cdot\frac{x}{v_0}$$

$$\tan 20°=\frac{v_{ye}}{v_0}=\frac{U\cdot e\cdot l}{d\cdot m\cdot v_0^2} \rightarrow U=\frac{d\cdot m\cdot v_0^2\cdot\tan 20°}{e\cdot l}$$

$$U=\frac{0{,}008\,m\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\,kg\cdot(8{,}75\cdot 10^5\,m/s)^2\cdot\tan 20°}{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 0{,}02\,m}=\underline{\underline{1{,}16\,kV}}$$

ye im Ablenkkondensator ausrechnen gibt ye = 3,63 mm ≤ 4 mm. D.h. die Protonen kommen tatsächlich wieder raus.

c) $x=v_0\cdot t \rightarrow t=\frac{x}{v_0}\;;\quad y=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{F}{m}\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{U_a\cdot e}{d\cdot m}\cdot\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \rightarrow v_0=\sqrt{\frac{U_a\cdot e\cdot x^2}{2\cdot d\cdot m\cdot y}}$

Für die Flugweite x setzt man die Kondensatorlänge ein und für die Ablenkung x den halben Plattenabstand, dann erhält man die minimale Geschwindigkeit:

$$v_0=\sqrt{\frac{2{,}0\,V\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot(0{,}1\,m)^2}{2\cdot 0{,}004\,m\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\,kg\cdot 0{,}002\,m}}=\underline{1{,}48\cdot 10^7\,m/s}$$

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_0^2=e\cdot U_b \rightarrow U_b=\frac{m\cdot v_0^2}{2\cdot e}=\frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\,kg\cdot(1{,}48\cdot 10^7\,m/s)^2}{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C}=\underline{\underline{623\,V}}$$

d) $x=v_0\cdot t \rightarrow t=\frac{x}{v_0}\;;\quad v_y=a\cdot t=\frac{F}{m}\cdot t=\frac{U_a\cdot e}{d\cdot m}\cdot\frac{x}{v_0}$

Beim Verlassen des Kondensator ist x = l und dann ist:

$$v_{ye}=\frac{U_a\cdot e}{d\cdot m}\cdot\frac{l}{v_0}=\frac{U_a\cdot e}{d\cdot m\cdot v_0}\cdot l$$

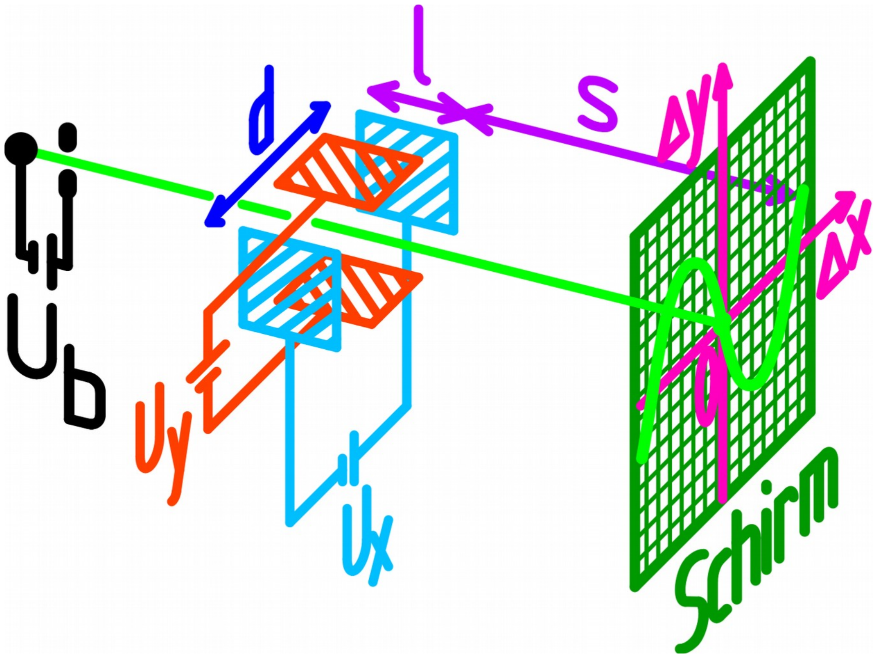
D.h. v_{ye} ist proportional zu l mit Proportionalitätskonstante $k=\frac{U_a\cdot e}{d\cdot m\cdot v_0}$

6.4 Braun'sche Röhre, Oszilloskop

Die Proportionalität von Δy und Ua (Frage 11 in Abschnitt 6.3) ist von großem Nutzen. Dies führt dazu, dass man mit Hilfe der auf dem Schirm leicht messbaren Ablenkung in y-Richtung die Ablenkspannung messen kann.

Begriff: Braun'sche Röhre

Eine Elektronenstrahlröhre mit zwei senkrecht zueinander angeordneten Ablenkkondensatoren nennt man eine Braun'sche Röhre.



Für diesen Abschnitt ändern wir die Konvention für die Koordinatenachsen wie im Bild ersichtlich. Die Ablenkkondensatoren werden nicht an Gleichspannungsquellen angeschlossen, die Polung auf dem Bild soll nur zeigen, wie eine Ablenkspannung gepolt sein muss, damit wir sie als positiv ansehen. Der Schirm ist innen mit einer Substanz beschichtet, die leuchtet, wenn Elektronen auftreffen, so das an dieser Stelle ein Punkt erscheint. Die Ablenkungen Δx und Δy auf dem Schirm sind jeweils proportional zur an der jeweiligen Richtung anliegenden Ablenkspannung. In unserem Beispiel sollen die geometrischen Daten d und l der beiden Ablenkkondensatoren identisch sein. Die in Frage 11 im vorhergehenden Abschnitt entwickelte Formel

$$\boxed{\Delta y = k \cdot U_a = \frac{(l + 2 \cdot s) \cdot l}{4 \cdot d \cdot U_b} \cdot U_a}$$

können wir dann für beide Kondensatoren mit den selben Parametern benutzen, abgesehen von den Ablenkspannungen, die in x- und in y-Richtung verschieden sind. In x-Richtung legen wir eine Spannung an, die den Elektronenstrahl mit konstanter Geschwindigkeit von ganz links nach ganz rechts zieht. In y-Richtung legen wir die zu messende Spannung an, von der wir dann den zeitlichen Verlauf beobachten können.

Aufgabe 6.106:

Die Ablenkkondensatoren haben die Werte d = 2,0cm und l = 3,0cm. Der Schirm befindet sich 15cm hinter den Ablenkkondensatoren und hat einen Breite von 10cm und eine Höhe von 10cm.

a) Wie ist die Beschleunigungsspannung zu wählen, wenn wir in y-Richtung Spannungen von bis zu 20V gerade noch auf dem Schirm messen können wollen?

b) Welcher gemessener Spannung entspricht dann eine Ablenkung von 1cm (2cm, 3cm) nach oben auf dem Schirm?

c) Der Elektronenstrahl soll mit der Ablenkspannung in x-Richtung in 0,01s mit konstanter Geschwindigkeit von ganz links nach ganz rechts geführt werden, dann zurückspringen und wieder von vorn. Zeichne ein skaliertes t-U-Diagramm für den zeitlichen Verlauf der Spannung, die dafür in x-Richtung angelegt werden muss.

Lösung:

a) $\Delta y = \frac{(l+2\cdot s)\cdot l}{4\cdot d\cdot U_b}\cdot U_y \quad \Rightarrow \quad U_b = \frac{(l+2\cdot s)\cdot l\cdot U_{y,max}}{4\cdot d\cdot \Delta y_{max}}$

Bei einem Schirm der Höhe 10cm ist die maximal erlaubte Ablenkung 5cm

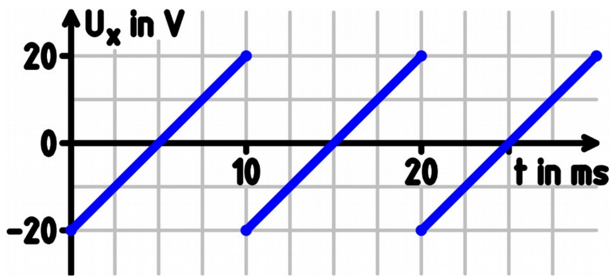
$$U_b = \frac{(0{,}03\,m + 2\cdot 0{,}15\,m)\cdot 0{,}03\,m\cdot 20\text{V}}{2\cdot 0{,}02\,m\cdot 0{,}05\,m} = \underline{\underline{99\,V}}$$

b) Mit Dreisatz, wegen der Proportionalität

$$:5 \quad \begin{array}{lcr} 5\text{cm} & \hat{=} & 20\text{V} \\ 1\text{cm} & \hat{=} & \underline{4\text{V}} \end{array} \quad :5$$

Eine Ablenkung von 1cm entspricht also 4V, 2cm entspricht 8V und 3cm entspricht 12V. (Wieder wegen der Proportionalität)

c) Wegen der identischen Geometrie beider Ablenkkondensatoren gilt für maximale Ablenkung genau wie in y-Richtung 20V, aber von Minus nach Plus.

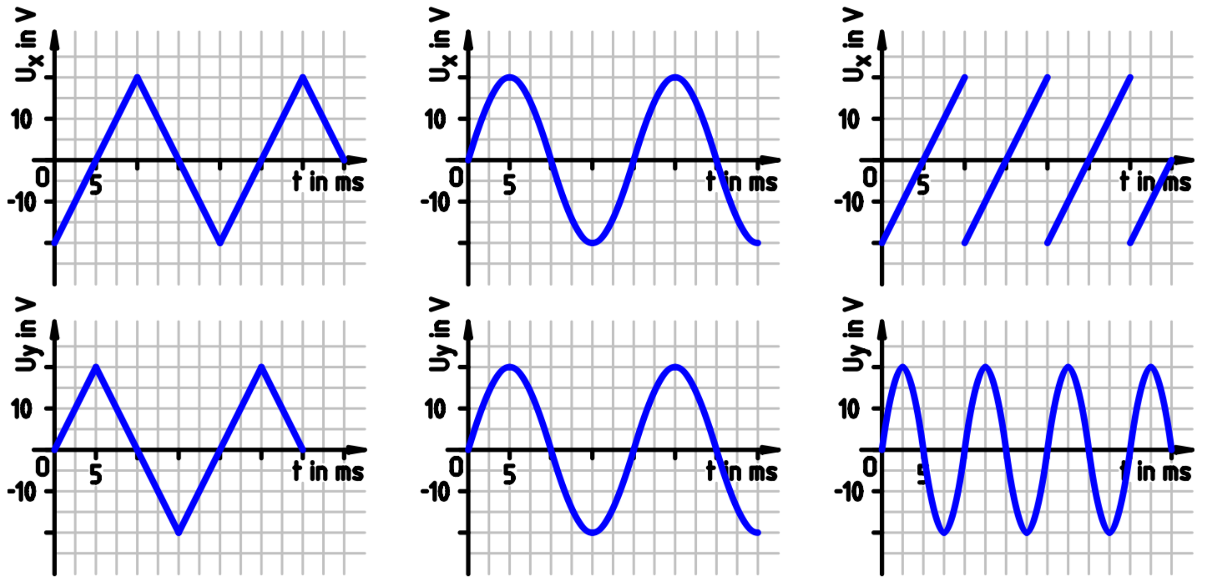


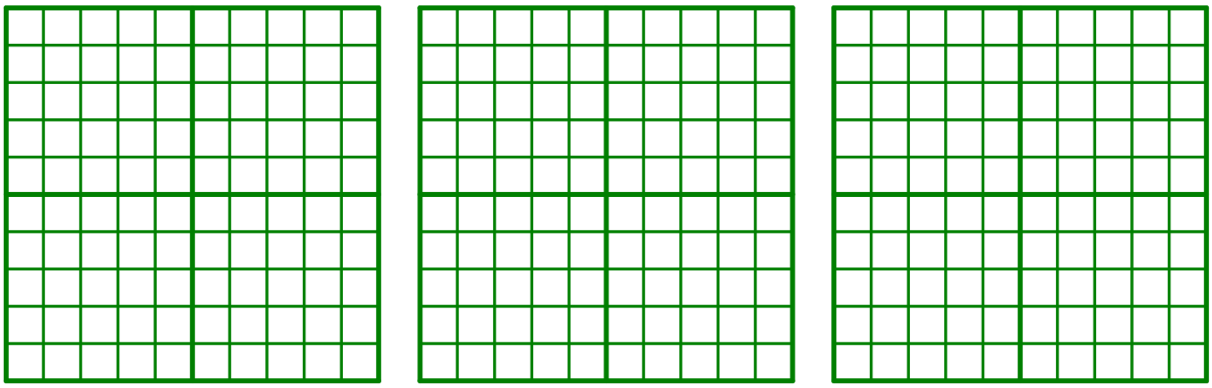
Wegen der Proportionalität sorgt konstantes Ansteigen der Spannung für konstante Geschwindigkeit auf dem Schirm.

Eine solche Spannung nennt man eine Sägezahnspannung. Wie man die erzeugt, ist ein anderes Problem, aber nicht unseres.

Aufgabe 6.107:

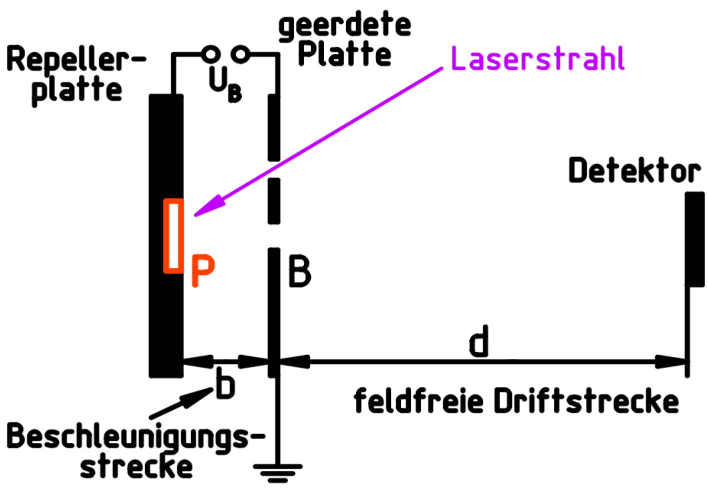
In den Bildern sind zusammengehörende zeitliche Verläufe von Ablenkspannungen in x- und y-Richtung für unser oben berechnetes Oszi dargestellt. Darunter ist jeweils ein leerer Schirm. Zeichne das sich ergebende Bild auf dem Schirm ein.





6.5 Abi

Aufgabe 6.108: Abi 2006



In einem Flugzeit-Massenspektrometer werden mit einem gepulsten Laser Ionen der Ladung q durch Beschuss einer Probe P auf der so genannten Repellerplatte erzeugt. Die Anfangsgeschwindigkeit der Ionen kann vernachlässigt werden. Nach der Beschleunigung in einem homogenen elektrischen Feld zwischen der Repellerplatte und einer geerdeten Platte passieren sie die Bohrung B und durchlaufen anschließend eine feldfreie Driftstrecke d mit konstanter Geschwindigkeit. Danach werden sie mit einem Detektor registriert. Die gesamte Anordnung befindet sich in einem weitgehend evakuierten Gefäß.

a) Berechnen Sie allgemein und nichtrelativistisch die Beschleunigungszeit t_b der Ionen für das Durchlaufen der Spannung U_b sowie die Flugzeit t_d auf der Driftstrecke bis zum Auftreffen auf den Detektor. Zeigen Sie, dass für die gesamte Flugzeit gilt: $t_{ges} = \sqrt{\frac{2 \cdot m}{q \cdot U_b}} \cdot \left(b + \frac{d}{2}\right)$

Erläutern Sie kurz, wie die Anordnung mit dem gepulsten Laser zur Bestimmung der Masse der erzeugten Ionen dienen kann. Weshalb darf der Laser nicht im Dauerbetrieb arbeiten, sondern muss gepulst werden.

b) Bei einer Messung benötigen einfach geladene Stickstoff-Ionen, die durch eine Spannung von 1450 V beschleunigt werden, für die gesamte Flugstrecke mit b=9,0mm und d=2,35m eine Flugzeit von 23,69 μs. Berechnen Sie daraus die Masse der Stickstoff-Ionen. Um welche Sorte von Stickstoff-Ionen handelt es sich?

c) Wir nehmen an, dass auch in einem gewissen Abstand von der Repellerplatte Stickstoff-Ionen mit vernachlässigbarer Anfangsgeschwindigkeit erzeugt werden (z.B. aus dem Restgas). Weshalb habend solche Ionen eine längere Flugzeit bis zum Detektor, als die auf der Repellerplatte erzeugten?

Lösung:

Beschleunigung

a) $b=x=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{F}{m}\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{U_b\cdot q}{b\cdot m}\cdot t^2 \rightarrow t_b=\sqrt{\frac{2\cdot b^2\cdot m}{U_b\cdot q}}=\underline{\underline{\sqrt{\frac{2\cdot m}{U_b\cdot q}}\cdot b}}$

Endgeschwindigkeit

$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2=U_b\cdot q \rightarrow v=\sqrt{\frac{2\cdot U_b\cdot q}{m}}$

$v=\frac{d}{t_d} \rightarrow t_d=\frac{d}{v}=d\cdot\sqrt{\frac{m}{2\cdot U_b\cdot q}}=\underline{\underline{\sqrt{\frac{2\cdot m}{U_b\cdot q}}\cdot\frac{d}{2}}}$

Die beiden Zeiten addiert gibt das gesuchte Ergebnis. Wenn es gelingt die Flugzeit der Ionen zu messen, kann die Gleichung für die Flugzeit nach der Masse der Ionen aufgelöst werden und so bei bekannter Ladung q die Masse der Ionen bestimmt werden. Der Laser muss gepulst werden, damit man weiß, wann die Ionen erzeugt wurden, also los geflogen sind.

b) $t=\sqrt{\frac{2\cdot m}{q\cdot U_b}}\cdot\left(b+\frac{d}{2}\right) \rightarrow m=\frac{t^2\cdot U_b\cdot q}{(b+d/2)^2\cdot 2}=\frac{(23{,}69\cdot 10^{-6}s)^2\cdot 1450\mathrm{V}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}C}{(0{,}009\,m+1{,}175\,m)\cdot 2}$

$\underline{\underline{m=4{,}64\cdot 10^{-26}kg=28\mathrm{u}}}$

Es handelt sich um Stickstoff-Molekül-Ionen aus zwei Stickstoff-Atomen.

c) Die im Zwischenraum erzeugten Ionen haben eine kürzere Beschleunigungsstrecke und deshalb eine kleinere Endgeschwindigkeit als die direkt auf der Repellerplatte erzeugten und die Driftstrecke ist viel länger als die Beschleunigungsstrecke wodurch die Flugdauer länger wird.

Aufgabe 6.109: Abi 2000; Ionenantrieb

In einer Raumsonde mit Ionenantrieb werden einfach positiv geladene Xenon-Ionen zwischen zwei Gittern beschleunigt, die wie eine Plattenkondensator wirken. Die über den ganzen Gitterabstand beschleunigten Ionen mit vernachlässigbarer Anfangsgeschwindigkeit verlassen die Raumsonde und erzeugen dabei den nötigen Rückstoß. Die Spannung zwischen den Gittern beträgt 1280 V, ihr Abstand ist 5,0 cm. Ein Xenon-Ion hat die Masse 131 u (u -> Atomare Masseneinheit, siehe FS) und die Raumsonde hat die Masse 486 kg.

a) Mit welcher Geschwindigkeit verlassen die Ionen die Sonde?

b) Berechnen Sie die elektrische Kraft auf die 22 Billionen Ionen, die jeweils gleichzeitig zwischen den Gittern sind! (Kontrolle: 90 mN)

c) Begründen Sie, dass die Kraft mit der die Sonde beschleunigt wird ebenfalls 90mN beträgt und berechnen Sie wie viele Stunden es dauern würde, um die Raumsonde von 0 auf 100 km/h zu beschleunigen, wenn keine weiteren Kräfte wirken? Der Masseverlust durch das Austreten der Ionen ist zu vernachlässigen.

Lösung:

a)
$$E_{kin}=E_{el} \rightarrow \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2=U\cdot q=U\cdot e$$
$$v=\sqrt{\frac{2\cdot U\cdot e}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1280\,V\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C}{131\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\,kg}}=\underline{\underline{4{,}3\cdot 10^4\,m/s}}$$

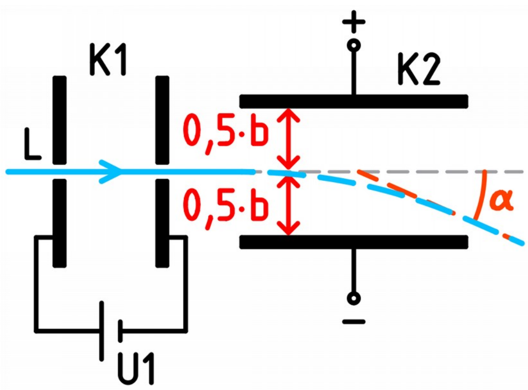
b)
$$F=E\cdot Q=\frac{U}{d}\cdot N\cdot e=\frac{1280\,V}{0{,}05\,m}\cdot 22\cdot 10^{12}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C=\underline{\underline{90\,mN}}$$

c) Der Kondensator, also die Sonde übt die Kraft aus b) auf die Ionen aus. Wegen Newton III üben die Ionen eine genauso große Kraft in entgegengesetzter Richtung auf die Raumsonde aus. Das ist die Kraft, die die Sonde beschleunigt.

$$v=a\cdot t=\frac{F}{m}\cdot t \rightarrow t=\frac{m\cdot v}{F}=\frac{486\,kg\cdot 27{,}8\,m/s}{0{,}090\,N}=\underline{\underline{150120\,s=41{,}7\,h}}$$

Aufgabe 6.110: Abi 2001; Protonen im elektrischen Feld

Protonen mit vernachlässigbarer Anfangsgeschwindigkeit treten durch eine Lochblende L in eine Anordnung aus zwei Plattenkondensatoren K1 und K2 ein. Die Kondensatoren, deren homogene Felder jeweils auf den Raum zwischen den Platten beschränkt sind, befinden sich im Vakuum. Die Protonen bewegen sich im ersten Kondensator K1 parallel zu den Feldlinien. Der Plattenabstand dieses Kondensators beträgt 5,0cm, seine Feldstärke ist 50 kV/m.



a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit v0 eines Protons beim Verlassen des ersten Kondensators. (Kontrolle: v0 = 692 km/s)

b) Welche Zeit braucht ein Proton zum Durchfliegen des ersten Kondensators?

Die Protonen treten nun mit der Geschwindigkeit v0 parallel zu den Platten in das Feld des zweiten Kondensatorsein, den sie mit einer Ablenkung um den Winkel α verlassen. Der Plattenabstand dieses Kondensators ist b = 6,0 cm und die Plattenlänge l = 10 cm. Zwischen den Platten liegt die Spannung U2 an.

c) Zeigen Sie, dass zwischen den Winkel α und der Spannung U2 der folgende Zusammenhang besteht.

$$\tan\alpha = \frac{e \cdot l}{v_0^2 \cdot m_P \cdot b} \cdot U_2$$

d) Die Spannung U2 wird nun so eingestellt, dass die Protonen den Kondensator unter einem möglichst großen Ablenkwinkel α verlassen. Berechnen Sie U2 und den maximalen Ablenkwinkel.

Lösung:

$$E_{kin} = E_{el} \rightarrow 0{,}5 \cdot m \cdot v^2 = U \cdot q = E \cdot l \cdot e$$

a)
$$v = \sqrt{\frac{E \cdot l \cdot e}{0{,}5 \cdot m}} = \sqrt{\frac{50 \cdot 10^3\, V/m \cdot 0{,}05\, m \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C}{0{,}5 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\, kg}} = \underline{\underline{6{,}92 \cdot 10^5\, m/s}}$$

b)
$$x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{E \cdot e}{m} \cdot t^2$$
$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot x \cdot m}{E \cdot e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}05\, m \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\, kg}{50 \cdot 10^3\, V/m \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C}} = \underline{\underline{0{,}14\, \mu s}}$$

c) Flugzeit: $v_0 = \frac{l}{t} \rightarrow t = \frac{l}{v_0}$

$$v_{ye} = a_y \cdot t = \frac{F_y}{m_P} \cdot t = \frac{U_2 \cdot e}{b \cdot m_P} \cdot \frac{l}{v_0}$$

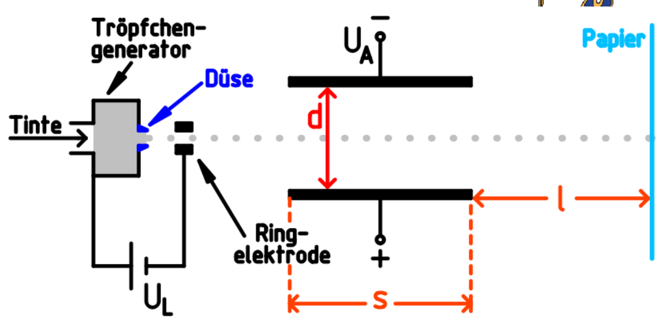
$$\tan\alpha = \frac{v_{ye}}{v_0} = \frac{U_2 \cdot e \cdot l}{b \cdot m_P \cdot v_0^2} = \underline{\underline{\frac{e \cdot l}{v_0^2 \cdot m_P \cdot b}}} \cdot U_2$$

d) Endposition im Kondensator auf halbem Plattenabstand

$$\frac{b}{2} = y_e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_2 \cdot e}{b \cdot m} \cdot \frac{l^2}{v_0^2}$$
$$U_2 = \frac{b^2 \cdot m \cdot v_0^2}{e \cdot l^2} = \frac{(0{,}03\, m)^2 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\, kg \cdot (692 \cdot 10^3\, m/s)^2}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C \cdot (0{,}1\, m)^2} = \underline{\underline{450\, V}}$$

Formel gibt: $\underline{\underline{\alpha_{max} = 8{,}5\,°}}$

Aufgabe 6.111: Abi 2005; Tintenstrahldrucker



Bei einer Variante des Tintenstrahldruckverfahrens erzeugt ein Tröpfchengenerator mit einer Düse kugelförmige Tintentröpfchen mit dem Radius r = 20 µm und der Masse 37 ng. Durch mechanischen Druck erhalten die Tröpfchen eine Anfangsgeschwindigkeit von v0 = 17 m/s und werden anschließend durch die Spannung UL weiter beschleunigt. Zwischen Düse und Ringelektrode liegt die Spannung UL = 200 V. Beim Ablösen von der Düse erhalten die elektrisch leitenden Tröpfchen die positive Ladung q = 0,45 pC.

a) Erklären Sie anhand einer Skizze, warum die Tröpfchenladung von der Spannung UL abhängt.

b) Zeigen Sie, dass sich die kinetische Energie der Tröpfchen durch die Beschleunigung zwischen Düse und Ringelektrode nur unwesentlich ändert. Berechnen Sie hierzu die relative Änderung der kinetischen Energie.

Nach der Ringelektrode treten die Tröpfchen in das homogene Querfeld eines Ablenkkondensators (Plattenabstand d = 8,0 mm, Länge s = 2,0 cm) ein, an dessen Platten eine zwischen 0 und 3,0 kV einstellbare Spannung UA anliegt.

Für die Flugbahnbestimmung wird ein Koordinatensystem eingeführt: Die x-Achse zeige in Richtung der unabgelenkten Tröpfchen, die y-Achse vertikal nach oben, der Ursprung liege beim Eintritt in das Ablenkfeld des Kondensators. Vereinfachend soll dessen Feld als homogen und auf den Innenraum beschränkt angesehen werden.

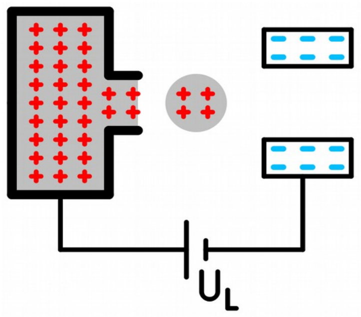
c) Berechnen Sie zunächst die maximale Querbeschleunigung ay für ein Tintentröpfchen im Ablenkkondensator. (Kontrolle: $4{,}6 \cdot 10^3\ m/s^2$)

d) Beschreiben und skizzieren Sie qualitativ die Bahn der Tröpfchen vom Koordinatenursprung bis zum Auftreffpunkt P auf dem Papier und zeigen Sie, dass für die y-Koordinate von P gilt:

$$y_P = \frac{a_y \cdot s}{v_0^2} \cdot \left(\frac{s}{2} + l \right)$$

e) Wie groß muss der Abstand l des Ablenkkondensators vom Papier sein, damit die maximale Buchstabengröße 9,0 mm beträgt?

Lösung:



a) Die Tinte ist Bestandteil der linken Platte eines aus Tröpfchengenerator und Ringelektrode bestehenden Kondensators. Je größer die Spannung UL am Kondensator, desto größer die Ladung auf den Platten also in der Tinte, desto größer die Ladung auf einem Tröpfchen.

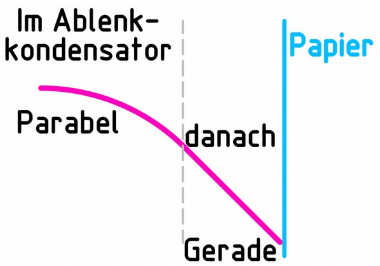
b) Zu Anfang: $E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 37 \cdot 10^{-12}\, kg \cdot (17\, m/s)^2 = \underline{5{,}3\, nJ = 3{,}34 \cdot 10^{10}\, eV}$

Zugewinn: $\Delta E = U \cdot q = 200\, V \cdot 0{,}45 \cdot 10^{-12}\, C = \underline{0{,}09\, nJ = 0{,}056 \cdot 10^{10}\, eV}$

Relativ: $\frac{0{,}09}{5{,}3} = \underline{0{,}017}$

Die kinetische Energie vergrößert sich also um ca. 1,7%.

c) $a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{U_A \cdot q}{d \cdot m} = \frac{3 \cdot 10^3\, V \cdot 0{,}45 \cdot 10^{-12}\, C}{0{,}008\, m \cdot 37 \cdot 10^{-12}\, kg} = \underline{\underline{4561\, m/s^2}}$



d) Im Ablenkkondensator folgen die Tröpfchen einer Parabelbahn. Außerhalb des Ablenkkondensators wirkt keine Kraft mehr auf die Tröpfchen und sie bewegen sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit (Newton I).

Im Kondensator:

Flugdauer: $v_0 = \frac{s}{t} \rightarrow t = \frac{s}{v_0}$

Ablenkung: $y_e = \frac{1}{2} \cdot a_y \cdot t^2 = \frac{a_y \cdot s^2}{2 \cdot v_0^2}$

Geschwindigkeit: $v_{ye} = a_y \cdot t = \frac{a_y \cdot s}{v_0}$

Ablenkung auf der Strecke nach dem Ablenkkondensator mit Strahlensatz (siehe Skript):

$$\frac{y_{neu}}{l}=\frac{v_{ye}}{v_0} \rightarrow y_{neu}=v_{ye}\cdot\frac{l}{v_0}=\frac{a_y\cdot s\cdot l}{v_0^2}$$

Gesamtablenkung durch Addieren gibt:

$$y_P=y_e+y_{neu}=\frac{a_y\cdot s^2}{2\cdot v_0^2}+\frac{a_y\cdot s\cdot l}{v_0^2}=\frac{a_y\cdot s}{v_0^2}\cdot\left(\frac{s}{2}+l\right)$$

e)
$$y_P=9\,mm=9\cdot 10^{-3}\,m$$
$$l=\frac{y_P\cdot v_0^2}{a_y\cdot s}-\frac{s}{2}=\frac{9\cdot 10^{-3}\,m\cdot(17\,m/s)^2}{4{,}6\cdot 10^3\,m/s^2\cdot 0{,}02\,m}-0{,}01\,m=\underline{\underline{1{,}83\,cm}}$$

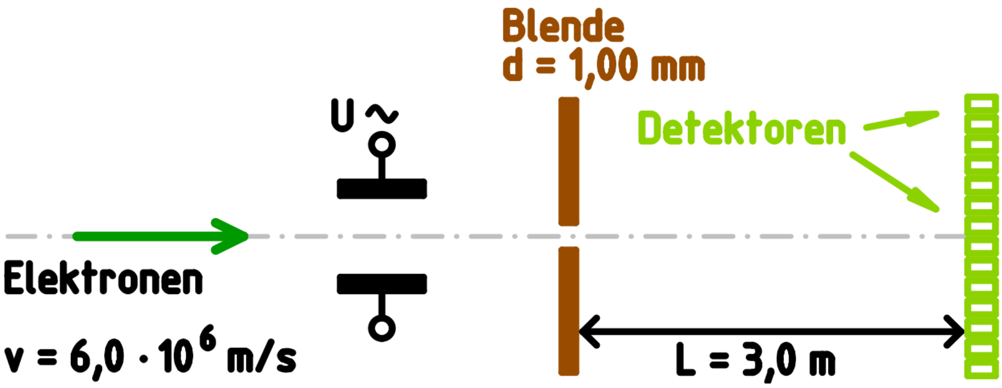
Vorsicht: Die Buchstabengröße muss nicht halbiert werden, weil die Ablenkspannung nicht negativ sein kann (siehe Angabe).

Aufgabe 6.112: Abi 2007; Elektronenstrahl

Ein Elektronenstrahl enthalte Elektronen unterschiedlicher Geschwindigkeit.

☠ Frage a) bezieht sich auf etwas, was wir erst später lernen (-> Kapitel Anwendungen). Ich hab die Frage trotzdem stehen lassen.

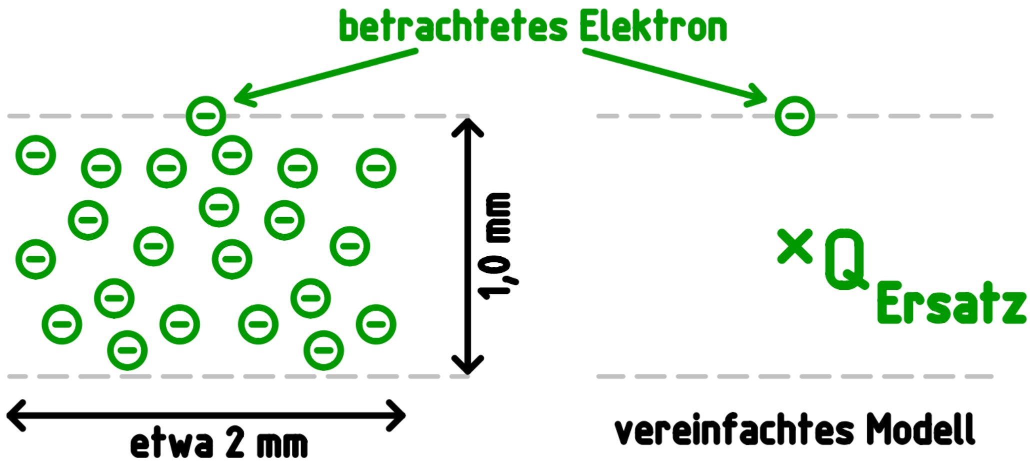
a) Beschreiben und erklären Sie eingehend eine Möglichkeit, wie man daraus einen Strahl erzeugen kann, der nur Elektronen mit einer bestimmten Geschwindigkeit v0 enthält.



Elektronen der Geschwindigkeit v = 6000 km/s treten mittig in das homogene elektrische Feld eines Plattenkondensators (Länge 5,0 cm) ein. An den Platten des Kondensators wird eine Wechselspannung U der Frequenz 12 kHz angelegt. Hinter dem Kondensator befindet sich eine Blende, deren Öffnung den Durchmesser d = 1,00 mm hat. Im Abstand L = 3,0 m hinter dieser Blende werden die Elektronen in Detektoren registriert (siehe Bild).

b) Berechnen Sie die Flugzeit tF eines Elektrons durch den Kondensator und bestätigen Sie damit, dass sich für jedes einzelne Elektron die Feldstärke während der Durchquerung nur geringfügig ändert.

c) Begründen Sie, dass bei hinreichend großem Scheitelwert der angelegten Wechselspannung nach der Blende ein gepulster Elektronenstrahl zur Verfügung steht.



Um die Aufweitung eines Elektronenpulses durch die Coulomb-Abstoßung der Elektronen untereinander abzuschätzen, wird im Folgenden ein aus 100 Elektronen bestehender Puls (Maße siehe Bild) betrachtet. Dazu berechnet man die Kraft auf ein einzelnes Elektron am Rand des Pulses, das von der Ersatzladung groß Q den Abstand $\frac{1}{2}\cdot d$ hat. Die Ersatzladung (Wirkung der übrigen Elektronen ergibt sich näherungsweise durch die Gesamtladung der restlichen Elektronen in der Mitte des Pulses (siehe Bild).

d) Brechnen Sie die durch die Coulombkraft verursachte Beschleunigung A des betrachteten Elektrons. (Kontrolle: $a = 0{,}10\ \mathrm{Tm/s^2}$)

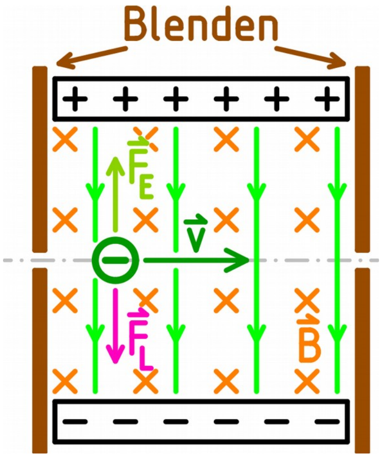
e) Vereinfachend wird davon ausgegangen, dass die Kraft während der gesamten Flugdauer nach dem Passieren der Blende konstant bleibt. In welchem Abstand von der Strahlmitte trifft dann das betrachtete Elektron am Schirm auf?

f) In der Realität ändert sich die Kraft auf das betrachtete Elektron. Wie wirkt sich dies auf das Ergebnis aus? (Begründen Sie ihre Antwort!)

g) Begründen Sie, dass sich diese Ergebnisse auch auf einen ungepulsten (durchgehenden) Elektronenstrahl übertragen lassen.

Lösung:

a) Man schickt die Elektronen durch die beiden Blenden eines Geschwindigkeitsfilters (siehe Bild) in dem sich ein Elektrisches Feld (erzeugt von einem Kondensator) und ein Magnetfeld (erzeugt von einer Spule) überlagern. Die beiden Felder stehen senkrecht aufeinander und die Elektronen treten senkrecht zu beiden Feldrichtungen in den Filter ein.



Nur die Elektronen für welche die Lorentzkraft genauso groß ist wie die elektrische Kraft (die beiden haben bei richtiger Ausrichtung der Felder entgegengesetzte Richtung; siehe Bild) werden im Filter nicht abgelenkt und können die beiden Blenden passieren. Da die Lorentzkraft von der Geschwindigkeit der Elektronen abhängt, können das nur Elektronen mit einer bestimmten Geschwindigkeit, die von den beiden Feldstärken abhängt, mit denen der Geschwindigkeitsfilter eingestellt wird. Die einheitliche Geschwindigkeit der Elektronen nach dem Filter, bzw. die für die jeweilige Geschwindigkeit notwendigen Feldstärken ergeben sich zu:

$$F_L = F_E \rightarrow e \cdot v \cdot B = e \cdot E \rightarrow \underline{\underline{v = \frac{E}{B}}}$$

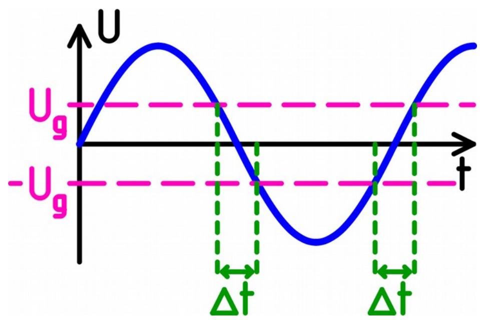
b) $v = \frac{s}{t} \rightarrow t_F = \frac{s}{v} = \frac{0{,}05\,m}{6 \cdot 10^6\,m/s} = \underline{\underline{8{,}33 \cdot 10^{-9}\,s}}$

Schwingungsdauer der Wechselspannung: $T = \frac{2 \cdot \pi}{f} = \frac{2 \cdot \pi}{12 \cdot 10^3\,Hz} = \underline{5{,}2 \cdot 10^{-4}\,s}$

Wir vergleichen die Flugzeit mit einer viertel Schwingungsdauer, den in einer viertel Schwingungsdauer ändert sich das Feld von Null nach maximal.

$$\frac{t_F}{0{,}5 \cdot T} = \frac{8{,}33 \cdot 10^{-9}\,s}{0{,}25 \cdot 5{,}2 \cdot 10^{-4}\,s} = \underline{0{,}0032\,\%}$$

Die Änderungsrate der Feldstärke ist nicht konstant, aber sie wird sich nicht um viel mehr als 0,0032% der maximalen Feldstärke ändern, höchstens um das doppelte (vgl. Sinus-Kurve)



c) Ab einer gewissen Grenzspannung Ug werden die Elektronen im Kondensator so stark abgelenkt, dass sie außerhalb der Blendenöffnung auf die Blende treffen. Wenn die Amplitude der angelegten Spannung größer als diese Grenzspannung ist, dann können die Elektronen nur in den Zeitintervallen, in denen die am Kondensator anliegende Spannung unterhalb der Grenzspannung liegt die Blendenöffnung passieren (siehe Bild) und man erhält hinter der Blende einen gepulsten Strahl.

$$F=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\frac{e\cdot Q}{r^2}\quad ;a=\frac{F}{m}=\frac{e\cdot Q}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0\cdot r^2\cdot m}$$

d) $$a=\frac{1{,}6\cdot10^{-19}C\cdot99\cdot1{,}6\cdot10^{-19}C}{4\cdot\pi\cdot8{,}85\cdot10^{-12}As/Vm\cdot(0{,}5\cdot10^{-3}m)^2 cdo 9{,}1\cdot10^{-31}kg}$$

$$\underline{\underline{a=1{,}0\cdot10^{11}m/s^2}}$$

e) Flugdauer hinter der Blende:

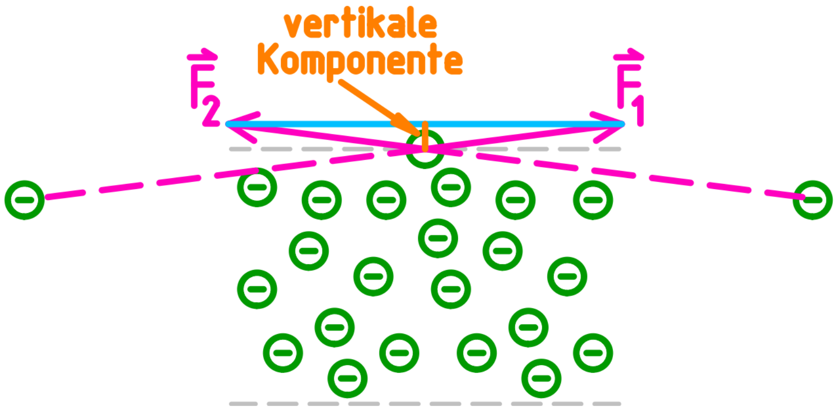
$$v_x=\frac{s}{t}\ \rightarrow\ t=\frac{s}{v_x}=\frac{3{,}0\,m}{6\cdot10^6 m/s}=\underline{\underline{0{,}50\mu s}}$$

Ablenkung in y-Richtung:

$$y=\frac{1}{2}\cdot a_y\cdot t^2=0{,}5\cdot1{,}0\cdot10^{11}m/s^2\cdot(0{,}5\cdot10^{-6}m)^2=\underline{\underline{1{,}25cm}}$$

f) Durch die Strahlaufweitung im Flug nimmt der Abstand der Elektronen, bzw. der Abstand zur Ersatzladung Qersatz zu. Dadurch wird die Coulombkraft auf das betrachtete Elektron kleiner und damit auch die Beschleunigung. Deshalb wird das Elektron in Wirklichkeit nicht so weit abgelenkt wie in e) berechnet.

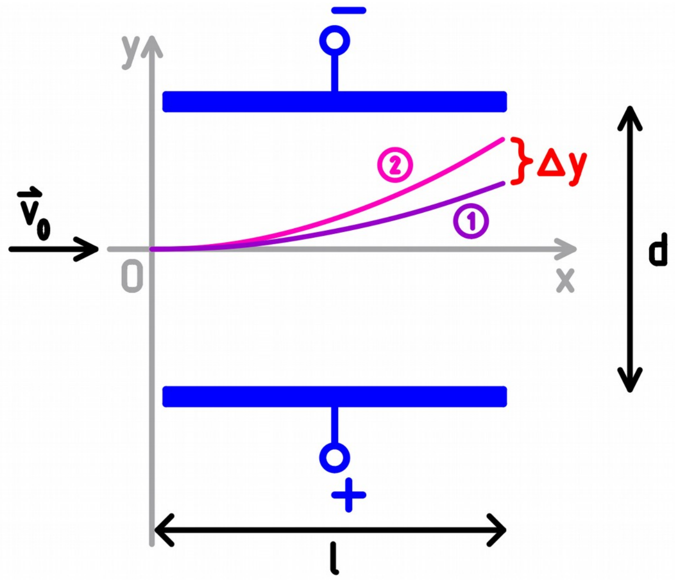
g) Die restlichen Elektronen des durchgehenden Strahls sind weiter weg von unserem betrachteten Elektron. Deshalb ist die Coulombkraft dieser Elektronen viel kleiner als die von den Elektronen im betrachteten Puls. Außerdem wirkt die Coulombkraft der weiter entfernten Elektronen hauptsächlich in horizontale Richtung. Die Kräfte in horizontaler Richtung heben sich auf, weil auf der anderen Seite auch Elektronen sind. Es bleibt also nur eine sehr kleine Kraft in vertikaler Richtung, die viel kleiner ist, als die Kraft der Elektronen in dem betrachteten Puls.



Aufgabe 6.113: Abi 2010; Trennung von Isotopen, Teil 1

Ein Teilchenstrahl enthält einfach positiv geladene Ionen der Kohlenstoff-Isotope C12 und C14. Die Massen der beiden Isotope betragen m(C12) = 12,0 u und m(C14) = 14,0 u.

Die Ionen gelangen mit einheitlicher Geschwindigkeit v0 = 280 km/s als gebündelter Strahl in die Mittelebene eines Plattenkondensators mit der Länge l = 20,0 cm und dem Plattenabstand d = 4,0 cm, an dem die Ablenkspannung U = 250 V anliegt. Die Anordnung ermöglicht eine Trennung der beiden Isotope.



a) Berechnen Sie, welche Beschleunigungen die Ionen der Kohlenstoffisotope C12 und C14 durch das homogene Feld des Kondensators erfahren.

b) Zeigen Sie, dass für die Bewegung der Ionen innerhalb des homogenen Kondensatorfeldes die Bahngleichung

$$y = \frac{e \cdot U}{2 \cdot m \cdot d \cdot v_0^2} \cdot x^2 \quad \text{gilt,}$$

und erläutern Sie, welche der skizzierten Bahnen welchem Isotop zugeordnet werden muss.

c) Berechnen Sie die Differenz Δy der y-Koordinaten der beiden Isotope nach Durchlaufen des Kondensators.

d) Die getrennten Ionenstrahlen können den Kondensator nur dann verlassen, wenn die Ablenkspannung U kleiner als eine obere Grenze Umax ist. Berechnen Sie den Wert von Umax.

Lösung:

a)
$$a = \frac{F}{m} = \frac{q \cdot E}{m} = \frac{e \cdot U}{d \cdot m}$$
$$a_{12} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 250\,V}{0{,}04\,m \cdot 12 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,kg} = \underline{\underline{5{,}02 \cdot 10^{10}\,m/s^2}}$$

$$a_{14}=\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 250\,V}{0{,}04\,m\cdot 14\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\,kg}=\underline{\underline{4{,}30\cdot 10^{10}\,m/s^2}}$$

b)

$$x=v_0\cdot t \;\rightarrow\; t=\frac{x}{v_0}$$

$$y=\frac{1}{2}\cdot a_y\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{e\cdot U}{d\cdot m}\cdot\left(\frac{x}{v_0}\right)^2=\frac{e\cdot U\cdot x^2}{2\cdot d\cdot m\cdot v_0^2}=\underline{\frac{e\cdot U}{2\cdot d\cdot m\cdot v_0^2}\cdot x^2}$$

Je kleiner der Koeffizient vor dem x^2 - also je größer m - desto weiter (flacher) ist die Parabelbahn des Teilchens. Deshalb muss die Bahn 1 zum C14 und die Bahn 2 zum C12 gehören.

c) Wir setzen für die Massen 12u und 14u und können das u noch mit ausklammern.

$$\Delta y=y_{12}-y_{14}=\left(\frac{e\cdot U\cdot x^2}{2\cdot d\cdot v_0^2\cdot u}\right)\cdot\left(\frac{1}{12}-\frac{1}{14}\right)$$

$$\Delta y=\left(\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 250\,V\cdot(0{,}2\,m)^2}{2\cdot 0{,}04\,m\cdot(2{,}8\cdot 10^5\,m/s)^2\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\,kg}\right)\cdot\left(\frac{1}{12}-\frac{1}{14}\right)=\underline{\underline{1{,}83\,mm}}$$

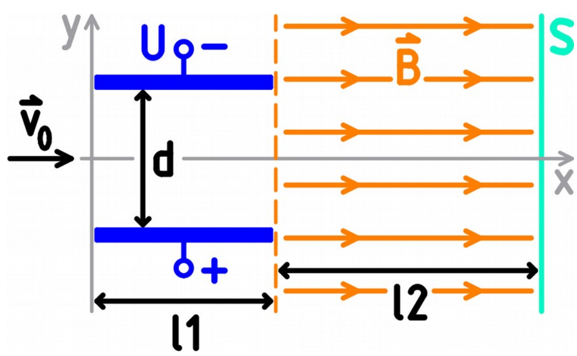
d) Als erstes prallen die C12-Ionen auf die Kondensatorplatte. Wir benutzen die Formel von oben. Die maximale Ablenkung ist der halbe Plattenabstand 2,0 cm.

$$y=\frac{e\cdot U\cdot x^2}{2\cdot m\cdot d\cdot v_0^2} \;\rightarrow\; U=\frac{2\cdot m\cdot d\cdot v_0^2\cdot y}{e\cdot x^2}$$

$$U_{max}=\frac{2\cdot 12\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\,kg\cdot 0{,}04\,m\cdot(2{,}8\cdot 10^5\,m/s)^2\cdot 0{,}02\,m}{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot(0{,}2\,m)^2}=\underline{\underline{390\,V}}$$

Aufgabe 6.114: Abi 2011; Protonen im elektrischen Feld, Teil 1

Protonen mit einheitlicher Gechwindigkeit v0 = 2000 km/s treten mittig in das homogene elektrische Querfeld eines Plattenkondensators mit Länge l1 = 8,0 cm, Plattenabstand d = 2,0 cm und Ablenkspannung U = 2,0 kV ein (siehe Bild). Nehmen Sie vereinfachend an, dass das elektrische Feld auf das Innere des Kondensators beschränkt ist.



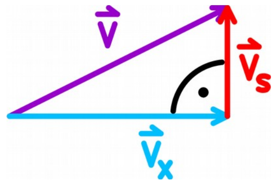
a) Warum bleibt die Geschwindigkeit der Protonen in x-Richtung innerhalb des Kondensators konstant? Berechnen Sie die Zeit t1, die die Protonen benötigen, um den Kondensator zu durchqueren. Bestimmen Sie auch die Beschleunigung ay de Protonen in y-Richtung und zeigen Sie, dass für deren y-Koordinate gilt:

$$y=\frac{e\cdot U}{2\cdot d\cdot m}\cdot t^2 \quad .$$

(Kontrolle: t1 = 40 ns; ay = 9,6 Tm/s²)

b) Bestimmen Sie den Bereich, in dem die Ablenkspannung U liegen muss, damit die Protonen nicht auf eine Kondensatorplatte treffen.

Im Weiteren bezeichne vx die Geschwindigkeitskomponente der Protonen in x-richtung, vs ihre Geschwindigkeitskomponente senkrecht dazu.



c) Berechnen Sie den Betrag der Geschwindigkeitskomponente vs der Protonen beim Verlassen des Kondensators, wenn die Ablenkspannung U = 2,0 kV beträgt. Unter welchem Winkel zur x-Richtung treten die Protonen in diesem Fall aus dem Kondensator aus? (Kontrolle: vs = 383 km/s)

<u>Lösung:</u>

a) Das E-Feld des Kondensators zeigt exakt in y-Richtung, deshalb zeigt die elektrische Kraft auf die Protonen und damit auch die Beschleunigung ebenfalls exakt in y-Richtung. Also gibt es keine Beschleunigung in x-Richtung und deshalb bleibt die Geschwindigkeit in x-Richtung konstant.

Flugdauer: $v_x=\frac{l_1}{t_1} \rightarrow t_1=\frac{l_1}{v_x}=\frac{0{,}08\,m}{2{,}0\cdot 10^6\,m/s}=\underline{\underline{40\,ns}}$

Beschleunigung: $a_y=\frac{F_y}{m}=\frac{E\cdot e}{m}=\frac{e\cdot U}{d\cdot m}=\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 2\cdot 10^3\,V}{0{,}02\,m\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\,kg}=\underline{\underline{9{,}58\cdot 10^{12}\,m/s^2}}$

Ortsfunktion: $y=\frac{1}{2}\cdot a_y\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{e\cdot U}{d\cdot m}\cdot t^2=\underline{\frac{e\cdot U}{2\cdot d\cdot m}\cdot t^2}$

b) Maximale Ablenkung ist halber Plattenabstand; die Flugzeit können wir aus der a) nehmen; die Beschleunigung in y-Richtung müssen wir neu machen

$$\frac{d}{2}=y=\frac{1}{2}\cdot a_y\cdot t_1^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{e\cdot U}{d\cdot m}\cdot t_1^2 \rightarrow U=\frac{d^2\cdot m}{e\cdot t_1^2}=\frac{(0{,}02\,m)^2\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\,kg}{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot(40\cdot 10^{-9}\,s)^2}=\underline{\underline{2{,}61\,kV}}$$

c) $v_s=a_y\cdot t_1=9{,}58\cdot 10^{12}\,m/s^2\cdot 40\cdot 10^{-9}\,s=\underline{\underline{3{,}83\cdot 10^5\,m/s}}$

$$\tan\alpha=\frac{v_s}{v_x}=\frac{3{,}83\cdot 10^5\,m/s}{2{,}0\cdot 10^6\,m/s} \rightarrow \underline{\alpha=10{,}8\,°}$$

7 Bewegung geladener Teilchen im B-Feld

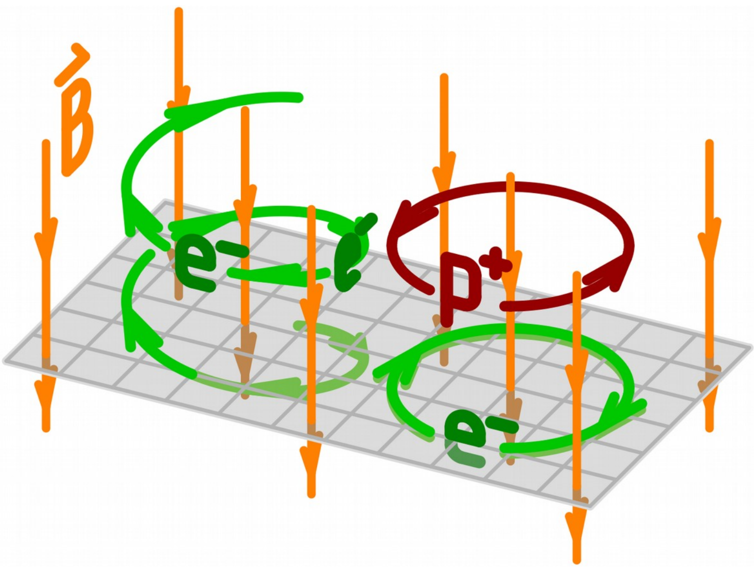
Nur auf bewegte Ladungen wirkt im Magnetfeld eine Kraft, die Lorentzkraft. Diese Kraft ist senkrecht zur Bewegungsrichtung (Geschwindigkeit) und senkrecht zum Magnetfeld (Dreifinger-Regel). Wie wirkt sich das auf die Bewegung der Teilchen aus?

7.1 Bahnen der Teilchen

Wenn die Kraft konstant ist, und immer senkrecht zur Geschwindigkeit, dann kommen im zweidimensionalen automatisch Kreisbahnen zustande (Schablonen-Antwort). Im dreidimensionalen muss man für die Bewegung im B-Feld zwei Fälle unterscheiden.

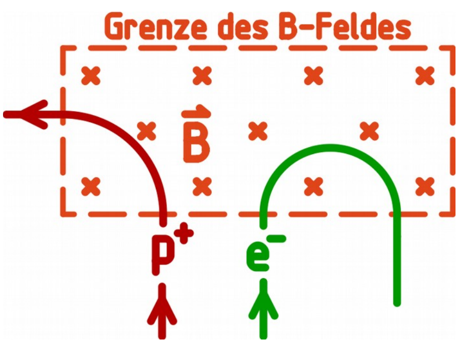
<u>**1. Fall:**</u>

Wenn die Anfangsgeschwindigkeit senkrecht zum B-Feld ist, dann kommt eine Kreisbahn zustande. Wenn das Magnetfeld räumlich begrenzt ist, entsteht eventuell nur ein Ausschnitt aus einer Kreisbahn.



<u>**2. Fall:**</u>

Wenn die Anfangsgeschwindigkeit nicht senkrecht zum B-Feld ist, dann entsteht eine Schraubenlinie.

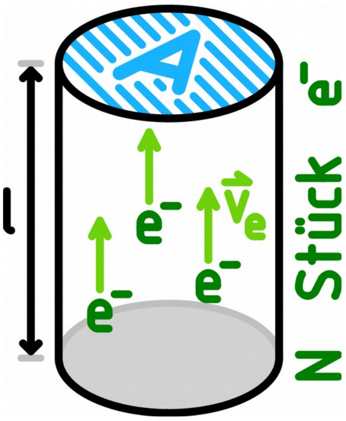


Wir interessieren uns im Weiteren hauptsächlich für die Kreisbahnen, von denen auch Teilstücke entstehen können. Tritt ein Teilchen von außen in ein räumlich begrenztes, homogenes B-Feld ein, dann entsteht niemals ein vollständiger Kreis.

Wenn ein Teilchen senkrecht zur Grenze des B-Feldes in das B-Feld eintritt, und die Ausdehnung des Feldes groß genug ist, dann entsteht - bei geradlinige Grenze - ein Halbkreis. Solche Halbkreise werden uns später noch öfter begegnen. Will man vollständige Kreisbahnen erzeugen, dann muss man die Teilchen-Quelle innerhalb des B-Feldes positionieren.

7.2 Kraft auf ein bewegtes Teilchen

aus der Formel für die Kraft auf einen geraden Leiter herleiten.



Wir stellen uns ein Leiterstück der Länge l vor, in dem sich N Elektronen befinden, welche sich alle mit der gleichen Geschwindigkeit $\vec{v}_e$ bewegen.

Frage 1:

Wie lange dauert es (t_l), bis alle N Elektronen die Querschnittfläche A passiert haben?

$$v_e = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{l}{t_l} \Rightarrow \boxed{t_l = \frac{l}{v_e}}$$

Frage 2:

Wie groß ist die Ladung, die in dieser Zeit die Querschnittfläche A durchquert hat?

$$\boxed{\Delta Q = N \cdot q_e}$$

Frage 3:

Wie groß ist also in Abhängigkeit der Parameter oben die Stromstärke I im Leiter?

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{t_l} = \frac{N \cdot q_e}{\frac{l}{v_e}} \Rightarrow \boxed{I = \frac{N \cdot q_e \cdot v_e}{l}}$$

Frage 4:

Der Leiter ist in einem Magnetfeld der Flussdichte B senkrecht zu den Feldlinien. Wie groß ist die Kraft auf den Leiter in Abhängigkeit der Parameter oben?

$$F = B \cdot I \cdot l = B \cdot \frac{N \cdot q_e \cdot v_e}{l} \cdot l \Rightarrow \boxed{F = N \cdot B \cdot q_e \cdot v_e}$$

Frage 4:

Wie groß ist dann die Kraft auf ein einzelnes Elektron?

$$F_e = \frac{F}{N} = \frac{N \cdot B \cdot q_e \cdot v_e}{N} = q_e \cdot v_e \cdot B$$

Damit haben wir die Formel für die Größe der Lorentzkraft auf eine bewegte Ladung:

$$\boxed{F_L = q \cdot v \cdot B}$$

☠ Die Formel gilt nur dann, wenn sich die Ladung senkrecht zu den Magnetischen Feldlinien bewegt.

➔ Will man die Kreisbahnen rechnerisch auswerten, dann muss man nur berücksichtigen, das die für die Kreisbahn notwendige Zentripetalkraft allein von der Lorentzkraft aufgebracht wird. D.h.:

$$F_z = F_L$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \quad \text{oder} \quad m \cdot \omega^2 \cdot r = q \cdot v \cdot B \quad \text{oder} \quad m \cdot \frac{(2\pi)^2}{T^2} \cdot r = q \cdot v \cdot B$$

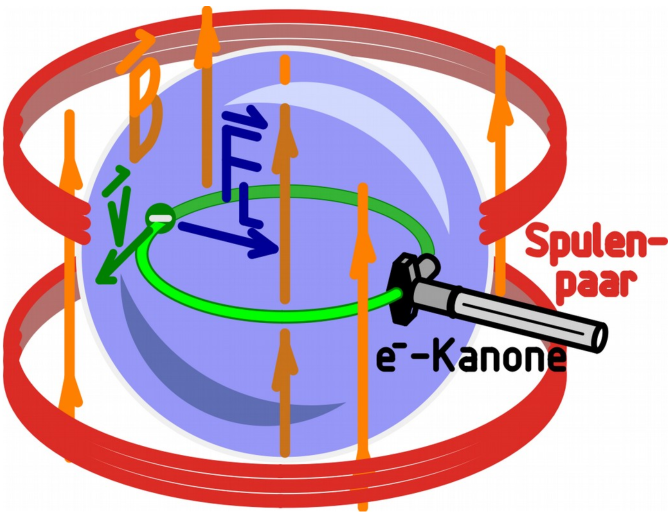
☠ Es ist wirklich wichtig, welche Formel für die Zentripetalkraft man benutzt, weil sonst die Rechnerei so schwierig wird, dass Sie's nicht mehr schaffen.

☠ Vergleiche Bewegung im B-Feld und E-Querfeld: Bahnformen (Kreisbögen vs. Parabelbahnen) Geschwindigkeitsbeträge (bleibt gleich, weil Kraft immer senkrecht zu Geschwindigkeit vs. wird größer)

7.3 Bestimmen der spezifischen Ladung des Elektrons

Spezifische Ladung eines Teilchens = $\frac{q}{m}$

Das Gerät heißt Fadenstrahlrohr. Im Innern der evakuierten Röhre - die ein wenig Gas enthält, z.B. H_2 - befindet sich eine Elektronenkanone. Das Helmholtz-Spulenpaar sorgt für ein gut homogenes B-Feld um das Zentrum. Gemessen wird Beschleunigungsspannung, Radius der Kreisbahn und Stromstärke in den Spulen (-> magnetische Flussdichte), wir rechnen gleich mit der magnetischen Flussdichte.



Zuerst berechnen wir die Geschwindigkeit der Elektronen.

$$E_{el} \rightarrow E_{kin} \quad \Rightarrow \quad E_{kin}=E_{el}$$
$$\frac{1}{2}\cdot m_e\cdot v^2=q_e\cdot U_b$$
$$v=\sqrt{\frac{2\cdot U_b\cdot q_e}{m_e}}$$

☠ Die Geschwindigkeit wird nicht direkt gemessen, sondern die gewinnen wir aus dem Versuchsaufbau.

Jetzt gehen wir in die Kreisbahn.

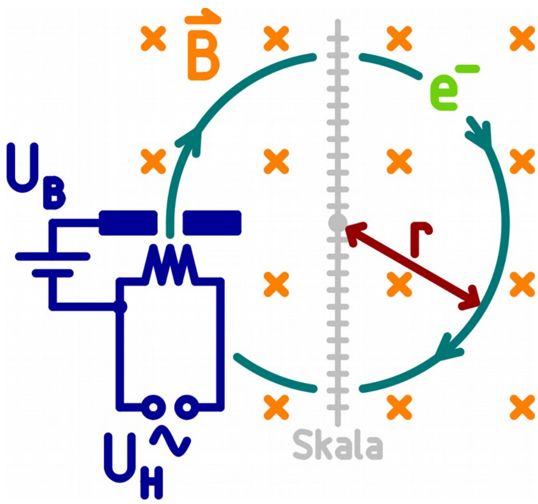
$$F_z=F_L$$
$$m_e\cdot\frac{v^2}{r}=q_e\cdot v\cdot B \quad /\cdot r \quad /:v$$
$$m_e\cdot v=q_e\cdot B\cdot r$$

Geschwindigkeit von oben einsetzen

gibt $m_e\cdot\sqrt{\frac{2\cdot U_b\cdot q_e}{m_e}}=q_e\cdot B\cdot r$

Gleichung quadrieren gibt

$$m_e^2\cdot\frac{2\cdot U_b\cdot q_e}{m_e}=q_e^2\cdot B^2\cdot r^2 \quad /:q_e$$
$$2\cdot m_e\cdot U_b=q_e\cdot B^2\cdot r^2 \quad /:m_e \quad /:(B^2\cdot r^2)$$
$$\frac{q_e}{m_e}=\frac{2\cdot U_b}{B^2\cdot r^2}$$



☺ Wir brauchen zur Bestimmung der spezifischen Ladung nur recht einfach zu messende Werte.

☠ Die Bestimmung der Geschwindigkeit aus der Beschleunigungsspannung ist nicht besonders genau. Das steckt aber in unserer Rechnung drin. D.h. wir können auch keine supergenauen Messergebnisse erwarten.

Aufgabe 7.115: e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

Eine Messung mit konstanter Beschleunigungsspannung 100V und variiertem B-Feld ergab die Messwerte rechts.

B in mT	1,3	0,95	0,84
r in cm	2,9	3,2	4,3

a) Bestimme aus den Messwerten die mittlere, gemessene spezifische Ladung, vergleiche mit dem Tabellenwert und bestimme die prozentuale Abweichung.

b) Wenn man davon ausgeht, dass man die Ladung des Elektrons schon kennt, kann man mit dem Versuch die Elektronenmasse bestimmen. Berechne hierfür einen Mittelwert aus den Messdaten.

Lösung:

a) $\frac{q_e}{m_e}=\frac{2\cdot U_b}{B^2\cdot r^2}=\frac{2\cdot 100\,V}{(1{,}3\cdot 10^{-3}\,T)^2\cdot(0{,}029\,m)^2}=1{,}4\cdot 10^{11}\,\frac{C}{kg}$

Die anderen Werte ergeben $2{,}2\cdot 10^{11}\,\frac{C}{kg}$ und $1{,}5\cdot 10^{11}\,\frac{C}{kg}$

Mittelwert: $((1{,}4+2{,}2+1{,}5):3)\cdot 10^{11}\,\frac{C}{kg}=\underline{\underline{1{,}7\cdot 10^{11}\,\frac{C}{kg}}}$

Tabellenwert: $\frac{q_e}{m_e}=\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C}{9{,}1\cdot 10^{-31}\,kg}=1{,}76\cdot 10^{11}\,\frac{C}{kg}$

Prozentuale Abweichung: $\frac{1{,}7}{1{,}76}=0{,}966$

D.h. der gemessene Wert weicht um 3,4% vom Tabellenwert ab.

b) $\frac{q_e}{m_e}=\left(\frac{q_e}{m_e}\right)\ \Rightarrow\ m_e=\frac{q_e}{\left(\frac{q_e}{m_e}\right)}=\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C}{1{,}4\cdot 10^{11}\,\frac{C}{kg}}=1{,}14\cdot 10^{-30}\,kg$

Die anderen Werte ergeben: $7{,}3\cdot 10^{-31}\,kg$ und $1{,}1\cdot 10^{-30}\,kg$

Mittelwert: $((1{,}14+0{,}73+1{,}1):3)\cdot 10^{-30}\,kg=\underline{\underline{0{,}99\cdot 10^{-30}\,kg=9{,}9\cdot 10^{-31}\,kg}}$

Aufgabe 7.116: Zum Fadenstrahlrohr

a) Beschreibe den physikalischen Effekt, der dazu führt, dass man die Kreisbahn der Elektronen sehen kann. Die Elektronen selbst kann man natürlich nicht sehen.

b) Weshalb ist in der Röhre so wenig von dem Gas (ein so niedriger Druck, dass man es nur als Vakuum bezeichnen kann)?

c) Bei der Durchführung ist der Kreis zu klein, so dass man den Radius nicht gut messen kann. Wie kann man den Versuch leicht verändern, so dass der Kreis größer wird.

d) Bei der Durchführung entsteht kein richtiger Kreis, sondern eine Bahn in Form einer Schraubenlinie. Was muss man ändern, damit ein Kreis entsteht?

Aufgabe 7.117: Kreisbahnen geladener Teilchen im Magnetfeld

a) Alphateilchen eines radioaktiven Präparates durchlaufen in einem Magnetfeld der Flussdichte 1,2 T eine Kreisbahn mit Radius r = 25 cm. Bestimme die kinetische Energie der Alphateilchen in eV. (nichtrelativistische Rechnung)

b) Einfach positiv geladene Natrium-Ionen (m = 23 u) mit einer kinetischen Energie von 5,0 keV sollen durch ein Magnetfeld auf eine Kreisbahn mit Radius 15 cm gebracht werden. Bestimme die notwendige magnetische Flussdichte.

c) Elektronen bewegen sich in einem Magnetfeld der Flussdichte B = 80 mT auf einer Kreisbahn. Bestimme die Umlaufdauer der Elektronen.

Lösung:

a) $F_z = F_L \rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \rightarrow v = \frac{q \cdot r \cdot B}{m} = \frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 0{,}25\,m \cdot 1{,}2\,T}{6{,}644 \cdot 10^{-27}\,kg} = \underline{1{,}44 \cdot 10^7\,m/s}$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 6{,}644 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot (1{,}44 \cdot 10^7\,m/s)^2 = \underline{\underline{6{,}89 \cdot 10^{-13}\,J = 4{,}3\,MeV}}$$

b) $E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,J}{23 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,kg}} = \underline{2{,}05 \cdot 10^5\,m/s}$

$$F_z = F_L \rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B$$

$$B = \frac{m \cdot v}{q \cdot r} = \frac{23 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot 2{,}05 \cdot 10^5\,m/s}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 0{,}15\,m} = \underline{0{,}326\,T}$$

c) $F_L = F_z \rightarrow q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow q \cdot r \cdot B = m \cdot v = m \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$

$$T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 0{,}08\,T} = \underline{0{,}45\,ns}$$

Aufgabe 7.118: Formeln herleiten

a) Sauerstoffionen (m = 16 u) unbekannter Ladung q werden von der Spannung UB beschleunigt und treten anschließend senkrecht zu den Feldlinien in ein Magnetfeld ein. Die Kreisbahnen der Sauerstoffionen im Magnetfeld haben je nach ihrer Ladung unterschiedlich große Radien. Zeige, dass für die Ladung der beschleunigten Ionen mit Kreisbahn-Radius r gilt:

$$q = \frac{2 \cdot m_O \cdot U_B}{r^2 \cdot B^2}$$

b) Bei bekannter Masse m und Ladung q der Teilchen kann man aus dem Radius der Kreisbahnen in einem Magnetfeld der Flussdichte B auf die kinetische Energie der Teilchen schließen. Zeige, dass für die kinetische Energie solcher Teilchen gilt:

$$E_{kin} = \frac{q^2 \cdot B^2 \cdot r^2}{2 \cdot m}$$

c) Zeige, dass für die Umlaufdauer von Teilchen der Ladung q und der Masse m auf einer Kreisbahn in einem Magnetfeld der Flussdichte B gilt:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{q \cdot B}$$

<u>Lösung:</u>

a) Beschleunigung:

$$E_{el} = E_{kin} \rightarrow U_B \cdot q = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow \underline{v = \sqrt{\frac{2 \cdot U_B \cdot q}{m}}}$$

Kreisbahn:

$$F_z = F_L \rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \rightarrow q \cdot B \cdot r = m \cdot v = m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot U_B \cdot q}{m}} = \sqrt{2 \cdot U_B \cdot q \cdot m}$$

quadrieren gibt

$$q^2 \cdot B^2 \cdot r^2 = 2 \cdot U_B \cdot q \cdot m \rightarrow \underline{q = \frac{2 \cdot U_B \cdot m}{B^2 \cdot r^2}}$$

b)

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}}$$

$$F_z = F_L \rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \rightarrow q \cdot r \cdot B = m \cdot v = m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} = \sqrt{2 \cdot E_{kin} \cdot m}$$

quadrieren gibt:

$$q^2 \cdot r^2 \cdot B^2 = 2 \cdot E_{kin} \cdot m \rightarrow \underline{E_{kin} = \frac{q^2 \cdot r^2 \cdot B^2}{2 \cdot m}}$$

c) $$F_L = F_z \rightarrow q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow q \cdot r \cdot B = m \cdot v = m \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \rightarrow \underline{T = \frac{2 \pi \cdot m}{q \cdot B}}$$

7.4 Hall-Effekt

Genau wie schon weiter vorne, brauchen wir hier eine Brücke, zwischen den Parametern der Elektronen (Ladung und Geschwindigkeit, für Kraft auf ein Elektron) und makroskopisch messbaren Parametern, wie der Stromstärke im Leiter. Weiter vorne haben wir dazu die Anzahl der Elektronen in dem betrachteten Leiterstück N genommen. Das war kein Problem, denn dieses N ist später wieder aus der Rechnung raus gefallen. Diesmal fällt's aber nicht raus, deshalb führen wir als neue Größe eine Kennzahl des Leitermaterials ein.

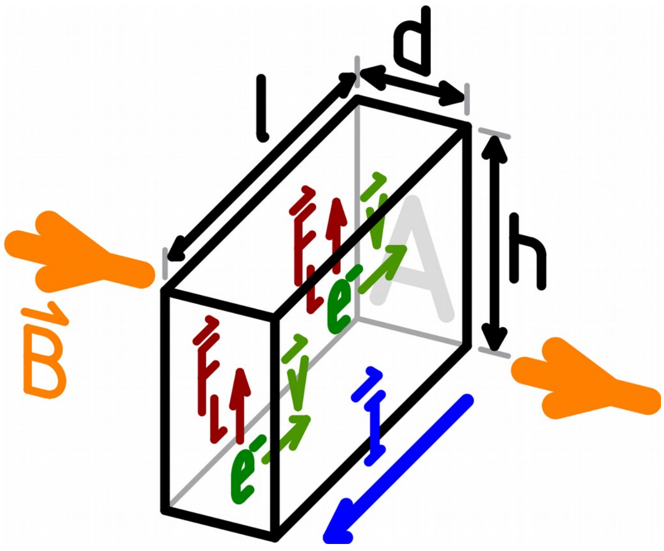
Definition: Ladungsträgerdichte, n

$$\boxed{n=\frac{N}{V}=\frac{\text{Anzahl der Leitungselektronen}}{\text{Volumen des Leiters}} \quad ; \quad [n]=\frac{1}{m^3}}$$

- ➔ Die Ladungsträgerdichte gibt die Anzahl der Leitungselektronen in einem Kubikmeter des Leiters an.
- ➔ Die Ladungsträgerdichte ist vom Material abhängig.
- ➔ Für die Anzahl der freien Elektronen N in einem Leiterstück mit Volumen V ergibt sich

$$\boxed{N=n\cdot V}$$

Wir betrachten ein quaderförmiges, stromdurchflossenes Leiterstück (Leiterplättchen), das senkrecht zur Stromrichtung von einem Magnetfeld durchsetzt wird. Der Strom im Leiter wird natürlich von einer externen Spannungsquelle aufrechterhalten (nicht eingezeichnet). Auf die sich bewegenden Elektronen wirkt eine Lorentzkraft.



Bevor wir hier weitermachen, stellen wir zuerst wieder einen Zusammenhang zwischen den Parametern der Elektronen und der Stromstärke im Leiter her. Hierzu betrachten wir den Zeitpunkt t_l zu dem alle Elektronen, die sich gerade in dem betrachteten Leiterstück befinden, die Querschnittfläche A passiert haben.

$$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{l}{t_l} \quad \Rightarrow \quad t_l=\frac{l}{v}$$

$$I=\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{N\cdot q_e}{t_l}=\frac{n\cdot V\cdot e}{t_l}=n\cdot d\cdot h\cdot e\cdot\frac{l}{t_l}$$

$$\boxed{I=n\cdot d\cdot h\cdot e\cdot v=n\cdot A\cdot e\cdot v}$$

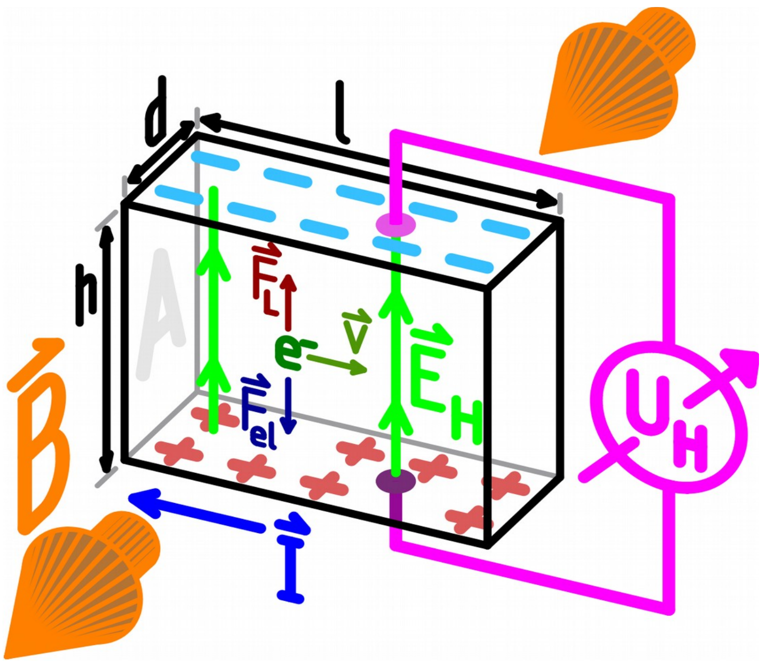
Jetzt betrachten wir die einzelnen Elektronen im Leiter.

Auf die Elektronen wirkt eine Lorentzkraft nach oben, so dass sich am oberen Rand des Leiters Elektronen sammeln werden, und am unteren Rand ein Elektronenmangel entsteht.

Durch die geladenen Leiter-Ränder entsteht im Leiter ein nach oben gerichtetes Feld, das eine Kraft auf die Elektronen, die sich noch in der Mitte befinden nach unten ausübt. Dadurch wird die Gesamtkraft auf die Elektronen nach oben kleiner.

Wenn sich immer mehr Elektronen oben sammeln, wird die elektrische Kraft nach unten immer größer und die Gesamtkraft nach oben immer kleiner, bis die elektrische Kraft schließlich genauso groß wie die Lorentzkraft ist. Ab diesem Zeitpunkt wirkt keine Gesamtkraft mehr auf die Elektronen nach oben, das elektrische Feld bleibt konstant.

Der Prozess der Ladungstrennung endet also, d.h. es stellt sich ein Gleichgewicht ein, wenn die elektrische Kraft auf die Elektronen in der Mitte genau so groß ist, wie die Lorentzkraft.



Das im Innern des Leiters entstandene elektrische Feld führt wegen

$$U_{AB}=\Delta\varphi_{AB}=E\cdot s_{AB}$$

dazu, dass zwischen dem oberen und dem unteren Rand des Leiters eine Potentialdifferenz, also eine Spannung entsteht. Diese Spannung nennt man Hallspannung, und die kann auch gemessen werden. Die Größe der Hallspannung erhalten wir aus dem Kräftegleichgewicht der Elektronen.

$$F_E = F_L$$
$$q_e \cdot E = q_e \cdot v \cdot B \quad /:q_e$$
$$E = v \cdot B$$

Hier setzen wir die Gleichung von oben ein

$$I = n \cdot A \cdot e \cdot v \quad \Rightarrow \quad v = \frac{I}{n \cdot A \cdot e}$$

das gibt dann

$$E = \frac{I}{n \cdot A \cdot e} \cdot B = \frac{I}{n \cdot d \cdot h \cdot e} \cdot B$$

Für die elektrische Feldstärke im Leiter setzen wir die Formel für die Spannung ein

$$U_{AB} = E \cdot s_{AB} \quad \Rightarrow \quad U_H = E \cdot h \quad \Rightarrow \quad E = \frac{U_H}{h}$$

das gibt dann

$$\frac{U_H}{h} = \frac{I}{n \cdot d \cdot h \cdot e} \cdot B \quad / \cdot h$$
$$U_H = \frac{I}{n \cdot d \cdot e} \cdot B$$

$$U_H = \frac{1}{n \cdot e} \cdot \frac{I \cdot B}{d}$$

n: Ladungsträgerdichte des Materials
I: Stromstärke im Plättchen
d: Dicke des Plättchens

Die Gleichung gilt nur, wenn
$\rightarrow \quad \vec{I} \perp \vec{B}$
also wenn $d \| \vec{B}$ bzw. wenn
das Leiterplättchen senkrecht zum B-Feld steht.

➔ Hall-Effekt bedeutet also, dass zwischen den Rändern eines strom-durchflossenen Leiters, der senkrecht zur Stromrichtung von einem Magnetfeld durchsetzt wird, zwischen den Leiter-Rändern eine Spannung entsteht.

Aufgabe 7.119:

Zeige, dass die Hallspannung direkt proportional zur Stromstärke im Leiterplättchen, indirekt proportional zur Dicke des Leiterplättchens und direkt proportional zu I/d ist.

Lösung:

Wegen $U_H = \frac{1}{n \cdot e} \cdot \frac{I \cdot B}{d} = \frac{B}{n \cdot e \cdot d} \cdot I = \frac{B \cdot I}{n \cdot e} \cdot \frac{1}{d} = \frac{B}{n \cdot e} \cdot \frac{I}{d}$ folgen die geforderten Proportionalitäten mit den ersichtlichen Proportionalitätskonstanten.

☠ Wegen U ~ 1/d ist die Hallspannung umso größer je dünner das Plättchen ist. Das bedeutet aber nicht, dass man mit einem sehr, sehr dünnen Plättchen ganz, ganz große Hallspannungen kriegt, weil man ja durch ein sehr dünnes Plättchen auch viel weniger Strom durch kriegt, und wegen U ~ I/d ist die Hallspannung dann ziemlich dieselbe.

☺ Das U ~ I/d ist bedeutet aber, dass ein sehr dünnes und kleines Plättchen mit entsprechend weniger Strom trotzdem dieselbe Hallspannung liefert. D.h. man kann eine Sonde, die mit dem Effekt irgendwas messen soll ganz klein bauen.

Aufgabe 7.120:

Mit einem Eisenplättchen der Dicke d = 0,1mm und der Höhe h = 0,5cm wird bei einem Magnetfeld der Flussdichte 0,8T parallel zu Dicke des Plättchens bei einer Stromstärke von 1,6A eine Hallspannung von 0,5µV gemessen.

a) Bestimme die Ladungsträgerdichte n in dem Plättchen.

b) Bestimme die Driftgeschwindigkeit der Elektronen in dem Eisenplättchen.

Lösung:

a) $U_H = \frac{I \cdot B}{n \cdot e \cdot d} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{I \cdot B}{U_H \cdot e \cdot d} = \frac{1{,}6\,A \cdot 0{,}8\,T}{0{,}5 \cdot 10^{-6}\,V \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-3}\,m} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{n = 1{,}6 \cdot 10^{29}\,m^{-3}}}$

b) Dafür gehen wir nochmal ins Kräftegleichgewicht

$$\begin{aligned} F_E &= F_L \\ q_e \cdot E &= q_e \cdot v \cdot B \quad /:q_e \\ E &= v \cdot B \end{aligned}$$

für E setzen wir $E = \frac{U_H}{h}$ ein, das gibt dann

$$\frac{U_H}{h} = v \cdot B \quad /:B$$

$$v = \frac{U_H}{h \cdot B} = \frac{0{,}5 \cdot 10^{-6}\,V}{0{,}005\,m \cdot 0{,}8\,T} = 1{,}25 \cdot 10^{-4}\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{0{,}125\,\frac{mm}{s}}}$$

☺ Wie die Aufgabe zeigt, kann man den Effekt benutzen um alles mögliche zu messen. Sehr häufig wird der Effekt benutzt, um mit einer Hallsonde eine magnetische Flussdichte zu messen oder auch nur das Vorhandensein eines Magnetfeldes zu erkennen.

Im Folgenden meint eine Hallsonde (Hallsensor) ein Plättchen wie in den Zeichnungen weiter oben, das in Längsrichtung von Strom durchflossen wird (von einer externen Spannungsquelle versorgt) und an deren Rändern ein Bauteil zur Spannungsmessung für die Hallspannung angeschlossen ist. Die Spannungsmessung kann natürlich auch direkt mit einer Anzeige für die magnetische Flussdichte gekoppelt sein (mit Hilfe geeigneter Schaltungen, die wir nicht kennen müssen).

Aufgabe 7.121: Fragen zur Hallsonde

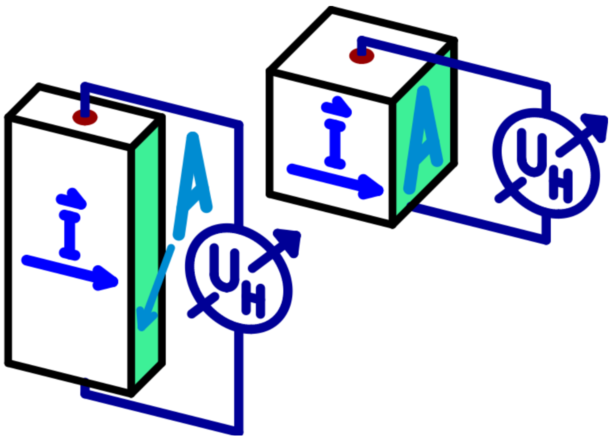
a) Ein einzelnes Plättchen als Hallsonde hat bei der praktischen Anwendung zur Messung einer völlig unbekannten magnetischen Flussdichte einen erheblichen Nachteil bezüglich der Ausrichtung der Sonde. Worin besteht der Nachteil, und wie kann man bei der Messung die Ausrichtung optimieren.

b) Zeige, dass die zu messende magnetische Flussdichte direkt proportional zur gemessenen Hallspannung ist. Damit man bei allen Messungen dieselbe Proportionalitätskonstante hat, muss allerdings eine Bedingung erfüllt werden. Welche?

c) Für die Plättchen von Hallsonden benutzt man oft Halbleiterplättchen. Diese unterscheiden sich von Metallen dadurch, dass sie nur sehr wenige frei bewegliche Elektronen enthalten. Worin liegt der Vorteil.

Aufgabe 7.122:

Für eine Hallsonde soll die ohnehin sehr kleine Hallspannung so groß wie möglich sein, damit sie besser zu messen geht. Die Hallspannung ist proportional zur Stromstärke im Plättchen. Wie viel Strom man schadlos durch das Plättchen kriegt, ist nur abhängig von der Querschnittfläche A des Plättchens. Durch den Würfel rechts kriegt man also genauso viel Strom wie durch den dünneren Quader links.

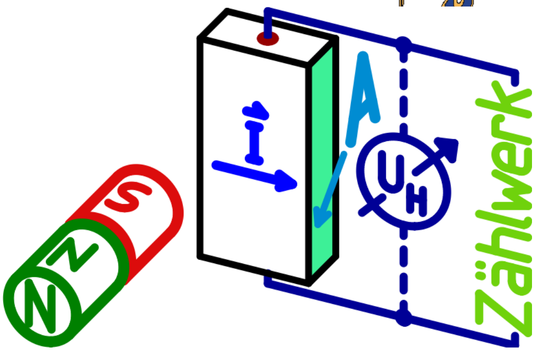


a) Weshalb benutzt man trotzdem den linken Quader und nicht den rechten Würfel?

b) Wenn man die Dicke des linken Quaders nochmal halbiert, bekommt man auch nur halb soviel Strom durch. Weshalb kann man trotzdem die Dicke nochmal halbieren, ohne die Größe der Hallspannung zu verkleinern?

Aufgabe 7.123: Halleffekt

Die Teile rechts kann man benutzen, um einen Tachometer für ein Fahrrad zu bauen. Ein paar wichtige Teile fehlen aber noch. Erkläre, wie das geht, welche Teile fehlen und was ein kleiner Prozessor dann noch machen muss.

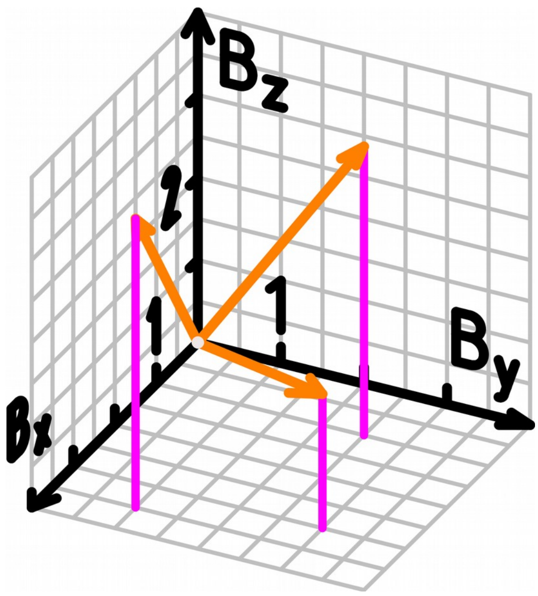


Für welche Zwecke braucht dieser Tacho eine Batterie? Zähle alles auf.

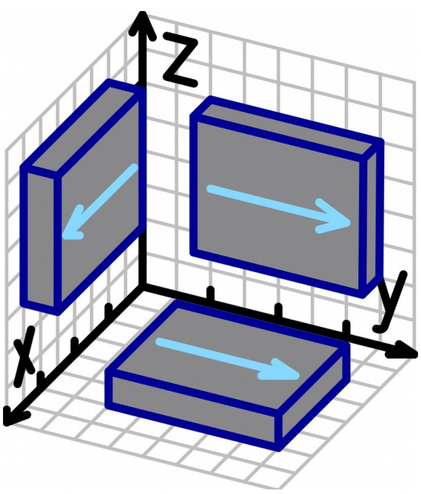
Überlege genau, was man an eine Speiche montiert, und was man an die Gabel montiert.

Aufgabe 7.124: Richtung von Magnetfeldern

Ein einzelnes Plättchen misst nur die Komponente des Magnetfeldes, die senkrecht auf dem Plättchen steht. Mit drei Plättchen kann man x-, y- und z-Komponente des Magnetfeldes messen und schließlich auf Betrag und Richtung der magnetischen Flussdichte schließen.



a) Das Bild rechts zeigt die Vektoren von magnetischen Flussdichten. In rosa ist das Lot von der Spitze auf die x-y-Ebene gefällt. Eine Kästchen-Länge im Diagramm entspricht 0,5 mT. Bestimme x-, y- und z-Komponente der magnetischen Flussdichten.



b) Das Bild zeigt drei Plättchen, die sich dazu eignen, die drei vektoriellen Komponenten der magnetischen Flussdichte zu messen. Welches Plättchen ist bei Benutzung der eingezeichneten Stromrichtung im Plättchen (siehe Pfeil) für welche Komponente der magnetischen Flussdichte (Bx, By und Bz)? Zeichne auch bei jedem Plättchen die Kontakte für den Spannungsabgriff der Hallspannung ein. (Theoretisch sind mehrere Lösungen möglich, allerdings nur eine geschickte)

8 Anwendungen

Die Anwendungen in diesem Kapitel kombinieren das Prinzip der elektrischen Kraft und der Lorentzkraft.

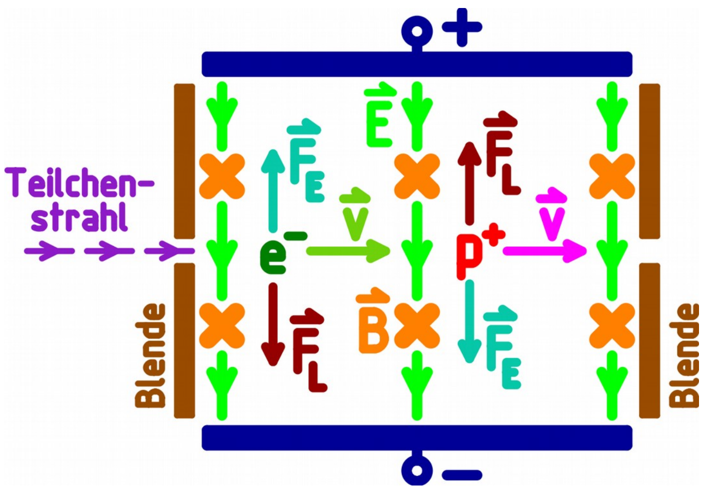
8.1 Geschwindigkeitsfilter

Im Geschwindigkeitsfilter müssen magnetische und elektrische Feldlinien senkrecht aufeinander stehen. Lorentzkraft und elektrische Kraft auf ein Teilchen, das sich senkrecht zu beiden Feldlinien bewegt haben dann genau dieselbe oder genau entgegengesetzte Richtung. Wir brauchen entgegengesetzte Richtungen, dann können nömlich nur solche Teilchen, bei denen die beiden Kräfte gleich groß sind, den Geschwindigkeitsfilter durch die beiden Blenden nach rechts durchqueren.

Für diese Teilchen gilt:

$$F_L = F_E$$
$$q \cdot v \cdot B = q \cdot E \quad /:q \quad /:B$$
$$v = \frac{E}{B}$$

Nur Teilchen mit der Geschwindigkeit: $v = \frac{E}{B}$ können den Geschwindigkeitsfilter passieren.



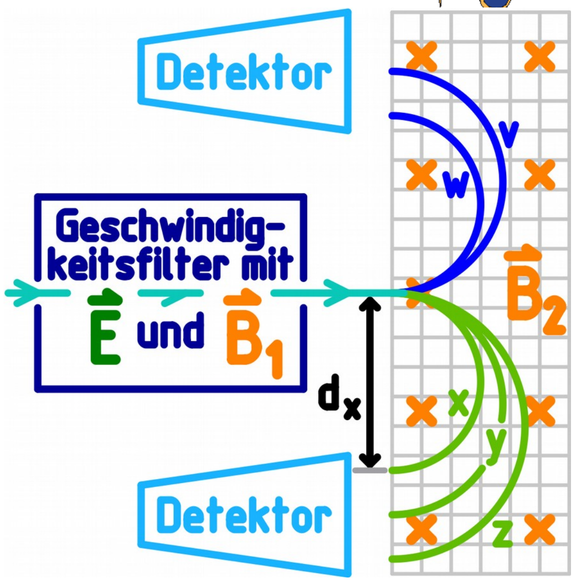
Über die elektrische Feldstärke (Spannung am Kondensator) und die magnetische Flussdichte lässt sich also die Geschwindigkeit der ausgefilterten Teilchen einstellen. Für sehr hohe Geschwindigkeiten (v ≈ c) braucht man extrem hohe elektrische Feldstärken oder recht kleine magnetische Flussdichten.

➔ Ein Geschwindigkeitsfilter besteht also aus elektrischem Feld, Magnetfeld senkrecht dazu, und zwei Blenden deren Durchflug-Linie senkrecht auf beiden Feldern steht.

☺ Alle Teilchen hinter dem Geschwindigkeitsfilter egal ob groß oder klein, egal ob positiv oder negativ geladen haben genau die Geschwindigkeit v = E/B.

☠ Der Geschwindigkeitsfilter funktioniert nur für geladene Teilchen.

8.2 Der Massenspektrograph (Massenspektrometer)



dient zum Feststellen der Massen der Teilchen eines Strahls geladener Teilchen und dem Messen der Anteile dieser Massen in dem Strahl. Da das Gerät mit Hilfe elektromagnetischer Kräfte funktioniert, werden in Wirklichkeit nur spezifische Ladungen getrennt. Wenn wir davon ausgehen, dass die Ladung bekannt ist (z.B. einfach geladene Ionen) können wir aber auf die Masse schließen.

Der Aufbau beginnt mit einem Geschwindigkeitsfilter, der von Geladenen Teilchen nur passiert werden kann, wenn ihre Geschwindigkeit v = E/B1 ist. Anschließend treten die Teilchen senkrecht zur Grenze in ein räumlich begrenztes Magnetfeld ein und durchlaufen in dem zweiten Magnetfeld eine Halbkreisbahn. Gemessen wird der Durchmesser des Halbkreises und die Anzahl der auftreffenden Teilchen.

Aufgabe 8.125: Zum Bild oben

a) Welche der fünf Teilchen sind positiv geladen, welche negativ? Begründe deine Entscheidung.

b) Wir gehen davon aus, dass alle Teilchen einfach geladen sind. Ordne die Teilchen nach der Größe ihrer Masse. Begründe deine Entscheidung.

Wir bestimmen die Teilchenmasse aus den Messwerten:

Im Magnetfeld B2 wird die für die Kreisbewegung notwendige Zentripetalkraft allein von der Lorentzkraft aufgebracht:

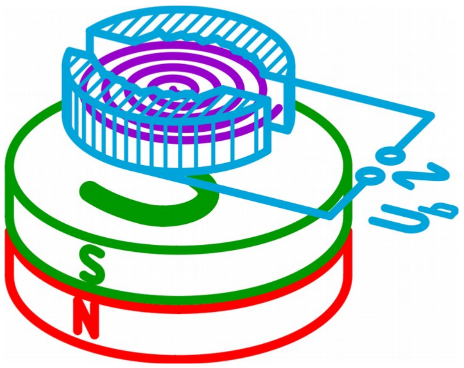
$$F_Z = F_L \rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B_2 \rightarrow m \cdot v = q \cdot r \cdot B_2 \quad \text{mit} \quad v = \frac{E}{B_1} \quad \text{(Geschwindigkeitsfilter)}$$

gibt das: $$m \cdot \frac{E}{B_1} = q \cdot r \cdot B_2 \rightarrow \underline{\underline{m = \frac{q \cdot r \cdot B_1 \cdot B_2}{E}}}$$

Wenn wir davon ausgehen, dass wir die Ladung der Teilchen nicht kennen, können wir nur die spezifische Ladung bestimmen: $\underline{\underline{\frac{q}{m} = \frac{E}{r \cdot B_1 \cdot B_2}}}$

8.3 Das Zyklotron

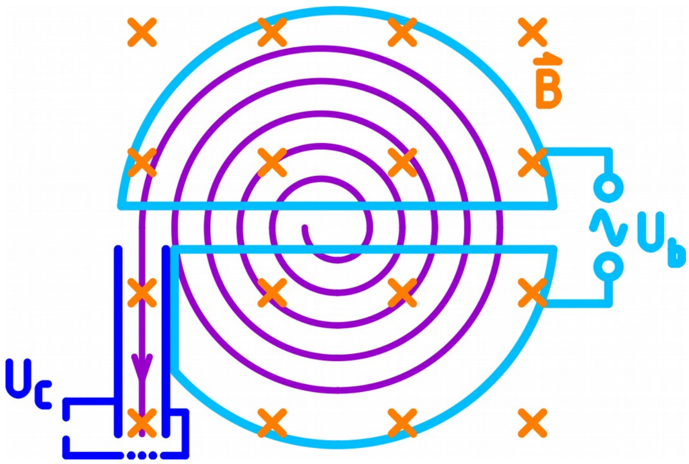
ist ein Teilchenbeschleuniger für nichtrelativistische Geschwindigkeiten.



Es besteht aus zwei D-förmigen, hohlen Elektroden, den Duanten (blau), die an eine hochfrequente Wechselspannung angeschlossen sind und zusammen so was wie eine Dose bilden, innerhalb derer die spiralförmigen Teilchenbahnen (lila) laufen. Die Dose ist zwischen zwei starken Magneten (der obere fehlt in der Zeichnung) die im Bereich der Dose ein homogenes Magnetfeld erzeugen.

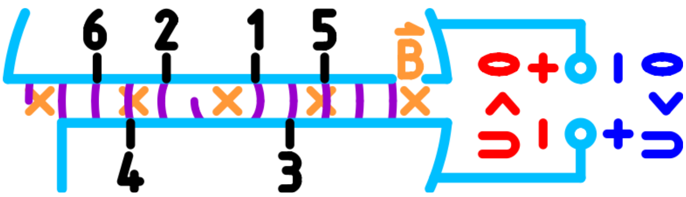
Die Duanten sind nur schraffiert (und von der hinteren ist ein Stück vom Deckel rausgerissen), damit man die Teilchenbahn sehen kann. Wenn man die Duanten aneinander kleben will, muss man natürlich aufpassen, dass sie keine leitende Verbindung kriegen.

Durch das elektrische Feld der Duanten werden die Teilchen immer weiter beschleunigt, so dass ihre Geschwindigkeit ständig zunimmt und sich deshalb der Radius ihrer Kreisbahn immer mehr vergrößert. So entsteht die spiralförmige Bahn. Damit das funktioniert, muss die Beschleunigungsspannung immer zum richtigen Zeitpunkt umgepolt werden (Wechselspannung).



Aufgabe 8.126:

a) Wie sind die Teilchen auf der lila Spiralbahn im Bild oben geladen?



b) Wie muss die Beschleunigungsspannung jeweils gepolt sein (Vorzeichenkonvention siehe Bild), wenn sich das Teilchen an den Positionen 1 bis 6 befindet?

c) Ganz außen werden die Teilchen durch einen Kondensator auf eine geradlinige Bahn gebracht und aus der Apparatur entfernt. Zeichne die Pole der am Kondensator anliegenden Spannung ein.

Die Frequenz des Zyklotrons

$$F_Z = F_L$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \quad /:v \quad /\cdot r$$

$$m \cdot v = q \cdot B \cdot r$$

Für die Geschwindigkeit können wir $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$ einsetzen

$$m \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} = q \cdot B \cdot r \quad /:r \quad /:(2 \cdot \pi \cdot m)$$

$$\frac{1}{T} = \frac{q \cdot B}{2 \cdot \pi \cdot m}$$

Damit haben wir dann die Umlauf-Frequenz der Teilchen zu

$$\boxed{f = \frac{q \cdot B}{2 \cdot \pi \cdot m} = \frac{q}{m} \cdot \frac{B}{2 \cdot \pi}}$$

☺ Die Umlauf-Frequenz der Teilchen ist unabhängig von der Geschwindigkeit oder dem Bahnradius der Teilchen. D.h. wenn man an der Beschleunigungsspannung die Frequenz für eine Teilchen-Sorte mit Ladung q und Masse m einmal richtig eingestellt hat, muss sich während des Umlaufs auf der Spiralbahn nichts mehr nachstellen. Das ist der Grund, weshalb ein Zyklotron relativ einfach zu Bauen ist.

☠ Das stimmt aber nur solange, wie die Masse des Teilchens sich nicht verändert. Später werden wir lernen, dass die Masse eines Teilchens bei steigender Geschwindigkeit zunimmt, wodurch die Frequenz dann nicht mehr konstant ist.

☺ Dieser relativistische Effekt wird aber erst ab ca. 10% der Lichtgeschwindigkeit relevant. Bis dahin funktioniert die klassische Theorie, also auch unser Zyklotron.

Aufgabe 8.127:

a) Berechne die Zyklotron-Frequenz für ein Magnetfeld der Flussdichte 1,0T für einfach geladene Natrium-Ionen (m = 23u).

b) Berechne den Bahnradius der Natrium-Ionen bei 5% der Lichtgeschwindigkeit in diesem Zyklotron.

c) So ein Zyklotron wie für b) wird zu teuer. Wir können uns nur ein kleineres leisten, das Bahnradien bis höchstens 15cm erlaubt. Auf welche kinetische Energie in eV können wir die Natrium-Ionen damit bringen, wenn wir dasselbe Magnetfeld benutzen.

Lösung:

a) $f=\frac{q\cdot B}{2\cdot\pi\cdot m}=\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}C\cdot 1{,}0\,T}{2\cdot\pi\cdot 23\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}kg}=6{,}7\cdot 10^{5}Hz=\underline{0{,}67\,MHz}$

- Für ein Zyklotron braucht man also sehr hohe Frequenzen der an den Duanten anliegenden Wechselspannung!

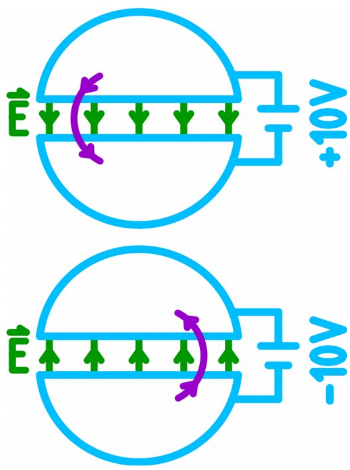
b)
$$F_Z=F_L \quad\Rightarrow\quad m\cdot\frac{v^2}{r}=q\cdot v\cdot B$$
$$r=\frac{m\cdot v}{q\cdot B}=\frac{23\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}kg\cdot 0{,}05\cdot 3\cdot 10^{8}m/s}{1{,}6\cdot 10^{-19}C\cdot 1{,}0\,T}$$
$$\underline{r=3{,}6\,m}$$

c)
$$F_Z=F_L \quad\Rightarrow\quad m\cdot\frac{v^2}{r}=q\cdot v\cdot B \quad\Rightarrow\quad v=\frac{q\cdot B\cdot r}{m} \quad\Rightarrow\quad v^2=\left(\frac{q\cdot B\cdot r}{m}\right)^2$$
$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2=\frac{(q\cdot B\cdot r)^2}{2\cdot m}=\frac{(1{,}6\cdot 10^{-19}C\cdot 1{,}0\,T\cdot 0{,}15\,m)^2}{2\cdot 23\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}kg}$$
$$\underline{\underline{E_{kin}=7{,}5\cdot 10^{-15}J=4{,}7\cdot 10^{4}eV=47\,keV}}$$

Mit größeren Zyklotrons und stärkeren Magnetfeldern schafft man auch MeV.

Aufgabe 8.128:

Ein Zyklotron wird mit einer Wechselspannung der Amplitude 10V betrieben. Wir stellen uns zur Vereinfachung vor, dass die Elektronen nur im Spalt zwischen den Duanten beschleunigt werden, und dass dabei immer die Spannungsamplitude von 10V anliegt.



a) Wie groß ist die kinetische Energie der einfach geladenen Teilchen nach 500 Umläufen?

b) Wie viele Umläufe braucht ein einfach geladenes Teilchen um eine kinetische Energie von 3keV zu erreichen?

Lösung:

a) Bei jedem Umlauf zweimal durch die Beschleunigungsspannung von 10V macht pro Umlauf 20eV, nach 100 Umläufen 2000eV und nach 500 Umläufen 10keV.

b) Pro Umlauf 20eV; 3000 : 20 gibt 150; d.h. 150 Umläufe

8.4 Nachweis der relativistischen Massenzunahme

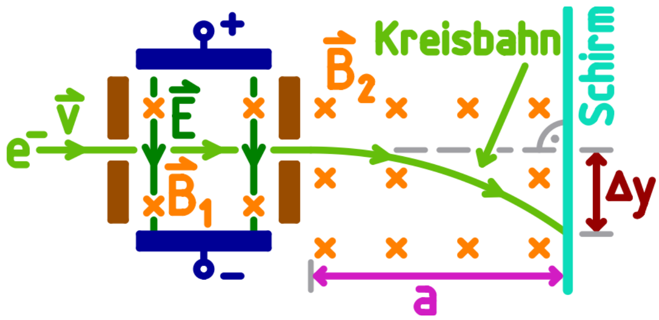
Wegen $E = m \cdot c^2$ soll angeblich die Masse eines Teilchens umso größer sein, je größer seine Energie ist. Wenn die Geschwindigkeit eines Teilchens steigt, dann steigt seine kinetische Energie, also steigt seine Gesamtenergie und deshalb müsste die Masse des Teilchens laut Theorie größer werden.

Ziel des Versuchs von Kaufmann und Bucherer ist die Messung der spezifischen Ladung von sehr schnellen Elektronen. Mit dem Fadenstrahlrohr geht das nicht mehr, weil die Radien der Kreisbahnen viel zu groß werden und weil man Elektronen gar nicht so einfach auf ausreichend hohe kinetische Energien bringen kann. Kaufmann und Bucherer benutzten eine Anordnung ähnlich einem Massenspektrograph. Die Quelle der sehr schnellen Elektronen ist ein Betastrahler. Die Elektronen schicken sie durch einen Geschwindigkeitsfilter und anschließend senkrecht zur Grenze in ein zweites Magnetfeld. Aus den Feldstärken und dem Radius der Kreisbahn erhält man die spezifische Ladung der Elektronen:

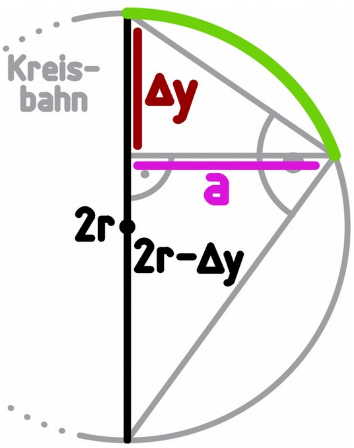
Geschwindigkeitsfilter: $v=\frac{E}{B_1}$

Kreis: $m\cdot\frac{v^2}{r}=q\cdot v\cdot B_2 \Rightarrow \frac{q}{m}=\frac{v}{r\cdot B_2}$

mit $v=\frac{E}{B_1}$ gibt das $\frac{q}{m}=\frac{E}{r\cdot B_1\cdot B_2}$



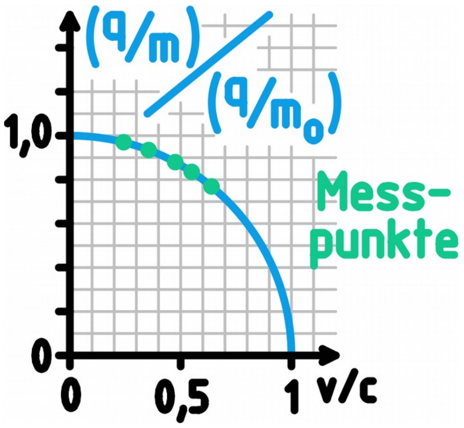
Das ist bis jetzt auch nichts anderes als die Rechnung im Massenspektrometer. Es taucht nur ein kleines zusätzliches geometrisches Problem auf. Die Radien der Kreisbahnen sind so groß, dass man nicht einfach den Durchmesser oder den Radius der Kreisbahn direkt messen kann. Man misst statt dessen die geometrischen Parameter a und Δy aus der Zeichnung. Aus denen erhält man den Radius.



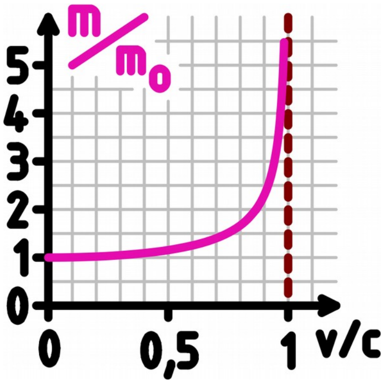
Wenn die Elektronen senkrecht zur Grenze des zweiten B-Feldes in das Feld eindringen gilt die Planfigur links. Wegen des Satzes von Thales ist das große Dreieck rechtwinklig und wir können den Höhensatz (Pythagoras) benutzen um den Radius rauszukriegen.

$$(2\cdot r-\Delta y)\cdot\Delta y=a^2$$

$$\Rightarrow\ r=\left(\frac{a^2}{\Delta y}+\Delta y\right):2\quad\Rightarrow\quad \underline{\underline{r=\frac{a^2+\Delta y^2}{2\cdot\Delta y}}}$$



☺ Der Versuch von Kaufmann und Bucherer zeigt, dass die spezifische Ladung bei zunehmender Geschwindigkeit, in Übereinstimmung mit der Theorie, immer kleiner wird.



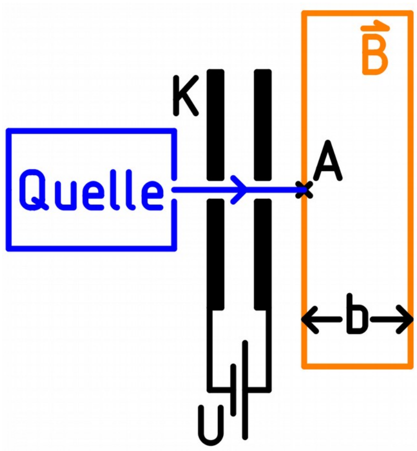
☠ Der Versuch allein zeigt jedoch noch nicht, dass die Masse mit der Geschwindigkeit zunimmt. Es könnte ja auch mit Steigender Geschwindigkeit die Ladung kleiner werden. Physikalische Überlegungen an anderen Modellen zeigen jedoch:

Die elektrische Ladung eines Teilchens ist unabhängig von der Geschwindigkeit des Teilchens oder der Lage des Teilchens im Raum, also immer gleich groß.

8.5 Abi mit Lösung

Aufgabe 8.129: Abi 1999

Aus einer Quelle gelangen negativ geladene Teilchen mit vernachlässigbarer Anfangsgeschwindigkeit durch die Eingangsblende des Kondensators K in dessen homogenes Feld und werden durch die Spannung U auf die Geschwindigkeit v beschleunigt. Bei A treten die Teilchen in ein homogenes, senkrecht zur Zeichenebene gerichtetes Magnetfeld der Flussdichte B = 1,2 T und der Breite b = 5,0 cm ein. Die gesamte Anordnung befindet sich im Vakuum.



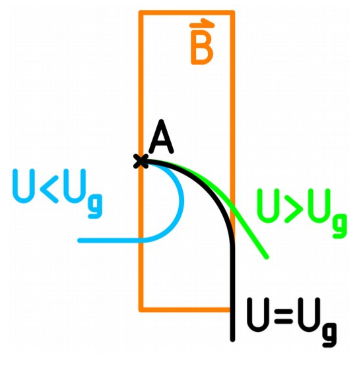
a) Wie muss das Magnetfeld gerichtet sein, damit die Teilchen bei A nach unten abgelenkt werden? Erläutern Sie, ob und gegebenenfalls wie ihre kinetische Energie durch das Magnetfeld beeinflusst wird.

b) Die Quelle liefert einfach negativ geladene O16-Ionen (m = 16 u). Berechnen Sie nicht-relativistisch die Grenzspannung Ug, ab der ein solches Teilchen den Magnetfeldbereich nach rechts durchqueren kann. Skizzieren Sie die Bahnen je eines Teilchens für eine Spannung oberhalb und unterhalb der Grenzspannung.

Lösung:

a) Das Magnetfeld muss in die Zeichenebene hinein zeigen (Dreifinger-Regel).

Da die Lorentzkraft immer senkrecht zur momentanen Geschwindigkeit ist, wird der Betrag der Geschwindigkeit im B-Feld nicht verändert, die kinetische Energie bleibt im B-Feld also konstant.



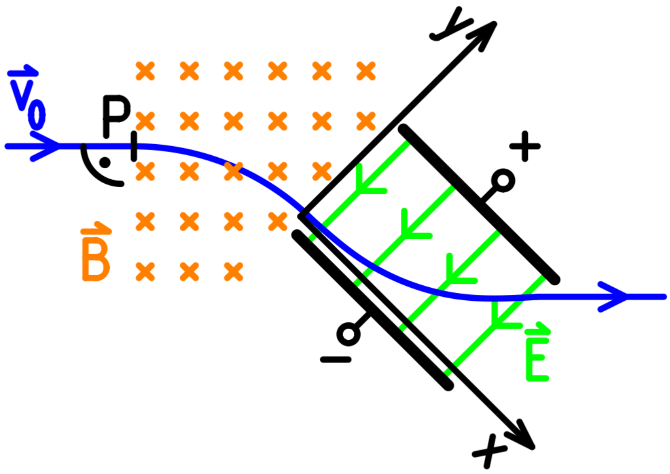
b) Damit das Teilchen das Magnetfeld nach rechts verlassen kann muss der Radius der Kreisbahn größer als die Breite des Magnetfeldes sein, setzte also r = b

$$F_L = F_z \rightarrow q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow r \cdot q \cdot B = m \cdot v = m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot q}{m}} = \sqrt{2 \cdot U \cdot q \cdot m}$$

$$U = \frac{r^2 \cdot q^2 \cdot B^2}{2 \cdot q \cdot m} = \frac{r^2 \cdot e \cdot B^2}{2 \cdot m} = \frac{0{,}05^2\, m^2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C \cdot 1{,}2^2\, T^2}{2 \cdot 16 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\, kg} = \underline{\underline{10{,}8\, kV}}$$

Aufgabe 8.130: Abi 2002, mal was anderes, modifiziert

Elektronen treten mit der Geschwindigkeit $v_0 = 1{,}0 \cdot 10^7 \, m/s$ bei P senkrecht in ein homogenes Magnetfeld ein und durchlaufen einen Kreisbogen mit dem Radius $r = 24\text{cm}$ und dem Mittelpunktswinkel $\alpha = 45°$. Im Ursprung des eingezeichneten KOSY verlassen Sie das Magnetfeld und treten senkrecht in das homogene elektrische Feld eines Plattenkondensators mit der Plattenlänge $l = 28\text{cm}$ ein. Die Felder sollen als scharf begrenzt angenommen werden.



a) Bestimmen Sie die Flugzeit eines Elektrons im Magnetfeld.

b) Berechnen Sie die magnetische Flussdichte des Magnetfeldes.

Der Betrag der Feldstärke E im Kondensator soll im Folgenden so eingestellt werden, dass der aus dem E-Feld austretende Elektronenstrahl parallel zu v_0 verläuft. Das eingezeichnete KOSY ist um 45° gedreht, so dass beim eintreten in das E-Feld die Geschwindigkeit der Elektronen genau in x-Richtung zeigt. Auf dieses KOSY beziehen sich die folgenden Angaben.

c) Begründe, dass beim Verlassen des E-Feldes die Endgeschwindigkeit in y-Richtung genauso groß sein muss, wie die Geschwindigkeit v_0 beim Eintreten in das E-Feld.

d) Bestimme unter Ausnutzung von c) die elektrische Feldstärke E.

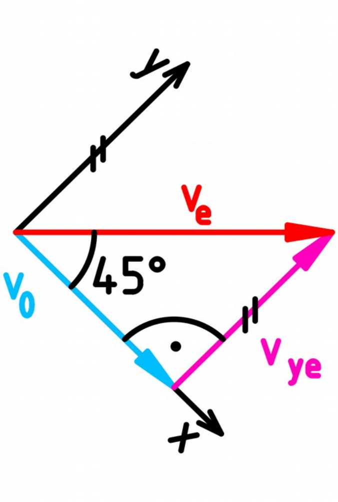
Kontrolle: $E = 2{,}0 \cdot 10^3 \, V/m$

e) Welchen Plattenabstand d_{min} muss der Kondensator mindestens haben?

Lösung:

a) $s = 0{,}25 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \; ; \quad v = \frac{s}{t} \rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{0{,}5 \cdot \pi \cdot 0{,}24\,m}{1{,}0 \cdot 10^7 \, m/s} = \underline{\underline{37{,}7\,ns}}$

b) $F_Z = F_L \rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = e \cdot v \cdot B \rightarrow B = \frac{m \cdot v}{r \cdot e} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} kg \cdot 1 \cdot 10^7 \, m/s}{0{,}24\,m \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} C} = \underline{\underline{0{,}237\,mT}}$



c) Damit die Geschwindigkeit beim Austreten aus dem Kondensator wieder exakt horizontal ist muss sie im Kondensator wieder um 45° gedreht werden. x- und y-Komponente der Endgeschwindigkeit bilden deshalb ein gleichschenkliges Dreieck in dem die Katheten gleich lang sind, also $v_{ye} = v_0$.

d) Flugdauer im Kondes.: $x = v_0 \cdot t \rightarrow t = \frac{x}{v_0} = \frac{l}{v_0}$

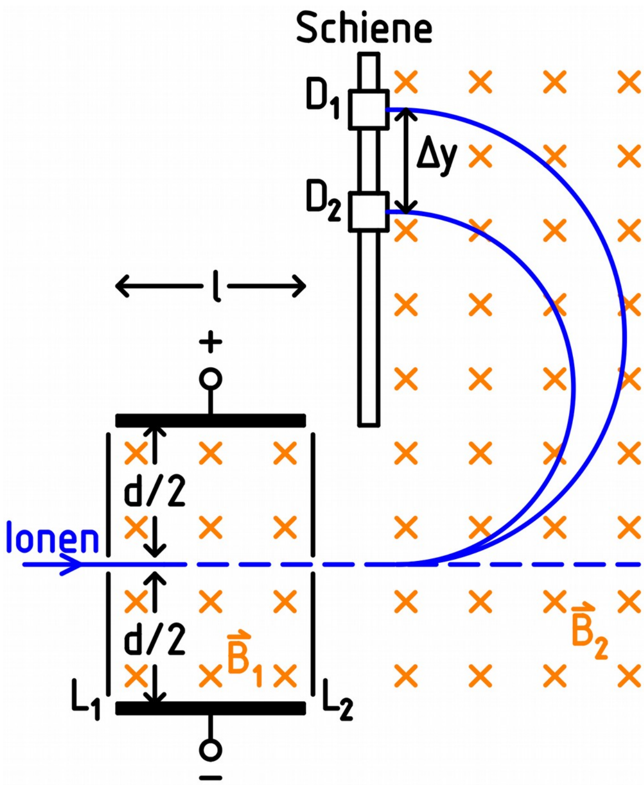
$$v_0 = v_y = a_y \cdot t = \frac{E \cdot e}{m} \cdot \frac{l}{v_0}$$

$$\rightarrow E = \frac{m \cdot v_0^2}{e \cdot l} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} kg \cdot (1 \cdot 10^7 m/s)^2}{1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 0{,}28 m} = \underline{\underline{2{,}0\, kV/m}}$$

e) $$y = \frac{1}{2} a_y \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{E \cdot e}{m} \cdot \left(\frac{l}{v_0}\right)^2 = \frac{2 \cdot 10^3 V/m \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 0{,}28^2 m^2}{2 \cdot 9{,}.1 \cdot 10^{-31} kg \cdot (1 \cdot 10^7 m/s)^2} = \underline{\underline{13{,}8\, cm}}$$

Aufgabe 8.131: Abi 2000, Massenspektrograph

Ein Gemisch aus einfach positiv geladenen Kohlenstoffionen C12 (m = 12 u) und C14 (m = 14 u) tritt durch eine Lochblende L1 in einen Plattenkondensator mit dem Plattenabstand d = 2,0cm und der Länge l = 4,0 cm ein. Die gesamte Anordnung befindet sich im Vakuum. Das Magnetfeld mit der Flussdichte B1 ist zunächst abgeschaltet; an den Platten liegt die Spannung U.



a) Skizzieren Sie die Bahnen zweier Ionen unterschiedlicher Masse, aber gleicher Geschwindigkeit zwischen L1 und L2. Begründen Sie, welche Bahn welchem Isotop zuzuordnen ist.

b) Die Ionen treten mit einer Mindestgeschwindigkeit von 150000 m/s durch L1 ein. Wie groß darf die Spannung am Kondensator höchstens sein, damit die Ionen nicht auf die Kondensatorplatte treffen? Berechnen Sie die dabei maximal auftretende Erhöhung der kinetischen Energie (in eV).

Am Kondensator liegt nun eine Spannung U = 700 V. Die Flussdichte soll so eingestellt werden, dass alle Ionen mit der Geschwindigkeit v = 250000 m/s den Kondensator unabgelenkt durchqueren.

c) Berechnen Sie B1 und begründen Sie, dass Ionen beider Kohlenstoffisotope den Kondensator durch die Blende L2 verlassen.

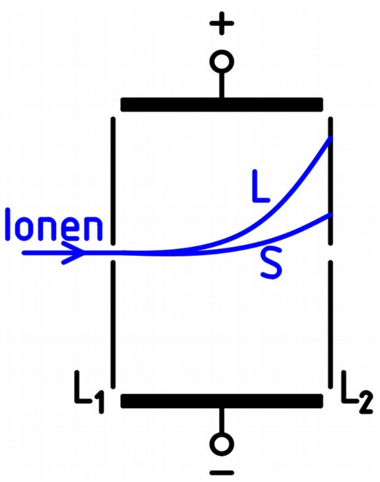
Das Magnetfeld rechts von L2 hat die Flussdichte 0,14 T. Die Teilchen, die den Kondensator verlassen, durchlaufen zwei Halbkreise.

d) Zeigen Sie, dass für den Abstand Δy der beiden Punkte, an denen die Ionen das Magnetfeld wieder verlassen, gilt: $\Delta y = \frac{2 \cdot (m_{14} - m_{12}) \cdot v}{e \cdot B_2}$

Die Flussdichte B2 wird nun variiert, alle anderen Größen bleiben unverändert. Die Ionen sollen durch zwei verschiebbare Detektoren D1 und D2 registriert werden, die einen Mindestabstand von 1,5 cm haben. Die äußerste Position von D1 ist 60cm vom Eintrittspunkt der Ionen in das Feld B2 entfernt.

e) Berechnen Sie zwischen welchen Werten die Flussdichte B2 liegen muss, damit beide Isotope gleichzeitig gezählt werden können.

Lösung:



a) Das Isotop mit der kleineren Masse wird stärker beschleunigt, also mehr abgelenkt -> Bahn L gehört zu C12, Bahn S gehört zum schwereren Isotop C14.

b)
$$x = v_x \cdot t \;\rightarrow\; t = \frac{x}{v_x}$$
$$y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{U \cdot q}{d \cdot m} \cdot \frac{x^2}{v_x^2}$$

An der Grenze ist y = l, x = d/2 und für die Masse muss man die kleinere Masse einsetzen, weil die stärker abgelenkt wird.

$$U = \frac{d^2 \cdot m \cdot v_x^2}{q \cdot l^2} = \frac{0{,}02^2\, m^2 \cdot 12 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\, kg \cdot (1{,}5 \cdot 10^5\, m/s)^2}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C \cdot 0{,}04^2\, m^2} = \underline{\underline{700\, V}}$$

Die leichteren C12-Ionen durchqueren dabei den halben Plattenabstand des Kondensators, also die halbe Spannungsdifferenz. Die Erhöhung der kinetischen Energie beträgt deshalb 350 eV.

c) $v=\frac{E}{B}=\frac{U}{d\cdot B}$ → $B_1=\frac{U}{d\cdot v}=\frac{700\mathrm{V}}{0{,}02\,m\cdot 2{,}5\cdot 10^5\,m/s}=\underline{\underline{0{,}14\,T}}$

Lorentzkraft und elektrische Kraft sind nur von der Ladung und der Geschwindigkeit der Ionen abhängig, nicht von der Masse. Deshalb sind elektrische Kraft und Lorentzkraft für beide Ionen gleich groß (Kräftegleichgewicht) und sie werden beide nicht abgelenkt.

d) $F_z=F_L$ → $m\cdot\frac{v^2}{r}=e\cdot v\cdot B_2$ → $m\cdot v=e\cdot r\cdot B_2$ → $r=\frac{m\cdot v}{e\cdot B_2}$

$$\Delta y=2\cdot r_{14}-2\cdot r_{12}=\frac{2\cdot(m_{14}-m_{12})\cdot v}{e\cdot B_2}$$

e) Der Radius der Kreisbahn der C14-Ionen muss kleiner als 30cm sein.

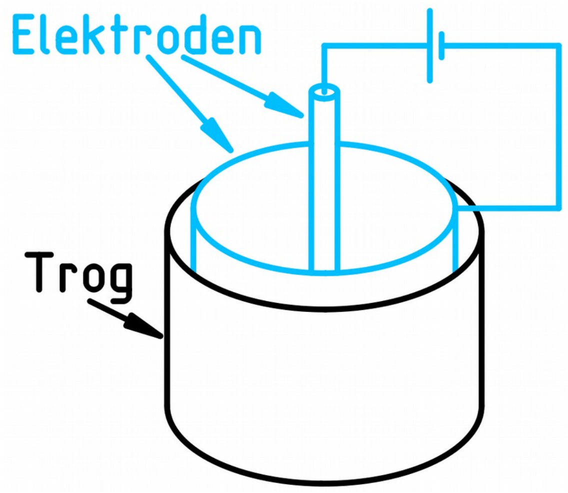
$$r=\frac{m\cdot v}{e\cdot B_2} \rightarrow B_2=\frac{m\cdot v}{e\cdot r}=\frac{14\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\,kg\cdot 2{,}5\cdot 10^5\,m/s}{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 0{,}3\,m}=\underline{\underline{0{,}121\,T}}$$

Das Δy muss mindestens 1,5 cm sein.

$$B_2=\frac{2\cdot(m_{14}-m_{12})\cdot v}{e\cdot\Delta y}=\frac{2\cdot(14-12)\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\,kg\cdot 2{,}5\cdot 10^5\,m/s}{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 0{,}015\,m}=\underline{\underline{0{,}69\,T}}$$

Aufgabe 8.132: Abi 1998

In einem zylindrischen Glastrog, der mit einer wässrigen Salzlösung gefüllt ist, welche positive (Kationen) und negative (Anionen) Ionen enthält, taucht axial eine stabförmige und am Rand eine ringförmige Elektrode ein. Die Elektroden sind gemäß nebenstehender Abbildung an eine Batterie angeschlossen.

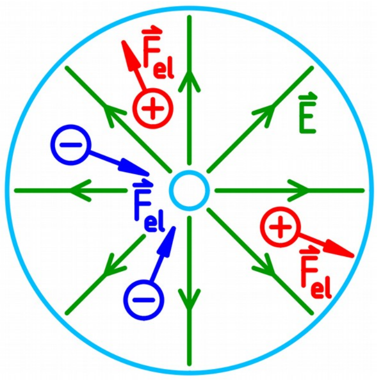


a) Fertigen Sie eine Zeichnung in Draufsicht an, in der Sie die Richtung des elektrischen Feldes zwischen den Elektroden und die Richtungen der Kräfte auf Ionen beiderlei Vorzeichens deutlich machen.

Nun wird die Anordnung in ein homogenes Magnetfeld gebracht, dessen Feldlinien den Trog von unten nach oben in axialer Richtung durchsetzen. Man beobachtet das Einsetzen einer zirkularen Strömung in der Flüssigkeit zwischen den beiden Elektroden.

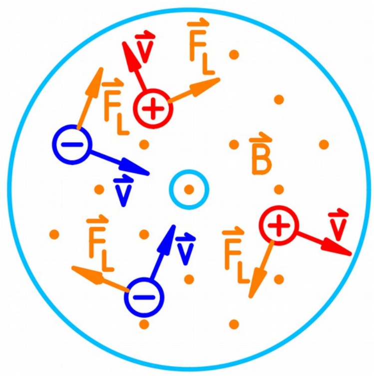
b) Machen Sie das Zustandekommen der Strömung verständlich, indem Sie darstellen, welchen Einfluss das Magnetfeld auf die Ionenbewegung ausübt. Zeichnen Sie in die unter Teilaufgabe a) begonnene Skizze die Richtungen der magnetischen Kräfte ein.

Lösung:



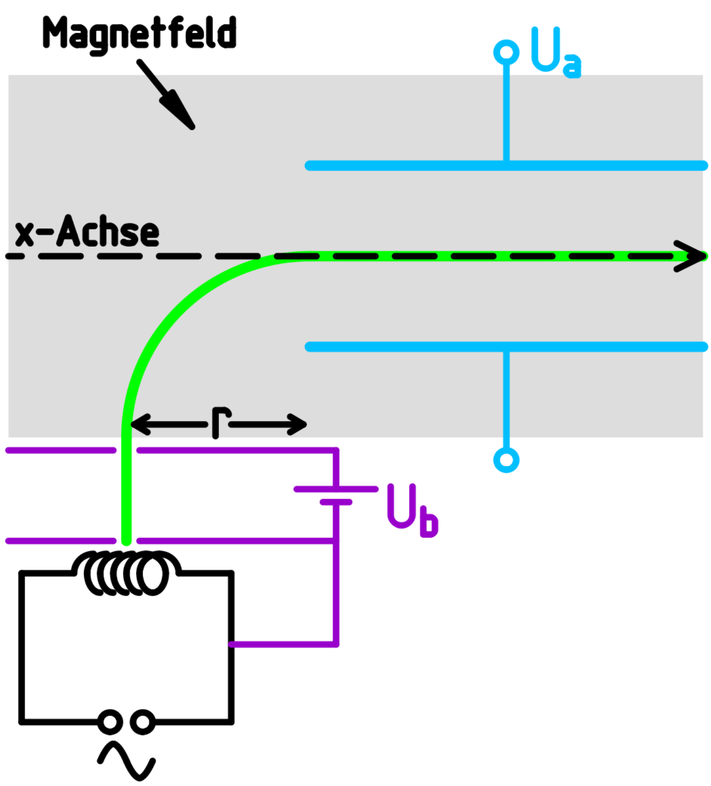
a) Auf die Kationen wirkt eine Kraft nach außen, auf die Anionen nach innen.

b) Da sich unterschiedlich geladene Ionen in entgegengesetzte Richtungen bewegen, wirkt die Lorentzkraft auf beide in dieselbe Richtung, nämlich immer im Uhrzeigersinn.



Aufgabe 8.133: Abi 1999

Elektronen werden durch die Spannung Ub beschleunigt und treten dann mit der Geschwindigkeit v0 = 5,9 Mm/s in ein zur Zeichenebene senkrechtes, homogenes Magnetfeld der Flussdichte B ein (siehe Bild). Nach Durchlaufen eines Viertelkreises mit Radius r = 10 cm treten die Elektronen in x-Richtung in einen Kondensator mit dem Plattenabstand d = 8,0 cm ein. Die Anordnung befindet sich im Vakuum.



a) Berechnen Sie die Beschleunigungsspannung Ub.

b) Bestimmen Sie die Flussdichte B des Magnetfeldes und geben Sie seine Richtung an.

c) Begründen Sie kurz, warum die Elektronen beim Eintritt in den Kondensator den oben angegebenen Geschwindigkeitsbetrag v0 besitzen.

Die Kondensatorspannung Ua ist so eingestellt, dass sich die Elektronen um Kondensator unabgelenkt entlang der x-Achse bewegen.

d) Berechnen Sie Ua und geben Sie die Richtung des Elektrischen Feldes im Kondensator an.

e) Nun wird der Plattenabstand bei konstant gehaltener Spannung Ua etwas vergrößert. Erläutern Sie, ob und gegebenenfalls wie sich die Bewegung der Elektronen im Kondensator ändert.

Lösung:

a)
$$U_b \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow U_b = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot e} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\, kg \cdot (5{,}9 \cdot 10^6\, m/s)^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C}$$
$$\underline{\underline{U_b = 99\, V}}$$

b)
$$F_L = F_Z \rightarrow e \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow B = \frac{m \cdot v}{e \cdot r}$$
$$B = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\, kg \cdot 5{,}9 \cdot 10^6\, m/s}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C \cdot 0{,}1\, m} = \underline{\underline{0{,}33\, mT}}$$

Das Magnetfeld muss in die Zeichenebene hinein zeigen (Dreifinger-Regel).

c) Bis zum Eintritt in den Kondensator wirkt auf die Elektronen nur die Lorentzkraft, und die ist immer senkrecht zur momentanen Geschwindigkeit, weshalb diese Kraft nur die Richtung, nicht aber den Betrag, der Geschwindigkeit ändert.

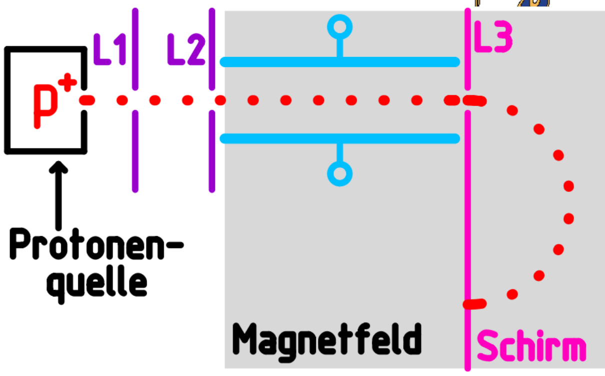
d)
$$F_{el} = F_L \rightarrow E \cdot e = \frac{U}{d} \cdot e = e \cdot v \cdot B \rightarrow U = d \cdot v \cdot B$$
$$U = 0{,}08\, m \cdot 5{,}9 \cdot 10^6\, m/s \cdot 0{,}33 \cdot 10^{-3}\, T = \underline{\underline{156\, V}}$$

Die Lorentzkraft zeigt nach unten, deshalb muss die Elektrische Kraft nach oben zeigen, und weil die Elektronen negativ geladen sind, muss das elektrische Feld nach unten zeigen.

e) Wegen E = U/d wird das E-Feld schwächer und die Lorentzkraft ist dann größer als die elektrische Kraft. Die Elektronen werden also im Kondensator etwas nach unten abgelenkt. (In der Aufgabe steht nur "etwas vergrößert" weil man sonst - wenn der Kondensator groß genug ist - eine bisschen komplizierte Schleifenbahn kriegt.)

Aufgabe 8.134: Abi 2000

Ein Protonenstrahl mit kontinuierlicher Geschwindigkeitsverteilung tritt in das elektrische Feld eines Plattenkondensators ein. Der gesamte Raum rechts von der Lochblende L2 wird von einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte B durchsetzt. Am anderen Ende des Kondensators befindet sich ein Auffangschirm mit der Lochblende L3.



a) Erläutern Sie, warum man durch geeignete Wahl der beiden Felder erreichen kann, dass nur Protonen einer bestimmten Geschwindigkeit den Kondensator geradlinig passieren und danach nach unten abgelenkt werden. Geben Sie dazu die Orientierung des magnetischen Feldes und die Polung des Kondensators an.

b) Die Geschwindigkeit der geradlinig durchfliegenden Protonen ist v = 515 km/s, für die Flussdichte gilt B = 75,0 mT. Berechnen Sie die Feldstärke E im Kondensator. In welcher Entfernung vom Loch der Blende L3 treffen die Protonen auf dem Schirm auf?

c) Verkleinert man die Kondensatorspannung unter Beibehaltung der magnetischen Flussdichte, so ändert sich die in Teilaufgabe b) berechnete Entfernung des Auftreffpunkts. Begründen Sie dies. Geben Sie insbesondere an, wie sich die Lage des Auftreffpunkts verändert.

Lösung:

a) Damit die Protonen hinter dem Kondensator nach unten abgelenkt werden, muss das Magnetfeld aus der Zeichenebene heraus zeigen. Wenn das elektrische Feld des Kondensator nach oben zeigt - dazu muss der Kondensator unten an Plus und oben an Minus angeschlossen werden - wirkt die elektrische Kraft auf die Protonen nach oben und die Lorentzkraft nach unten. Nur solche Protonen, bei denen die beiden Kräfte gleich groß sind werden nicht abgelenkt und können die Lochblende L3 passieren. Das sind genau die Protonen mit der Geschwindigkeit v = E/B = U/(d·B) .

b) $v = \frac{E}{B} \rightarrow E = v \cdot B = 515 \cdot 10^3\, m/s \cdot 0{,}075\, T = \underline{38{,}6\, kV/m}$

$$F_Z = F_L \rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = e \cdot v \cdot B \rightarrow r = \frac{m \cdot v}{e \cdot B}$$

$$r = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot 515 \cdot 10^{3}\,m/s}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 0{,}075\,T} = \underline{\underline{7{,}17\,cm}}$$

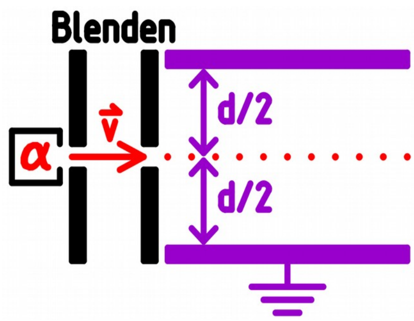
D.h. die Protonen treffen in einer Entfernung von 14,3 cm (doppelter Radius) von der Lochblende L3 auf dem Schirm auf.

c) Wenn man die Kondensatorspannung verkleinert, verringert sich die elektrische Feldstärke und wegen v = E/B kommen dann langsamere Protonen durch den Geschwindigkeitsfilter. Wegen r = (m·v)/(e·B) ist der Radius der Flugbahn im B-Feld direkt proportional zur Geschwindigkeit, also auch direkt proportional zur elektrischen Feldstärke und damit zur Spannung am Kondensator.

D.h. bei verkleinerter Spannung wandert der Auftreffpunkt zur Lochblende L3 hin, und zwar proportional zur anliegenden Spannung.

Bemerkung: Das verringerte v steht in der Formel für die Lorentzkraft und in der Formel für die Zentripetalkraft drin. Deshalb kann man nicht so einfach argumentieren ohne die in b) gefundene Formel r = (m·v)/(e·B) zu benutzen.

Aufgabe 8.135: Abi 2001



Entsprechend der nebenstehenden Abbildung werden kontinuierlich α-Teilchen eines radioaktiven Präparates mit der Geschwindigkeit v = 1,2 Mm/s in einen ungeladenen Plattenkondensator (Plattenabstand d = 1,0 cm) eingeschossen. Die untere Platte dieser Anordnung, die sich im Vakuum befindet, ist geerdet. Zwischen den Platten besteht ein homogenes Magnetfeld der Flussdichte B = 40 mT, dessen Feldlinien senkrecht zur Zeichenebene verlaufen.

a) Erläutern Sie anhand einer Skizze, dass bei geeigneter Orientierung der Magnetfeldlinien eine Spannung Us zwischen den Platten entstehen kann.

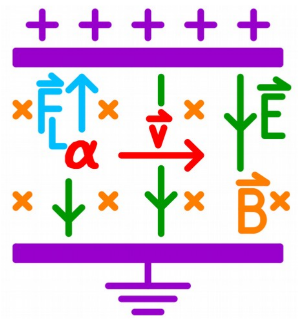
b) Welche Spannung Uk müsste am Kondensator anliegen, damit ihn die α-Teilchen geradlinig durchqueren. Warum wird die Spannung Us aus Teilaufgabe a) den Wert Uk nicht errreichen?

Im Folgenden sind beide Platten geerdet, so dass kein elektrisches Feld entsteht.

c) Warum bewegen sich die α-Teilchen jetzt im Kondensator auf einem Kreisbogen? Berechnen Sie den Radius der Kreisbahn, auf der sich die Alphateilchen bewegen. (Kontrolle: r = 62 cm)

d) Wie lang müssen die Kondensatorplatten mindestens sein, damit kein α-Teilchen den Kondensator verlassen kann? Fertigen Sie hierzu eine Skizze an.

Lösung:



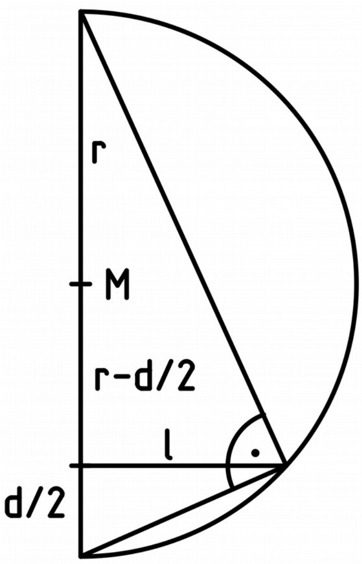
a) Wenn das B-Feld in die Zeichenebene hinein zeigt treibt die Lorentzkraft die Alphateilchen an die obere Platte. Dort streifen die Alphateilchen Elektronen ab und die Platte wird dadurch positive geladen. Daraus resultiert ein elektrisches Feld und damit eine Spannung zwischen den Platten.

Auf der geerdeten Platte kann keine Ladung erzeugt werden, deshalb kann man mit einem Magnetfeld aus der Zeichenebene heraus kein E-Feld und also keine Spannung erzeugen.

b)Geschwindigkeitsfilter: $v=\frac{E}{B}=\frac{U}{d\cdot B}$ → $U_k=v\cdot d\cdot B=1{,}2\cdot 10^6\,m/s\cdot 0{,}01\,m\cdot 0{,}04\,T=\underline{\underline{480\,V}}$

Während sich die obere Platte auflädt wird die elektrische Kraft auf die Alphateilchen immer größer, und damit die Gesamtkraft nach oben immer kleiner. Schließlich werden die Alphateilchen zwar noch abgelenkt - d.h. die Spannung Uk ist noch nicht erreicht - aber nicht mehr stark genug abgelenkt um die obere Platte zu treffen.

c) Ohne elektrisches Feld wirkt auf die Alphateilchen nur noch die Lorentzkraft senkrecht zur Bewegungsrichtung. Falls die Anfangsgeschwindigkeit auch senkrecht zu den magnetischen Feldlinien ist, entsteht deshalb eine Kreisbahn (Ausschnitt -> Kreisbogen).



$$F_Z=F_L \rightarrow m\cdot\frac{v^2}{r}=q\cdot v\cdot B \rightarrow r=\frac{m\cdot v}{q\cdot B}$$

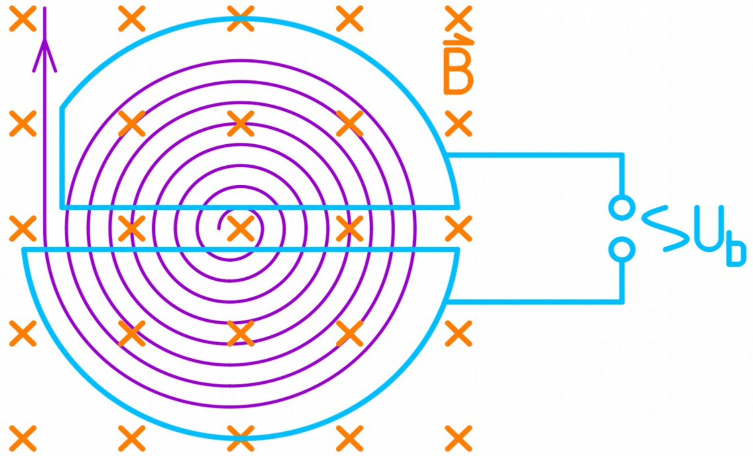
$$r=\frac{6{,}64\cdot 10^{-27}\,kg\cdot 1{,}2\cdot 10^6\,m/s}{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 0{,}04\,T}=\underline{\underline{62{,}3\,cm}}$$

d) Skizze siehe links; Thaleskreis -> Höhensatz

$$\frac{d}{2}\cdot\left(r-\frac{d}{2}\right)=l^2 \quad l=\sqrt{0{,}005\,m\cdot(0{,}62\,m-0{,}005\,m)}$$

$$\underline{\underline{l=5{,}5\,cm}}$$

Aufgabe 8.136: Abi 2003; Zyklotron



Ein Zyklotron (siehe Skizze) dient zur Beschleunigung geladener Teilchen auf nichtrelativistische Geschwindigkeiten. Es wird mit einem homogenen Magnetfeld B und einer Wechselspannung konstanter Frequenz f betrieben.

a) Leiten Sie an Hand einer geeigneten Kräftebetrachtung den Zusammenhang zwischen dem Bahnradius und der Geschwindigkeit der Teilchen (Ladung q; Masse m) her und zeigen Sie, dass für die Frequenz gilt:

$$f = \frac{q \cdot B}{2 \cdot \pi \cdot m}$$

Erläutern Sie damit, dass mit diesem Zyklotron Teilchen nicht auf relativistische Geschwindigkeiten beschleunigt werden können.

Im Folgenden soll ein "low-cost-Zyklotron" für Protonen betrachtet werden, das mit der Haushaltswechselspannung (f = 50 Hz) betrieben wird. Die Energiezufuhr findet dabei für ein Proton immer dann statt, wenn die Spannung ihren Scheitelwert 325 V annimmt.

b) Welchen Zusachs an kinetischer Energie erhalten die Protonen bei einem Umlauf?

c) Berechnen Sie die magnetische Flussdichte B, mit der dieses Zyklotron betrieben werden muss. (Kontrolle: B = 3,28 μT)

d) Wie lange dauert es, bis dieses Zyklotron ein anfangs ruhendes Proton auf 1,0% der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt hat? Berechnen Sie den Radius r der Kreisbahn, die auf 1,0% der Lichtgeschwindigkeit beschleunigte Protonen durchlaufen.

e) Halten Sie ein solches "low-cost-Zyklotron" für realisierbar? Begründen Sie ihre Antwort.

Lösung:

a) Die für die Kreisbahn notwendige Zentripetalkraft wird allein von der Lorentzkraft aufgebracht.

$F_Z = F_L \rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \rightarrow \underline{m \cdot v = q \cdot r \cdot B}$ <- Beziehung zwischen r und v

$$m \cdot v = m \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} = m \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot f = q \cdot r \cdot B \rightarrow f = \frac{q \cdot r \cdot B}{m \cdot 2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{q \cdot B}{\underline{2\pi \cdot m}}$$

Da die Frequenz der Spannungsversorgung konstant ist, muss der Term auf der rechten Seite konstant sein. Bei relativistischen Geschwindigkeiten ändert sich jedoch die Masse der Teilchen und deshalb das Ergebnis der rechten Seite, deshalb kann die Frequenz nicht konstant sein.

b) Pro Umlauf zwei Beschleunigungen macht 650 eV Zuwachs an kinetischer Energie.

c) Gegebene Formel auflösen gibt

$$B = \frac{2\pi \cdot m \cdot f}{q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} kg \cdot 50\,Hz}{1{,}6 \cdot 10^{-19} C} = \underline{\underline{3{,}28 \mu T}}$$

d) Anzahl der Umläufe ausrechnen

$$N = \frac{E_{kin}}{650\,eV} = \frac{0{,}5 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} kg \cdot (3 \cdot 10^6 m/s)^2}{650 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} J} = \underline{72{,}3}$$

D.h. man braucht 73 Umläufe; $73 \cdot \frac{1}{50} s = \underline{\underline{1{,}46\,s}}$

Radius der Kreisbahn:

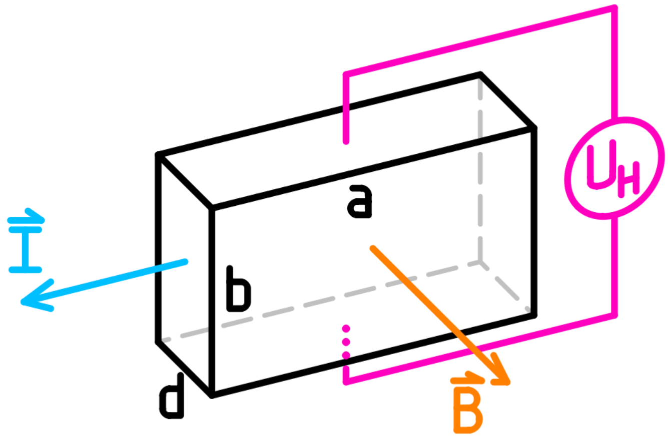
$$m \cdot \frac{v^2}{r} = e \cdot v \cdot B \rightarrow r = \frac{m \cdot v}{e \cdot B} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} kg \cdot 3 \cdot 10^6 m/s}{1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 3{,}28 \cdot 10^{-6} T} = \underline{\underline{9546\,m}}$$

e) Eine evakuierte "low-cost-Maschine" mit 19km Durchmesser zu bauen ist nicht realisierbar.

Bemerkung: Ein homogenes "low-cost-Magnetfeld" mit 19 km Durchmesser zu erzeugen, wobei man wegen der geringen benötigten Flussdichte hauptsächlich das Erdmagnetfeld (30 - 50 μT) exakt kompensieren muss ist ebenfalls nicht realistisch.

Aufgabe 8.137: Abi 2003; Halleffekt

Aus einem Goldstreifen mit der Länge a=8,0mm, der Breite b=2,0mm und der Dicke d=0,10mm soll eine Hallsonde gefertigt werden (siehe Bild). In ihr befinden sich $N = 9{,}5 \cdot 10^{19}$ frei bewegliche Elektronen. Die Hallsonde wird bei einer konstanten Stromstärke von I=100mA betrieben; die magnetische Flussdichte ist B=1,0T.



a) Leiten Sie aus einem geeigneten Kraftansatz die folgende Beziehung für die Hallspannung her:

$$U_H = v \cdot b \cdot B$$

Hierbei ist v die Driftgeschwindigkeit der Elektronen.

b) Die Driftgeschwindigkeit ist nicht direkt messbar, sie lässt sich jedoch indirekt ermitteln. Berechnen Sie dazu zunächst die Hallspannung aus den zur Verfügung stehenden Informationen. (Kontrolle: U = 0,11 µV)

c) Berechnen Sie nun die Driftgeschwindigkeit der Elektronen.

Lösung:

a) Im Gleichgewicht ist die Lorentzkraft genauso groß wie die elektrische Kraft auf die Elektronen (siehe Skript).

$$F_L = F_{el} \rightarrow e \cdot v \cdot B = e \cdot E = e \cdot \frac{U_H}{b} \rightarrow U_H = b \cdot v \cdot B$$

b)

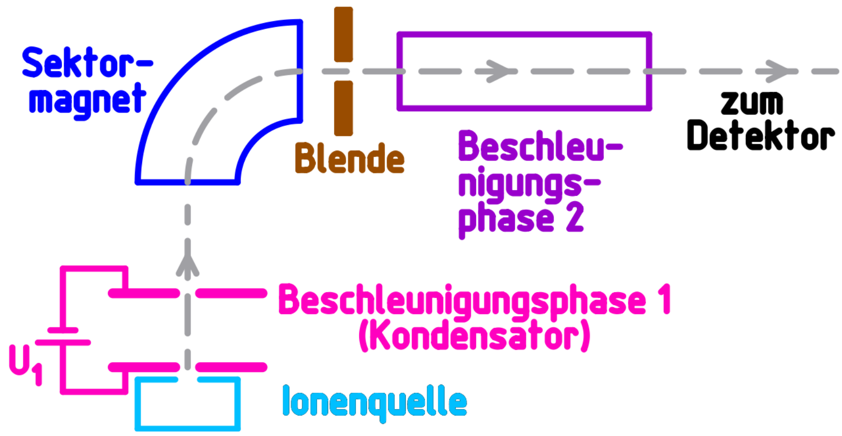
$$U_H = \frac{1}{n \cdot e} \cdot \frac{I \cdot B}{d} = \frac{V \cdot I \cdot B}{N \cdot e \cdot d} = \frac{a \cdot b \cdot d \cdot I \cdot B}{N \cdot e \cdot d} = \frac{a \cdot b \cdot I \cdot B}{N \cdot e}$$

$$U_H = \frac{8 \cdot 10^{-3}\,m \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}1\,A \cdot 1{,}o\,T}{9{,}5 \cdot 10^{19} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C} = \underline{\underline{0{,}105\,\mu V}}$$

c) $$U_H = v \cdot b \cdot B \rightarrow v = \frac{U_H}{b \cdot B} = \frac{0{,}105 \cdot 10^{-6}\,V}{2 \cdot 10^{-3}\,m \cdot 1{,}0\,T} = \underline{\underline{52{,}5\,\mu\,m/s}}$$

Aufgabe 8.138: Abi 2008; Erzeugung eines Ionenstrahls

Neue Detektoren müssen vor ihrem Einsatz geeicht werden. Dazu leitet man einen Strahl aus Ionen bekannter Masse, bekannter Ladung und bekannter Energie in den Detektor und untersucht dessen Reaktion. In der Abbildung ist der vereinfachte Aufbau einer Anlage zur Erzeugung eines solchen Strahls dargestellt.



Aus einer Ionenquelle treten sechsfach positiv geladene O-Ionen (m = 16 u) mit vernachlässigbarer Anfangsenergie in das homogene Feld eines Plattenkondensators. Nach Durchlaufen des Kondensators verlassen die Ionen diesen durch ein kleines Loch in der negativ geladenen Platte. Die beschleunigten Ionen werden im Feld des so genannten Sektormagneten um 90° abgelenkt. Das als homogen angenommene Feld der Flussdichte B = 0,30 T wird von einem Permanentmagneten erzeugt. Ionen, die sich auf einer Kreisbahn mit dem Radius r = 3,50 cm bewegen, treten genau durch die Mitte der Blende nach dem Magnetfeld.

a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit v der sechsfach positiv geladenen O-Ionen, die die Blende durch deren Mitte passieren. (Kontrolle: v = 380 km/s)

b) Welche Beschleunigungsspannung liegt am Kondensator an? (Kontrolle: U1 = 2,0 kV)

c) Aus der Ionenquelle treten auch Ionen anderer Sauerstoffisotope aus. Durch die Blende können alle Ionen treten, die sich auf Kreisbahnen mit 3,45 cm < r < 3,55 cm bewegen. Begründen Sie rechnerisch, dass die Sauerstoff-Ionen der Masse 18 u und der Ladung +6 e die Blende nach dem Sektormagneten nicht passieren können, wenn die Beschleunigungsspannung U1 gleich bleibt.

Nach der Blende werden die Ionen durch ein weiteres elektrisches Feld auf die gewünschte Energie beschleunigt. Bei dem hier beschriebenen Aufbau werden dafür Spannungen zwischen wenigen Kilovolt und 450 kV angelegt.

d) Warum wird die Beschleunigung der Ionen in zwei Phasen aufgeteilt? Überlegen Sie dazu, welche Auswirkungen es hätte, wenn die Ionen bereits vor dem Sektormagneten die volle Beschleunigungsspannung von bis zu 450 kV durchlaufen würden.

Lösung:

a)
$$F_L = F_z \rightarrow q\cdot v\cdot B = m\cdot\frac{v^2}{r} \rightarrow v = \frac{q\cdot B\cdot r}{m}$$
$$v = \frac{6\cdot e\cdot B\cdot r}{m} = \frac{6\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 0{,}30\,T\cdot 0{,}035\,m}{16\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\,kg} = \underline{\underline{3{,}8\cdot 10^5\,m/s}}$$

b)
$$E_{kin} = E_{el} \rightarrow \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = U\cdot q = U\cdot 6\cdot e$$
$$U = \frac{m\cdot v^2}{12\cdot e} = \frac{16\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\,kg\cdot\left(3{,}8\cdot 10^5\,m/s\right)^2}{12\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C} = \underline{\underline{2{,}0\,kV}}$$

c) Zuerst Beschleunigung:

$$E_{el} = E_{kin} \rightarrow U_1\cdot q = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2\cdot U_1\cdot q}{m}}$$

Dann Kreisbahn:

$$F_L = F_z \rightarrow q\cdot v\cdot B = m\cdot\frac{v^2}{r} \rightarrow q\cdot B\cdot r = m\cdot v = \sqrt{2\cdot U_1\cdot q\cdot m} \rightarrow r = \frac{\sqrt{2\cdot U_1\cdot q\cdot m}}{q\cdot B}$$
$$r = \frac{\sqrt{2\cdot 2\cdot 10^3\,V\cdot 6\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 18\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\,kg}}{6\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 0{,}3\,T} = \underline{3{,}72\,cm}$$

Das ist mehr als 3,55 cm und durch die vernachlässigbare Anfangsenergie wird der Radius höchstens noch größer. Deshalb treffen die O18-Ionen sicher außerhalb der Öffnung auf die Blende.

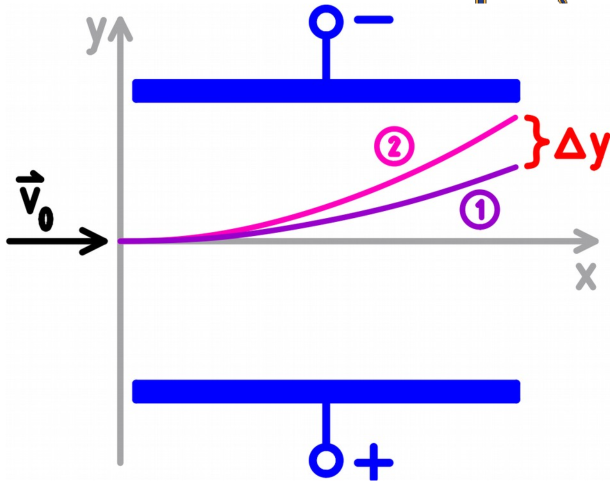
d) Der Radius der Flugbahn der Ionen ist proportional zu √U1. Bei mehr als 200-facher Beschleunigungsspannung bedeutet das den 14-fachen Radius, also einen 14 mal so großen Sektormagneten. Die einzige Möglichkeit den Radius klein zu halten wäre es, die Flussdichte des Magnetfeldes auf mehr als das zehnfache zu steigern. Konstante homogene Magnetfelder dieser Stärke lassen sich aber gar nicht oder nur mit extremem Aufwand erzeugen. Die Apparatur würde also ohne Aufteilung in Beschleunigungsphasen wesentlich größer und damit auch teurer werden.

Aufgabe 8.139: Abi 2010; Trennung von Isotopen, Teil 2

Ein Teilchenstrahl enthält einfach positiv geladene Ionen der Kohlenstoff-Isotope C12 und C14. Die Massen der Isotope betragen m(C12) = 12,0 u und m(C14) = 14,0 u.

a) Erklären Sie Aufbau und Funktionsweise eines Filters, der es ermöglicht, einen Strahl von Ionen identischer Geschwindigkeit v0 zu erzeugen.

... Im Folgenden wird nur dieser Strahl mit einheitlicher Geschwindigkeit verwendet. Der Mittelteil der Aufgabe handelt von der Trennung der beiden Isotope C12 und C14 bei Durchquerung eines Kondensators. Gegeben war das nebenstehende Bild. Weiter geht es dann mit ...

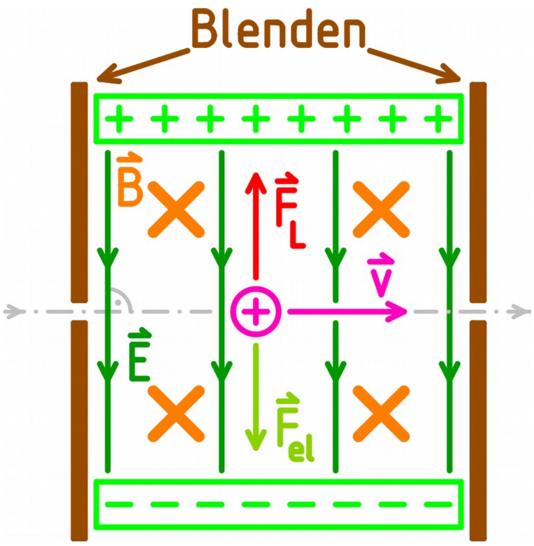


Anstelle eines elektrischen Feldes kann zur Trennung der beiden Teilchenarten C12 und C14 auch ein homogenes Magnetfeld verwendet werden.

b) Erstellen Sie eine Skizze mit Richtung der magnetischen Feldlinien und den entsprechenden Bahnkurven der Isotope. Begründen Sie ihre Zuordnung der Bahnkurven zu den Isotopen.

c) Beschreiben Sie die Unterschiede hinsichtlich Bahnform und Geschwindigkeitsbetrag der Teilchen bei Trennung im elektrischen bzw. magnetischen Feld.

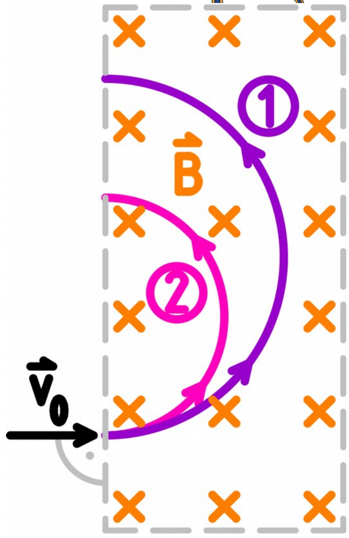
Lösung:



a) Im Geschwindigkeitsfilter stehen elektrisches Feld (von Kondensator erzeugt) und Magnetfeld (von Spule oder Permanentmagnet erzeugt) senkrecht aufeinander. Die geladenen Teilchen gelangen durch die erste Blende senkrecht zu beiden Feldlinien in den Bereich des Geschwindigkeitsfilters. Die Felder müssen so orientiert sein, dass Lorentzkraft und elektrische Kraft entgegengesetzte Richtungen haben. Nur die Teilchen, bei denen Lorentzkraft und elektrische Kraft gleich groß sind werden nicht abgelenkt und können den Geschwindigkeitsfilter durch zweite Blende verlassen (das funktioniert natürlich nur mit geladenen Teilchen, ungeladene Teilchen können den Filter mit beliebigen Geschwindigkeiten durchqueren). Weil die Lorentzkraft von der Geschwindigkeit abhängig ist, sind das Teilchen einer ganz bestimmten Geschwindigkeit:

$$F_L = F_{el} \;\rightarrow\; q \cdot v \cdot B = q \cdot E \;\rightarrow\; \underline{v = \frac{E}{B}}$$

b) siehe Bild



Die Ablenkung erfolgt gemäß der Dreifinger-Regel für die Lorentzkraft auf die positiv geladenen Ionen.

Ladung und Geschwindigkeit der beiden Isotope sind gleich groß, einziger Unterschied ist die Masse.

Die Masse der C14-Ionen ist größer, deshalb werden sie "nicht so stark" abgelenkt und durchlaufen Bahn 1. Bahn 2 ist dann die Bahn der C12-Ionen.

➔ Man kann auch mit Gleichungen argumentieren:

Ladung und Geschwindigkeit sind gleich groß, nur die Masse unterscheidet sich:

$$q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow r = \frac{v}{q \cdot B} \cdot m$$

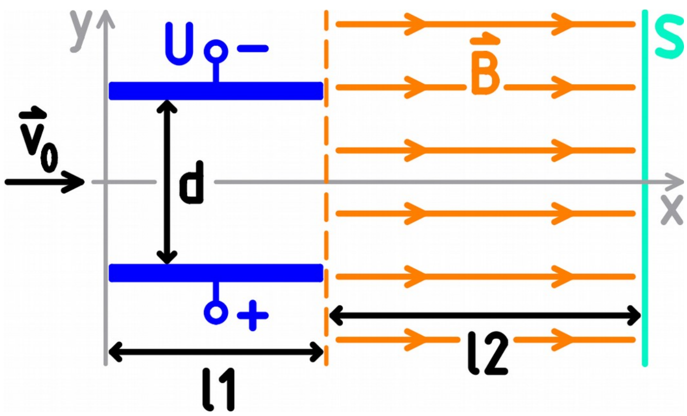
Also ist der Radius der Flugbahn direkt proportional zur Masse der Ionen, deshalb gehört Bahn 1 zum C14 und Bahn 2 zum C12.

c) Bahnform: Im elektrischen Feld ergeben sich Parabelbahnen, im Magnetfeld ergeben sich - unter der Voraussetzung, dass die Ionen senkrecht zu den Feldlinien in das Magnetfeld eintreten - Ausschnitte von Kreisbahnen, z.B. Halbkreise.

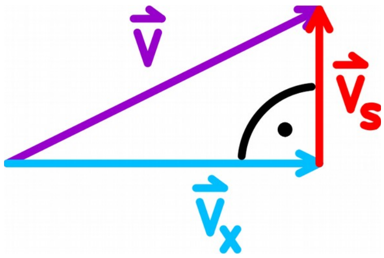
Geschwindigkeitsbetrag: Im elektrischen Feld ändert sich der Geschwindigkeitsbetrag ständig (die Beschleunigung ändert nie ihre Richtung). Im Magnetfeld ist die Beschleunigung immer senkrecht zur Geschwindigkeit, deshalb ändert sich der Betrag der Geschwindigkeit im Magnetfeld nicht.

Aufgabe 8.140: Abi 2011; Protonen im magnetischen Feld, Teil 2

Protonen mit einheitlicher Geschwindigkeit v0 = 2000 km/s treten mittig und senkrecht zu den elektrischen Feldlinien in das homogene Querfeld eines Plattenkondensators mit ...



Die am Kondensator anliegende Ablenkspannung bezeichnen wir mit U (<- wird später noch ein gefragter Parameter) .



Die Protonen verlassen den Ablenkkondensator mit der Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung vx = 2000 km/s und der Komponente senkrecht dazu vs = 383 km/s. Nach Verlassen des Kondensators treten die Protonen schräg zur Feldlinienrichtung in ein homogenes Magnetfeld ein, dass nur im gezeichneten Bereich auf die Protonen wirkt.

a) Beschreiben Sie, welche Auswirkungen das Magnetfeld auf Betrag und Richtung von vx und vs hat. Begründen Sie damit, dass sich die Protonen nach Verlassen des Kondensators auf einer schraubenförmigen Bahn bewegen, wenn sie das homogene Magnetfeld nicht verlassen.

b) Die Protonen sollen nach genau einem Umlauf auf der Schraubenlinie auf den Schirm S treffen. Zeigen Sie, dass in diesem Fall für die magnetische Flussdichte gelten muss:

$$B = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{e \cdot t}$$

Dabei bezeichnet t die Zeitspanne, in welcher die Protonen die Distanz l2 in x-Richtung durch das Magnetfeld zum Schirm durchlaufen.

c) Wie wirkt sich bei unveränderter magnetischer Flussdichte eine Vergrößerung der Ablenkspannung U (am vor dem Magnetfeld liegenden Ablenkkondensator) auf den Radius der Schraubenlinie aus? Ändert sich dadurch die Anzahl der Umläufe bis zum Schirm? Begründen Sie ihre Antworten.

<u>Lösung:</u>

a) vx ist parallel zum B-Feld, deshalb hat das Magnetfeld gar keinen Einfluss auf diese Geschwindigkeitskomponente. vs ist senkrecht zum B-Feld und erzeugt eine Lorentzkraft senkrecht zu vs und senkrecht zum Magnetfeld. Von vs wird also permanent die Richtung geändert, der Betrag von vs bleibt immer gleich groß (<- weil die Kraft senkrecht zu vs ist).

In y- und z-Richtung durchläuft das Proton deshalb eine Kreisbahn die von einer Bewegung in x-Richtung mit konstanter Geschwindigkeit überlagert wird. Daraus resultiert die Schraubenlinie.

b) Zuerst analysieren wir nur die Bewegung senkrecht zur x-Richtung, in dieser Richtung entsteht die Kreisbahn.

$$F_L = F_z \rightarrow e \cdot v_s \cdot B = m \cdot \frac{v_s^2}{r} \rightarrow e \cdot B \cdot r = m \cdot v_s = m \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \rightarrow B = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{e \cdot T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{e \cdot t}$$

Im letzten Schritt können wir für die Umlaufdauer T die Flugdauer t einsetzen, weil die Protonen während des Fluges ja genau einen Umlauf machen sollen.

c) Eine Vergrößerung der Ablenkspannung bewirkt eine Vergrößerung von vs und wegen e · B · r = m · vs wird dann auch der Radius der Schraubenlinie größer. An der Gleichung erkennt man auch, dass Radius der Schraubenlinie r und Geschwindigkeitskomponente vs direkt proportional zueinander sind.

vs = (2·π·r)/T -> T = (2·π) · (r/vs)

Weil r und vs direkt proportional zueinander sind, sind sie Quotientengleich, deshalb ändert sich die Umlaufdauer nicht und deshalb ändert sich auch die Anzahl der Umläufe nicht.

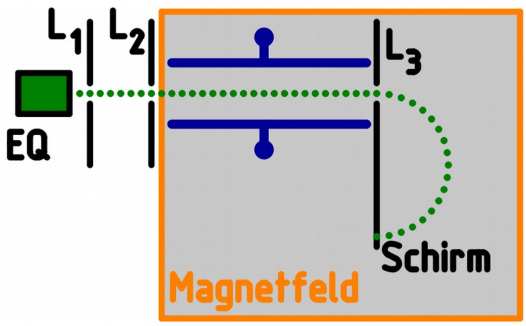
Man kann auch mit der Rechnung aus b) argumentieren:

$$B = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{e \cdot T} \rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{e \cdot B}$$

An dieser Gleichung sieht man, dass die Umlaufdauer auf der Schraubenlinie nur von der magnetischen Flussdichte des Magnetfeldes abhängt, deshalb hat die Veränderung irgendwelcher anderer Parameter keinen Einfluss auf die Anzahl der Umläufe (<- ganz ähnlich wie beim nichtrelativistischen Zyklotron).

<u>Aufgabe 8.141: G8 Muster-Abi 2010; Massenbestimmung von Elektronen</u>

Die Elektronenquelle EQ sendet Elektronen mit unterschiedlicher Geschwindigkeit aus. Die Elektronen treten durch die Lochblenden L1 und L2, wie abgebildet, in ein homogenes Magnetfeld mit der Flussdichte B = 4,0mT ein. Das magnetische Feld herrscht im gesamten eingerahmten Rechteck, das elektrische nur im Plattenkondensator.



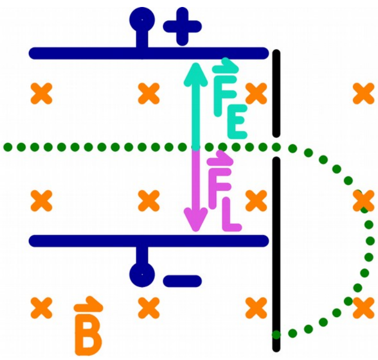
a) Erläutern Sie eingehend, warum man durch geeignete Wahl der beiden Felder erreichen kann, dass nur Elektronen einer bestimmten Geschwindigkeit den Kondensator geradlinig passieren und danach nach unten abgelenkt werden. Zeichnen Sie dazu die Orientierung des magnetischen Feldes und die Polung des Kondensators in die Abbildung ein.

b) Leiten Sie die Beziehung v = E/B für die Geschwindigkeit der Elektronen nach L3 her und berechnen Sie die elektrische Feldstärke E im Kondensator für Elektronen mit 5,0% der Vakuumlichtgeschwindigkeit.

c) Erläutern Sie, wie mit Hilfe obiger Anordnung bei bekannter Elektronenladung die Elektronenmasse me bestimmt werden kann. Geben Sie hierzu alle relevanten Messgrößen an und beziehen Sie diese in eine Formel zur Berechnung von me ein.

d) Mit Relativistik: Bei großen Geschwindigkeiten ergeben sich merkliche Abweichungen von der Ruhemasse eines Elektrons. Berechnen Sie, bei welcher Geschwindigkeit diese Abweichung 10% beträgt.

Lösung:



a) Bei eingezeichneter Richtung von Magnetfeld und Polung des Kondensators haben elektrische Kraft FE und Lorentzkraft FL auf ein Elektron genau entgegengesetzte Richtung. Wenn Lorentzkraft und elektrische Kraft gleich groß sind, wird ein Elektron im Innern des Kondensators nicht abgelenkt, passiert den Kondensator also gradlinig. Da die Größe der elektrischen Kraft nicht von der Geschwindigkeit der Elektronen abhängt, die Lorentzkraft aber proportional zur Geschwindigkeit der Elektronen ist, gilt dieses Kräftegleichgewicht nur für Elektronen mit einer ganz bestimmten Geschwindigkeit. Bei richtiger Orientierung der beiden Felder (wie im Bild) wirkt die Lorentzkraft nach unten und die Elektronen werden hinter dem Kondensator nach unten abgelenkt.

b) Kräftegleichgewicht: $F_{el}=F_L \rightarrow E\cdot q=q\cdot v\cdot B \rightarrow E=v\cdot B \rightarrow \underline{\underline{v=\frac{E}{B}}}$

$$E=v\cdot B=0{,}05\cdot 3\cdot 10^8\,m/s\cdot 4\cdot 10^{-3}\,T=\underline{60\,kV/m}$$

c) Mit der Kondensatorspannung erhält man die elektrische Feldstärke E = U/d und damit die Geschwindigkeit der Elektronen. Den Schirm stellt man senkrecht zur anfänglichen Flugrichtung der Elektronen und erhält dadurch zwischen Lochblende L3 und Auftreffpunkt der Elektronen auf dem Schirm den Durchmesser des Kreises und damit den Radius der Flugbahn. Damit geht man in die Zentripetalkraft, welche allein von der Lorentzkraft aufgebracht wird:

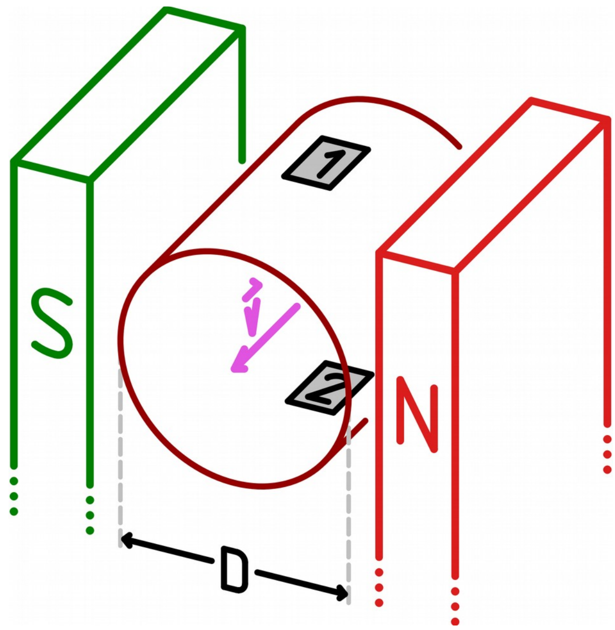
$$F_Z=F_L \rightarrow m\cdot\frac{v^2}{r}=q\cdot v\cdot B \rightarrow m=\frac{q\cdot r\cdot B}{v}=\underline{\underline{\frac{q\cdot r\cdot B^2}{E}=\frac{q\cdot r\cdot B^2\cdot d}{U}}}$$

d) $1{,}1 \cdot m_0 = m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ → $\sqrt{1-(v/c)^2} = \frac{1}{1{,}1}$ → $v/c = \sqrt{1-\left(\frac{1}{1{,}1}\right)^2}$

$\underline{v = 0{,}417 \cdot c = 1{,}25 \cdot 10^8 \, m/s}$

Aufgabe 8.142: Abi 2013; Medizinische Anwendung des Hall-Effekts

Die nebenstehende Abbildung zeigt schematisch ein zylinderförmiges Teilstück eines Blutgefäßes mit dem Durchmesser D in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte B. Im Blut, das sich mit der konstanten Geschwindigkeit v bewegt, befinden sich positiv und negativ geladene Ionen. Zwischen den Streifen 1 und 2 an der oberen bzw. unteren Gefäßwand tritt die Hall-Spannung UH auf.



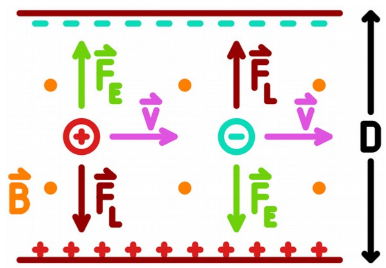
a) Erklären Sie das Zustandekommen der Hall-Spannung und bestimmen Sie deren Polarität an den Streifen 1 und 2.

b) Leiten Sie her, dass für die Hall-Spannung gilt: $U_H = B \cdot v \cdot D$

c) Bei einem Blutgefäß mit 0,50 cm Durchmesser und einer magnetischen Flussdichte von 0,50 T beträgt die Hall-Spannung 0,28 mV. Berechnen Sie sowohl die Fließgeschwindigkeit v des Blutes als auch, wie viele Liter Blut in einer Sekunde durch den Querschnitt des Blutgefäßes fließen. (Kontrolle: v = 0,11 m/s)

Lösung:

a) Das Bild zeigt die Ansicht von links.



Auf die sich bewegenden Ionen wirkt im Magnetfeld eine Lorentzkraft, so dass sich am oberen Rand des Blutgefäßes die negativ geladenen Ionen sammeln und am unteren Rand die positiv geladenen. Dadurch entsteht ein nach oben gerichtetes elektrisches Feld, das auf die Ionen eine der Lorentzkraft entgegengerichtete Kraft ausübt. Sobald die beiden Kräfte im Gleichgewicht sind endet der Prozess der Ladungstrennung. Das elektrische Feld impliziert wegen U = E·D eine Spannung zwischen dem oberen und dem unteren Rand, die Hall-Spannung.

b) Kräftegleichgewicht zwischen elektrischer Kraft und Lorentzkraft.

$$F_{el} = F_L \rightarrow E_H \cdot q = q \cdot v \cdot B \rightarrow \frac{U_H}{D} \cdot q = q \cdot v \cdot B \rightarrow \underline{\underline{U_H = D \cdot v \cdot B}}$$

c) $$U_H = B \cdot v \cdot D \rightarrow v = \frac{U_H}{B \cdot D} = \frac{0{,}28 \cdot 10^{-3}\,V}{0{,}50\,T \cdot 0{,}50 \cdot 10^{-2}\,m} = \underline{\underline{0{,}112\,m/s}}$$

In einer Sekunde fließt ein Zylinder mit Durchmesser 0,50 cm und einer Höhe von 0,112 m durch einen Gefäßquerschnitt.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-2}\,m \cdot 0{,}112\,m = \underline{\underline{2{,}2 \cdot 10^{-6}\,m^3 = 2{,}2 \cdot 10^{-3}\,l = 0{,}0022\,l}}$$