9 Spezielle Relativitätstheorie

9.1 Masse und Energie

Masse und Energie sind zueinander äquivalente physikalische Größen. D.h. jede Energie, egal in welcher Form, entspricht einer Masse und jede Masse entspricht einer Energie. Für die Umrechnung zwischen Masse und Energie gilt:

<u>Äquivalenz von Masse und Energie</u>

$$E = m \cdot c^2$$

mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit c

➔ Überall, wo eine Masse steht können wir die ganz einfach durch eine Energie ersetzen ($m = E/c^2$). Überall wo eine Energie steht, können wir die ganz einfach durch eine Masse ersetzen ($E = m \cdot c^2$).

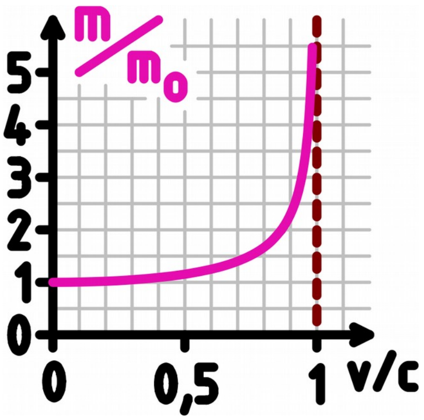
Um die Geschwindigkeit eines Körpers zu steigern, muss man ihm Energie zuführen. Mit der Geschwindigkeit eines Körpers steigt deshalb seine Energie, also auch seine Masse. Genauer:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \Leftrightarrow E = \frac{E_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

mit Ruhemasse des Körpers m_0 bzw. Ruheenergie E_0

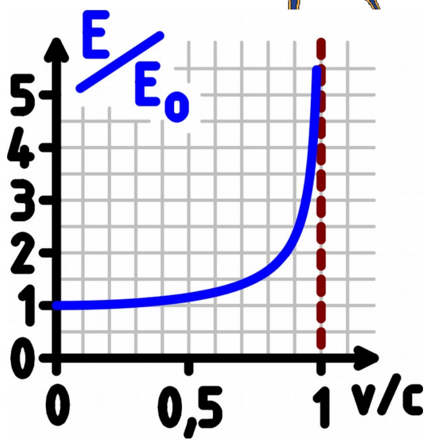
➔ Nicht immer sind SI-Einheiten das bequemste zum Rechnen. Oft ist es bequemer die Geschwindigkeit als v/c in Vielfachen der Lichtgeschwindigkeit zu skalieren.

➔ Wenn die Geschwindigkeit gegen die Lichtgeschwindigkeit geht, dann geht der Nenner gegen Null, und die Masse geht gegen unendlich (siehe Diagramm).



☠ Die Gleichung gilt nur für Teilchen, die eine Ruhemasse besitzen. Für alle Teilchen, auch für solche ohne Ruhemasse, wie zum Beispiel Photonen, gilt die Formel $E = m \cdot c^2$.

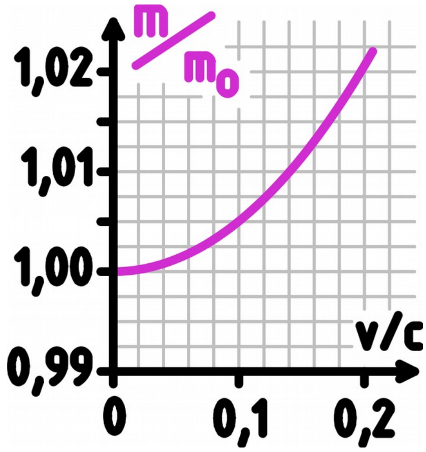
Wegen der Äquivalenz von Masse und Energie kann man genau dasselbe Diagramm wie für die Masse auch für die Energie machen.



Am Diagramm sieht man, dass die Energie eines Teilchens, das eine Ruhemasse besitzt, gegen unendlich geht, wenn die Geschwindigkeit sich der Lichtgeschwindigkeit annähert. Deshalb gilt:

- ☠ Ein Objekt, das eine Ruhemasse besitzt, kann niemals die Lichtgeschwindigkeit erreichen oder gar überschreiten.

Aufgabe 9.143:



Bei den meisten Rechnungen sind wir zufrieden, wenn wir auf zwei geltende Ziffern genau sind. D.h. ein Abweichung unter einem Prozent ist für uns normalerweise akzeptabel. Diese Aufgabe soll mit Hilfe des Diagramms bearbeitet werden.

Bemerkung: Durch die Streckung in y-Richtung und meine dicken Striche ist das nicht mehr gut erkennbar, aber das Diagramm hat für $v/c = 0$ eine horizontale Tangente.

a) Ab welcher Geschwindigkeit - in Vielfachen der Lichtgeschwindigkeit und in m/s weicht die Masse eines Körpers um mehr als 1% von seiner Ruhemasse ab?

b) Wie groß ist die Abweichung der Masse eines Teilchens von der Ruhemasse - gemessen in Prozent der Ruhemasse - wenn das Teilchen sich mit 10% der Lichtgeschwindigkeit bewegt?

- ☠ Laut amtlicher Vorschrift muss an bayerischen Schulen ab $v = 0{,}1 \cdot c$ relativistisch gerechnet werden.

9.2 Ruheenergie; kinetische Energie

Wegen der Äquivalenz von Masse und Energie $E = m \cdot c^2$ besitzt jedes Teilchen mit einer Ruhemasse m_0 auch eine Ruheenergie E_0 .

$$\boxed{E_0 = m_0 \cdot c^2}$$

Wird dem Teilchen von außen Energie in Form von kinetischer Energie zugeführt, dann steigt seine Energie auf den Wert E.

$$\boxed{E = E_0 + \Delta E = E_0 + E_{kin} \quad ; \quad E = E_0 + E_{kin} \quad ; \quad E_{kin} = E - E_0}$$

Die kinetische Energie ist also die Differenz von Nachher- und Vorher-Energie, in unserem Fall die Differenz zwischen Gesamt- und Ruheenergie.

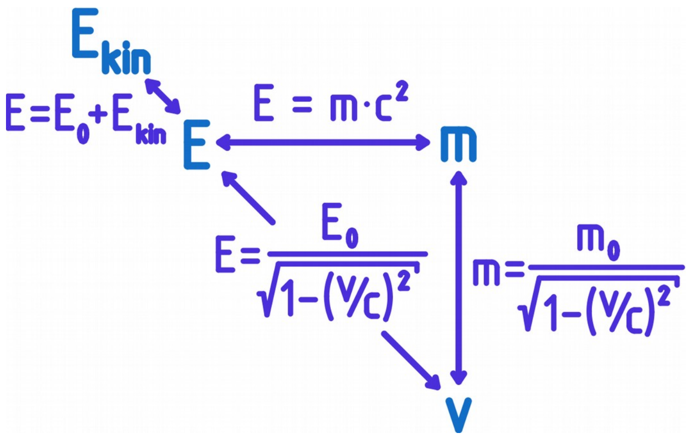
☠ Niemals rechnen wir direkt mit der kinetischen Energie, dass ist viel zu kompliziert.

☺ Wenn die kinetische Energie (oder die Beschleunigungsspannung) gegeben ist rechnen wir zuerst die Gesamtenergie aus und rechnen mit der Gesamtenergie weiter.

☺ Wenn die kinetische Energie (oder die Beschleunigungsspannung) gesucht ist, berechnen wir einfach die Gesamtenergie und ziehen ganz zum Schluss die Ruheenergie ab.

<u>Aufgabe 9.144: Lücken ausfüllen</u>

Elektronen	Protonen	allgemeines Teilchen
$E = 600\,keV$ $E_{kin} =$	$E = 1{,}5\,GeV$ $E_{kin} =$	$E = 1{,}05 \cdot E_0$ $E_{kin} =$
$E =$ $E_{kin} = 2{,}0\,MeV$	$E =$ $E_{kin} = 500\,Gev$	$E =$ $E_{kin} = 2{,}0 \cdot E_0$
$E =$ $U_B = 20\,kV$	$E = 3{,}0\,GeV$ $U_B =$	$E = 1{,}0 \cdot 10^6 \cdot E_0$ $E_{kin} =$



Rechnen ist schwierig

Denken Sie beim Rechnen daran, dass Sie an jeder Stelle an der eine Energie steht ganz leicht eine Masse hinschreiben können und umgekehrt. Vielleicht ist es hilfreich, wenn Sie zu Anfang beim Rechnen das Schema im Bild neben sich liegen haben. (Die Ecke unten links kommt später).

Lorentzfaktor, γ

Der Term mit der Wurzel taucht beim Rechnen relativ oft auf. Als Abkürzung schreibt man dafür ein kleines Gamma. Manchmal spart man sich ein bisschen Schreibarbeit, wenn man als Zwischenergebnis den Lorentzfaktor ausrechnet.

Lorentzfaktor

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

Der Lorentzfaktor ist ein Maß dafür, wie stark die relativistischen Effekte bei einer bestimmten Geschwindigkeit sind. Mit dem Lorentzfaktor lauten die Gleichungen für Geschwindigkeitsabhängigkeit von Masse und Energie:

$$E = \gamma \cdot E_0 \qquad \text{bzw.} \qquad m = \gamma \cdot m_0$$

Wenn man Energie oder Masse kennt kann man den Lorentzfaktor ausrechnen:

$$\gamma = \frac{E}{E_0} \qquad \text{bzw.} \qquad \gamma = \frac{m}{m_0}$$

Aufgabe 9.145: Lorentzfaktor

a) Protonen im Teilchenbeschleuniger haben eine Energie von 79,92 GeV.

Bestimme den Lorentzfaktor für diese Protonen.

Zeige durch Rechnung, dass sich diese Protonen annähernd mit Lichtgeschwindigkeit bewegen.

Die Protonen müssen durch ein Magnetfeld auf eine Kreisbahn mit Radius 400 m gebracht werden. Bestimme das dazu notwendige Magnetfeld.

b) Wir untersuchen Elektronen die sich mit 29,85% der Lichtgeschwindigkeit bewegen.

Bestimme den Lorentzfaktor für diese Elektronen.

Berechne die Masse und die kinetische Energie dieser Elektronen.

Die Elektronen bewegen sich in einem Magnetfeld der Flussdichte B = 0,8 T. Bestimme den Bahnradius der Flugbahn dieser Elektronen.

c) Wie groß muss der Lorentzfaktor eines Teilchens sein, damit es sich annähernd mit Lichtgeschwindigkeit bewegt? Annähernd heißt hier mindestens mit 99,9% Lichtgeschwindigkeit.

Wie groß ist dann seine kinetische Energie in Vielfachen seiner Ruheenergie?

klassisch oder relativistisch?

Bis zu einer Geschwindigkeit von 0,1c dürfen wir klassisch rechnen, darüber müssen wir relativistisch rechnen.

Aufgabe 9.146:

Berechne wie viel Prozent vom Betrag der Ruheenergie die kinetische Energie eines Teilchens ist, das sich mit 0,1c bewegt.

Lösung:

D.h. sobald die kinetische Energie mehr als 0,5% vom Betrag der Ruheenergie ist, m.a.W. sobald E/Eo größer als 1,005 ist müssen wir relativistisch rechnen.

Aufgabe 9.147:

a) Vorher ruhende Elektronen (Protonen) werden von der Beschleunigungsspannung Ub beschleunigt. Ab welcher Beschleunigungsspannung müssen wir bei Elektronen (bei Protonen) relativistisch rechnen?

b) Die meisten Alpha-Strahler emittieren Alpha-Teilchen mit kinetischen Energien von 4 MeV bis 6 MeV. Muss man die Geschwindigkeiten dieser Alpha-Teilchen relativistisch berechnen?

Aufgabe 9.148: Alles natürlich relativistisch

a) Berechne die Geschwindigkeit eines Protons in Prozent der Lichtgeschwindigkeit, wenn das Proton eine kinetische Energie von 500MeV besitzt.

b) Berechne die kinetische Energie eines Protons, das 95% der Lichtgeschwindigkeit hat. Wie groß muss eine Beschleunigungsspannung sein, um das Proton auf diese Geschwindigkeit zu bringen?

c) Berechne die notwendige Beschleunigungsspannung, um ein Elektron auf eine Geschwindigkeit von $2{,}0 \cdot 10^8 m/s$ zu beschleunigen.

d) Berechne die relativistische Massenzunahme eines Körpers in Prozent der Ruhemasse, wenn sich der Körper mit einer Geschwindigkeit von 30 000 m/s - Geschwindigkeit der Erde um die Sonne - bewegt.

e) Wie groß muss die Geschwindigkeit eines Körpers sein, damit seine Masse um 1% größer als seine Ruhemasse ist.

f) Berechne die Geschwindigkeit von Alpha-Teilchen, die eine kinetische Energie von 5 MeV (typischer Wert bei Alpha-Zerfall) besitzen. (Bemerkung: Hier ist eine relativistische Rechnung eigentlich nicht erforderlich; vergleiche das Ergebnis mit einer klassischen Rechnung.)

g) Berechne die Masse von Elektronen in Vielfachen der Ruhemasse, wenn sich die Elektronen mit 99% der Lichtgeschwindigkeit bewegen. Welche Beschleunigungsspannung ist erforderlich, um die Elektronen auf diese Geschwindigkeit zu beschleunigen?

h) Mit welcher Geschwindigkeit muss sich ein Teilchen bewegen, damit seine Masse auf das doppelte der Ruhemasse steigt?

i) Im Innern der Sonne herrscht eine Temperatur von ca. 15 Mio. Kelvin. Für die mittlere thermische, kinetische Energie der Teilchen in Abhängigkeit der Temperatur gilt die Formel: $E_{kin} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$ (mit der Boltzmann-Konstante $k = 1{,}4 \cdot 10^{-23}\, J/K$). Bestimme die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen im Kern der Sonne; vergleiche auch hier mit einer klassischen Rechnung.

k) Protonen, die bereits eine kinetische Energie von 500 MeV besitzen, werden mit einer Beschleunigungsspannung von 400 MV "nachbeschleunigt". Bestimme die Gesamtenergie und die Geschwindigkeit dieser Protonen im Anschluss an die "Nachbeschleunigung".

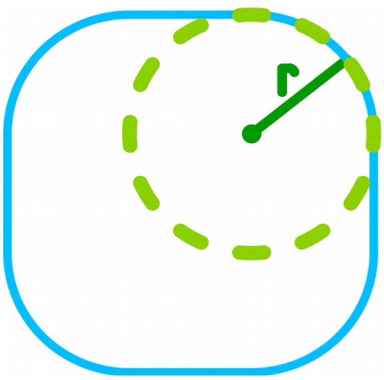
Aufgabe 9.149: Formeln herleiten; alles relativistisch

a) Ein Teilchen der Ladung q und der Ruheenergie Eo wird durch eine Spannung U beschleunigt. Bestimme eine Formel für die Geschwindigkeit v des Teilchens in Abhängigkeit dieser drei Parameter.

b) Ein Teilchen der Ruhemasse mo und der Ladung q bewegt sich mit der Geschwindigkeit v in einem Magnetfeld der Flussdichte B auf einer Kreisbahn. Bestimme eine Formel für die Umlaufdauer T in Abhängigkeit dieser vier Parameter.

c) Ein Teilchen der Ruheenergie Eo, der kinetischen Energie Ekin und der Ladung q bewegt sich in einem Magnetfeld der Flussdichte B auf einer Kreisbahn. Bestimme Formeln für die Umlaufdauer T und den Radius r der Kreisbahn in Abhängigkeit der gegebenen vier Parameter.

d) War schon öfter im Abi dran: Ein Teilchen der Ladung q bewegt sich in einem Teilchenbeschleuniger annähernd mit Lichtgeschwindigkeit, d.h. v ≈ c (<- das bedeutet, dass man beim Rechnen für die Geschwindigkeit v = c einsetzten soll). Durch Magnetfelder der Flussdichte B wird es in Abschnitten auf Kreisbahnsegmente mit Radius r gezwungen. Zeige, dass zwischen der Energie des Teilchens und der benötigten magnetischen Flussdichte der folgende Zusammenhang besteht:

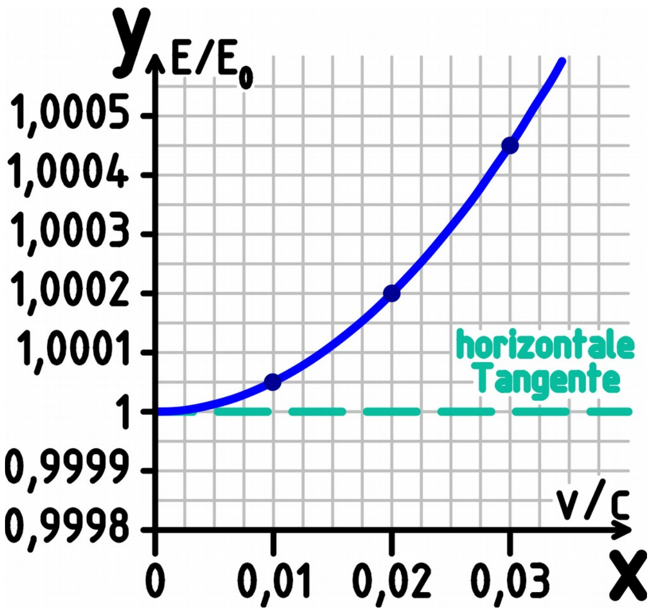


$$E = q \cdot r \cdot c \cdot B$$

Aufgabe 9.150: Näherungsformel für die kinetische Energie

Das Rechnen mit den komischen Wurzeltermen ist recht lästig. Für kleine Geschwindigkeiten kann man versuchen die Energie mit einer einfachen Funktion anzunähern. Eine Gerade als Näherung funktioniert nicht, weil das v - E - Diagramm an der Stelle $v = 0$ eine horizontale Tangente hat, d.h. bei Näherung mit einer Geraden wäre die Energie unabhängig von der Geschwindigkeit und es gäbe gar keine kinetische Energie.

Man kann aber versuchen die Energie mit einer Parabel anzunähern. Das Bild zeigt die Energie (Gesamtenergie) eines Teilchens in Vielfachen der Ruheenergie in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit. Gezeigt wird ein Ausschnitt für recht kleine Geschwindigkeiten (bis ca. 12 Mio. m/s). Aus dem Diagramm soll in mehreren kleinen Arbeitsschritten eine Näherungsformel für die Gesamtenergie bei niedrigen Geschwindigkeiten und damit schließlich eine Näherungsformel für die kinetische Energie gewonnen werden (wir müssen dann ja nur noch die Ruhe-Energie abziehen).



a) Da der Scheitel der Parabel bei $x = 0$ liegt, lautet die Gleichung für die Näherungsparabel $y = a \cdot x^2 + c$. Bestimme a und c und schreibe die Parabelgleichung für y(x) auf. Am einfachsten geht es wenn man einen der markierten Punkte benutzt. Kontrolliere die benutzten Punkte am besten durch nachrechnen mit der exakten Formel mit dem Taschenrechner. (Kontrolle: $y = 0{,}5 \cdot x^2 + 1$)

b) Setze nun für $x = (v/c)$ und für $y = (E/E_o)$ ein und löse die Gleichung nach E auf. Löse beim Rechnen immer sofort jede Klammer auf, die entsteht. Jetzt haben wir eine Näherungsformel für die Gesamtenergie des Teilchens bei niedrigen Geschwindigkeiten.

c) Jetzt fehlen noch zwei Schritte. Bestimme zuerst aus dem Ergebnis von b) eine Näherungsformel für die kinetische Energie. Setze nun für die Ruheenergie E_o die noch drin steht $E_o = m_o \cdot c^2$ ein und vereinfache den Term soweit wie möglich.

Aufgabe 9.151:

In großen Teilchenbeschleunigern werden Protonen mit dem 100-fachen ihrer Ruheenergie injiziert und bis auf das $7\frac{1}{2}$-tausendfache ihrer Ruheenergie beschleunigt. Ihre Geschwindigkeit steigt dabei um 0,005% der Anfangsgeschwindigkeit. Erkläre, weshalb sich die Geschwindigkeit der Protonen bei diesem Beschleunigungsprozess kaum verändert. Was verändert sich dagegen schon?

9.3 Energie-Impuls-Beziehung

klassisch: $$E_{kin}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2=\frac{m\cdot v^2}{2}=\frac{m^2\cdot v^2}{2\cdot m}=\frac{(m\cdot v)^2}{2\cdot m}=\frac{p^2}{2\cdot m}$$

Energie-Impuls-Beziehung: $E_{kin}=\dfrac{p^2}{2\cdot m}$

- ➔ Das bedeutet, dass ein Teilchen mit einer sehr großen Masse einen großen Impuls haben kann, ohne viel kinetische Energie zu besitzen.
- ➔ Ein Teilchen mit einer sehr kleinen Masse hat auch bei kleinem Impuls schon eine große kinetische Energie.

relativistisch:

Auch hier gilt p = m · v , nur muss man die relativistische Masse einsetzen.

$$E=m\cdot c^2=\frac{m_0\cdot c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad /\cdot\sqrt{\;\cdots} \qquad \text{gibt dann} \qquad E\cdot\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}=E_0$$

Wir erweitern den Bruch in der Wurzel mit m (nicht mit m_0) , damit der Impuls reinkommt

$$E\cdot\sqrt{1-\left(\frac{m\cdot v}{m\cdot c}\right)^2}=E_0 \qquad \text{Klammer auflösen gibt} \qquad E\cdot\sqrt{1-\frac{(m\cdot v)^2}{m^2\cdot c^2}}=E_0$$

Dann erweitern wir den Bruch in der Wurzel noch mit c^2 damit im Nenner die Gesamtenergie kommt

$$E\cdot\sqrt{1-\frac{(m\cdot v)^2\cdot c^2}{m^2\cdot c^2\cdot c^2}}=E_0 \qquad \text{Einsetzen von } m\cdot c^2=E \text{ gibt dann} \qquad E\cdot\sqrt{1-\frac{p^2\cdot c^2}{E^2}}=E_0$$

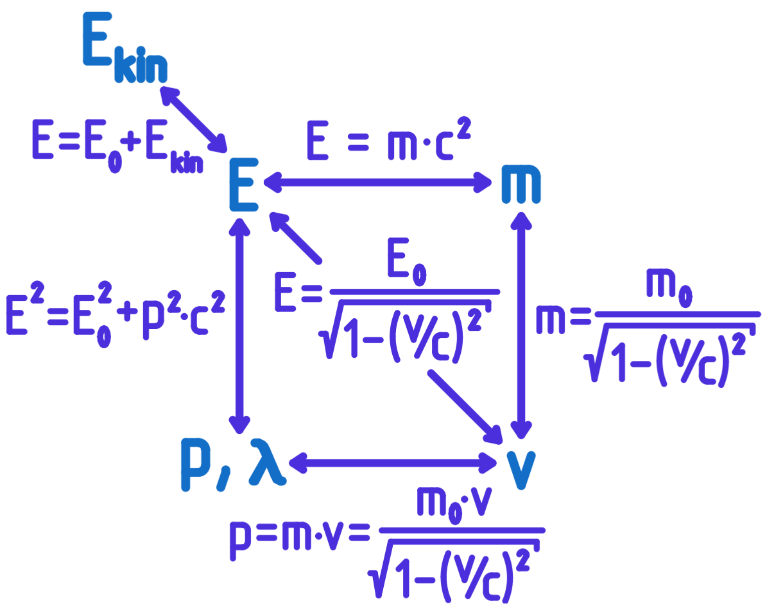
Jetzt quadrieren wir erst mal die ganze Gleichung

$$E^2 \cdot \left(1 - \frac{p^2 \cdot c^2}{E^2}\right) = E_0^2 \qquad \text{Klammer auflösen gibt} \qquad E^2 - p^2 \cdot c^2 = E_0^2$$

und erhalten

$$\boxed{E^2 = E_0^2 + p^2 \cdot c^2 = \left(m_0 \cdot c^2\right)^2 + p^2 \cdot c^2}$$

relativistische Energie-Impuls-Beziehung



Damit können wir jetzt die linke Ecke in unserem Rechendiagramm ausfüllen.

Am häufigsten braucht man die relativistische Energie-Impuls-Relation zum Ausrechnen von Wellenlängen hochenergetischer Teilchen. Das lernen Sie erst in der 12ten. Weil das aber Ihre Hauptanwendung ist, gleich mal ein Beispiel dazu.

Aufgabe 9.152: Mit "de Broglie"

De Broglie sagt, dass mikroskopische Teilchen Welleneigenschaften besitzen. Die Wellenlänge λ der Teilchen ergibt sich aus ihrem Impuls p. Für diesen Zusammenhang gilt die Gleichung

$$p = \frac{h}{\lambda} \qquad \text{bzw.} \qquad \lambda = \frac{h}{p}$$

mit dem Planckschen Wirkungsquantum h (Zahlenwert siehe Formelsammlung).

a) Berechne die kinetische Energie und damit die notwendige Beschleunigungsspannung, die ein Proton haben muss, um eine Wellenlänge von 10^{-18}m zu erreichen.

b) Berechne die Wellenlänge eines Elektrons mit einer Energie von 50MeV.

Aufgabe 9.153:

Elektronen bewegen sich in einem Magnetfeld der Flussdichte B auf einer Kreisbahn mit Radius r.

a) Zeige, dass für den Impuls der Elektronen gilt: $p = e \cdot r \cdot B$

b) Berechne mit Hilfe der Energie-Impuls-Beziehung und der in a) gefundenen Formel die Energie von Elektronen, die sich in einem Magnetfeld der Flussdichte B = 0,5 T auf einer Kreisbahn mit Radius r = 8,0 cm bewegen. Wie groß ist die Geschwindigkeit dieser Elektronen?

c) Ab einer Energie von $1{,}005 \cdot E_0$ sind die Elektronen relativistisch. Bestimmen Sie mit Hilfe von a) und der Energie-Impuls-Beziehung wie groß der Radius der Kreisbahn bei B = 0,5 T höchstens sein darf, damit wir noch klassisch rechnen können.

9.4 Raum und Zeit

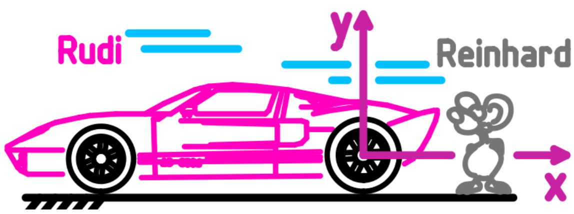
"Spezielle" Relativitätstheorie heißt: Keine Beschleunigung, also nur konstante Geschwindigkeit; alles was hier gesagt wird gilt nur unter dieser Bedingung.

9.4.1 Begriff: Bezugssystem; System

Um Bewegungsvorgänge beschreiben zu können braucht man zuerst mal ein Koordinatensystem, also ein Bezugssystem. Unser Koordinatensystem werden wir irgendwie in "unser Labor" legen. Ein Physiker im Andromedanebel wird sein Koordinatensystem in "sein Labor" legen. Die beiden Koordinatensysteme werden sich dann gegeneinander bewegen. Wenn sie ihr Koordinatensystem "richtig" wählen, dann werden alle Physiker im Universum dieselben physikalischen Gesetze finden.

Inertialsystem: Was heißt "richtig"?

Wir halten ein Bezugssystem für "richtig", wenn in dem System das erste Newtonsche Gesetz gilt. Dann gelten automatisch auch die anderen Newtonschen Gesetze und alle anderen physikalischen Gesetze die wir gefunden haben. Ein solches Bezugssystem, in dem das erste Newtonsche Gesetz gilt, nennen wir ein Inertialsystem.



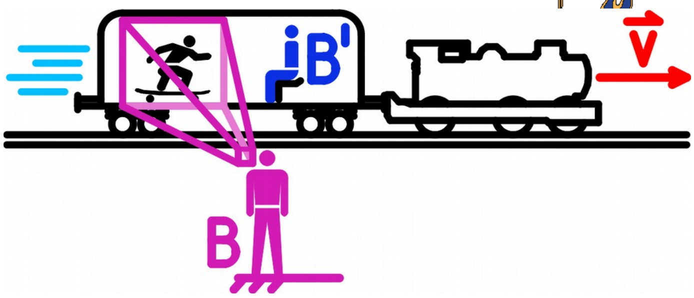
Wenn wir unser Koordinatensystem an Rudi Rasers Auto festmachen, bekommen wir beim Start an der Ampel kein Inertialsystem. Reinhard die Ratte wird in diesem System beschleunigt, obwohl keine Kraft auf ihn wirkt. Sobald Rudi allerdings auf der Autobahn ist, und mit 320 Sachen nach Würzburg fliegt haben wir ein Inertialsystem. Reinhard, auf den keine Kraft wirkt, bewegt sich in diesem System zwar mit hoher Geschwindigkeit, wird aber nicht weiter beschleunigt. D.h. sobald Rudi mit konstanter Geschwindigkeit fährt, egal wie schnell, ist das Koordinatensystem ein Inertialsystem.

9.4.2 Postulate der speziellen Relativitätstheorie

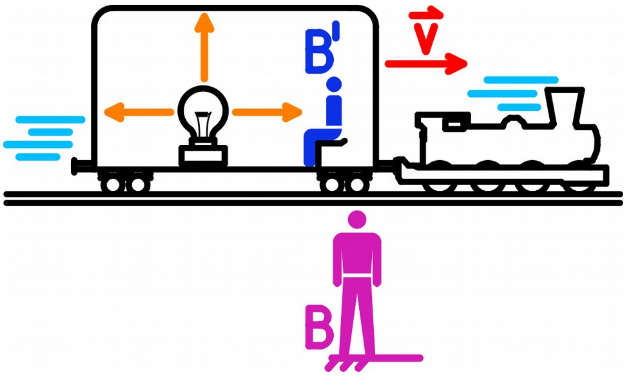
➔ Es gibt ein Inertialsystem und jedes Bezugssystem, das sich relativ zum ersten mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, ist ebenfalls ein Inertialsystem in dem alle physikalischen Gesetze genau dieselbe Gestalt haben.

➔ Die Lichtgeschwindigkeit c ist in allen Inertialsystemen bei allen Bedingungen, d.h. auch in allen Richtungen, immer gleich groß.

<u>Was bedeutet das?</u>

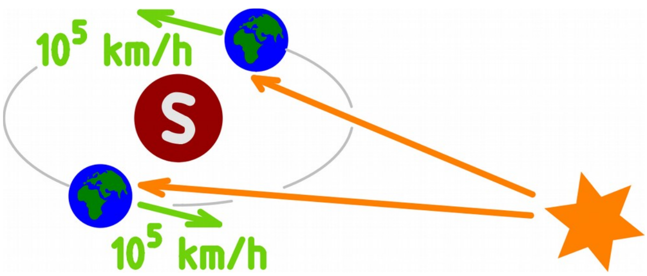


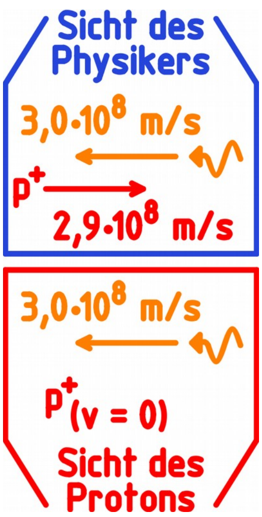
Wenn Franziska im Zug (v = 25m/s) Skateboard fährt (ist verboten) dann misst der Beobachter B' im Zug ihre Geschwindigkeit zu u' = 5m/s. Ein Beobachter außerhalb des Zuges misst für ihre Geschwindigkeit den Wert u = 30m/s. Das bedeutet die Geschwindigkeit von Franziska ist abhängig vom Bezugssystem des Beobachters.



Wenn man dasselbe Experiment mit Licht macht dann stellt man fest, dass beide Beobachter immer exakt dieselbe Größe für die Geschwindigkeit der Lichtstrahlen (Photonen) messen, und zwar unabhängig von der Richtung. Die Richtung ist nicht für beide gleich, denn ein Lichtstrahl, der für B' vertikal nach oben geht, der geht für B nach schräg rechts oben.

Für Lichtstrahlen, die von einem fernen Stern kommen, messen wir unabhängig von unserer momentanen Position auf der Umlaufbahn der Erde immer dieselbe Geschwindigkeit, obwohl wir einmal dem Lichtstrahl entgegen fliegen und ein anderes mal von ihm weg.





Selbst für ein Proton, dass im Teilchenbeschleuniger fast mit Lichtgeschwindigkeit fliegt, bewegt sich der ihm entgegenkommende Lichtstrahl mit derselben Geschwindigkeit an ihm vorbei.

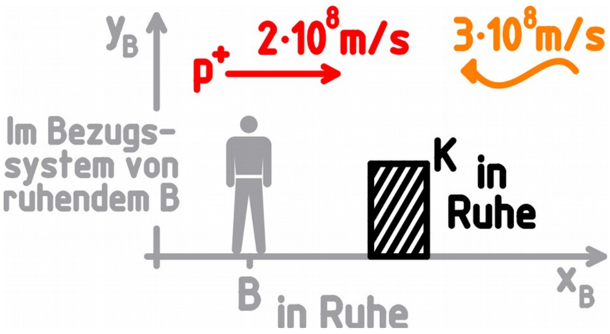
- ☠ Aus Sicht des Physikers im Labor haben Proton und Lichtstrahl eine Relativgeschwindigkeit von $5{,}9 \cdot 10^8 m/s$. Die Relativgeschwindigkeit zweier Körper kann in einem Bezugssystem also größer sein als die Lichtgeschwindigkeit. Aber die Geschwindigkeit eines Körpers gemessen in einem beliebigen Bezugssystem kann niemals größer als Lichtgeschwindigkeit sein.

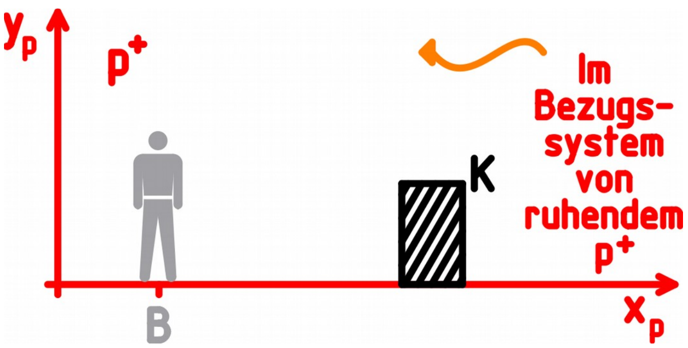
Die beiden aus unserer physikalischen Erfahrung kommenden Postulate von oben führen zu weitreichenden Schlussfolgerungen.

- Im Folgenden werden die Schlussfolgerungen nur dargestellt, nicht begründet. Es wird also nicht erklärt, weshalb das so sein muss.

<u>Zuerst aber eine Aufgabe 9.154:</u>

Im Bezugssystem, in dem der Beobachter B in Ruhe ist, bewegt sich ein Proton mit der angegebenen Geschwindigkeit nach rechts. Ein Photon bewegt sich mit Lichtgeschwindigkeit nach links. Die Kiste K und der Beobachter B sind in Ruhe.



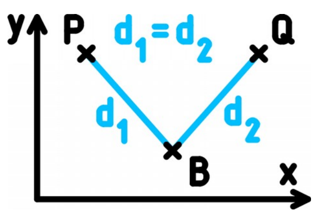


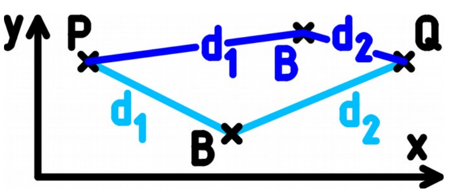
Wie groß sind die Geschwindigkeiten der vier Körper (Teilchen) im Bezugssystem, in dem das Proton ruht? Zeichne die Geschwindigkeiten in das zweite Bild ein.

9.4.3 Gleichzeitigkeit

Um den Begriff gleichzeitig benutzen zu können, muss man erst ein Bezugssystem wählen, das man dann nicht mehr verlassen darf. Der Begriff gleichzeitig ist unproblematisch, wenn zwei Ereignisse an ein und demselben Ort stattfinden. Nur wenn die Ereignisse an zwei verschiedenen Orten P und Q passieren, brauchen wir eine Definition für den Begriff. Dafür nutzen wir die Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit.

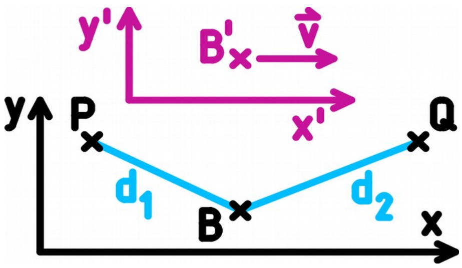
Wir stellen den Beobachter B so, dass er von beiden Orten P und Q gleich weit entfernt ist. Das Ereignis bei P sendet einen Lichtstrahl zu B, genauso das Ereignis bei Q. Wenn beide Lichtstrahlen gleichzeitig bei B eintreffen, dann waren die Ereignisse bei P und Q gleichzeitig.





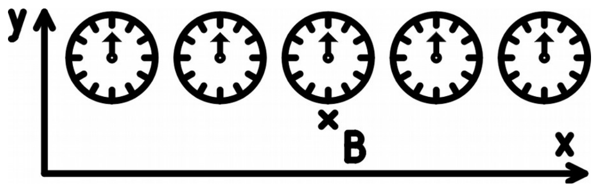
Das kann auch jeder andere Beobachter, der in unserem Bezugssystem in Ruhe ist (man sagt "der sich in unserem Bezugssystem befindet"). Wenn er die verschiedenen Laufweglängen für die beiden Lichtstrahlen berücksichtigt, dann stellt auch er genau dieselbe Gleichzeitigkeit wie B fest. Ein relativ zu unserem Bezugssystem bewegter Beobachter hat andere Bedingungen und stellt die Gleichzeitigkeit nicht fest.

Zwei räumlich getrennte Ereignisse, die in einem Bezugssystem gleichzeitig stattfinden, sind in keinem anderen, relativ dazu bewegten Bezugssystem, gleichzeitig.

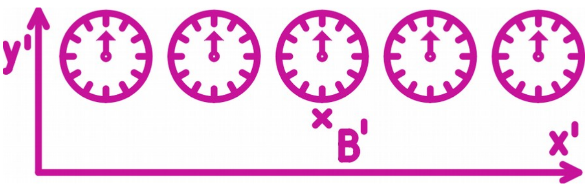


Wir stellen uns einen Beobachter B' vor, der sich zu dem Zeitpunkt, zu dem die Lichtstrahlen bei B eintreffen genau an der selben Stelle wie B befindet, und der sich sehr schnell in Richtung Q bewegt. Wenn B und B' genau an der selben Stelle sind, sollen die Uhren von B und B' genau dieselbe Zeit anzeigen (Da die beiden Ereignisse an demselben Ort stattfinden haben wir kein Problem mit der Gleichzeitigkeit). Dann wird B' für das Ereignis Q (das sich auf ihn zu bewegt) einen früheren Zeitpunkt als B feststellen, und für das Ereignis bei P (das sich von ihm wegbewegt) einen späteren Zeitpunkt als B. Beide haben recht, ihre Messungen gelten aber nur innerhalb ihres eigenen Bezugssystems.

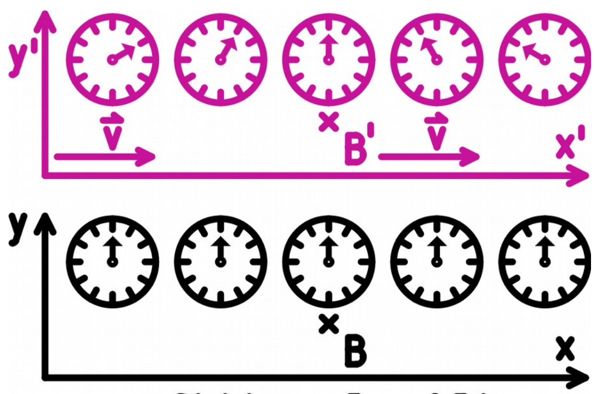
9.4.4 Uhrensynchronisation



Jetzt, da wir Gleichzeitigkeit feststellen können, können wir auch in unserem Bezugssystem beliebig viele Uhren synchronisieren.



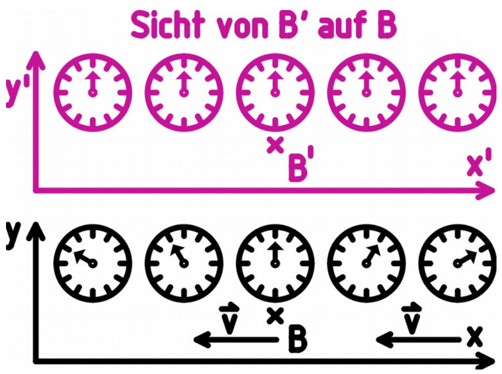
Wenn alle Uhren gleichzeitig dieselbe Zeit anzeigen, dann sind sie synchron. Dasselbe kann natürlich der relativ zu uns bewegte Beobachter B' in seinem eigenen Bezugssystem machen.



Sicht von B auf B'

Wenn wir als Beobachter B jetzt die Uhren von B' ablesen stellen wir fest, dass die Uhren, die sich auf uns zu bewegen vorgehen und dass die Uhren, die sich von uns wegbewegen, nachgehen.

Genau dasselbe stellt natürlich der Beobachter B' fest. Aus seiner Sicht sind ja wir es, die sich bewegen, und zwar in die entgegengesetzte Richtung.



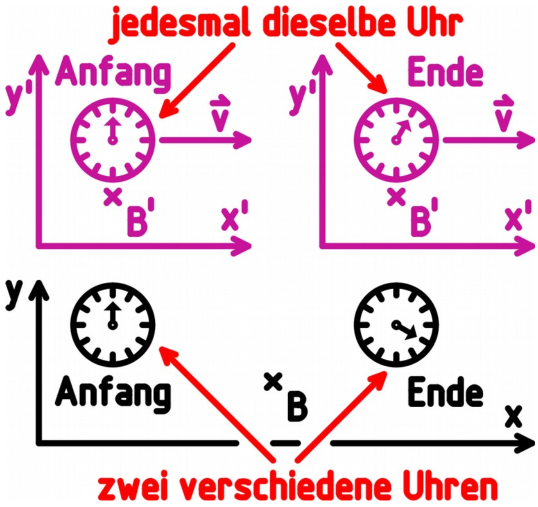
Für keinen von beiden gehen also die Uhren des anderen synchron.

Zwei in einem Bezugssystem ruhende Uhren, die in diesem Berugssystem synchron gehen, gehen in keinem anderen, relativ dazu bewegten Bezugssystem synchron.

9.4.5 Zeitdilatation

Die Zeitdilatation handelt von der Zeitspanne zwischen zwei Ereignissen, gemessen in zwei verschiedenen Bezugssystemen. Außerdem behandelt die Zeitdilatation ausschließlich einen extremen Spezialfall:

- Von Zeitdilatation kann man nur sprechen, wenn in einem der beiden Systeme die beiden relevanten Ereignisse an derselben Position stattfinden.



Wir betrachten also zwei Ereignisse, die im System S' an ein und derselben Position stattfinden. Der Beobachter B' braucht nur eine Uhr, um die Zeitspanne zwischen den beiden Ereignissen $\Delta t'$ zu messen. Im System S finden die beiden Ereignisse an verschiedenen Positionen statt, und der Beobachter B braucht zwei verschiedene Uhren um die Zeitspanne zwischen den beiden Ereignissen Δt zu messen. Unter der Bedingung, dass beide Ereignisse im System S' an derselben Position stattfinden, misst der Beobachter B eine längere Zeitspanne zwischen den Ereignissen, als B'.

Es gilt: $$\boxed{\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(v/c)^2}}}$$

Im System S' besitzt der Vorgang eine kürzere Dauer, als vom System S ausgesehen.

Es gilt: $$\boxed{\Delta t' = \sqrt{1-(v/c)^2} \cdot \Delta t}$$

➔ Der Beobachter, für den beide Ereignisse am selben Ort stattfinden, der misst die kürzere Zeitspanne.

Aufgabe 9.155:

- Scheinbares Paradoxon: Weil sich B' bewegt, misst B eine längere Zeit als B'. Von B' aus gesehen bewegt sich aber B, also muss B' eine längere Zeit messen als B.

Erkläre weshalb die Argumentation zum Herbeiführen des Widerspruchs nicht gültig ist.

Alles was bisher gesagt wurde gilt nur, für konstante Relativgeschwindigkeiten. Sobald eines der Bezugssysteme beschleunigt wird, gelten andere Bedingungen, und das bisher gesagte kann nicht mehr zur Argumentation herangezogen werden.

Aufgabe 9.156:

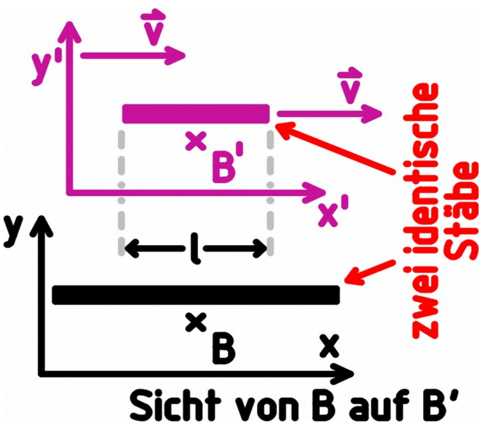
Zwillingsparadoxon: Von zwei 17jährigen Zwillingen Emil und Siegfried fliegt Siegfried mit einem schnellen Raumschiff zu den Sternen. Emil bleibt auf der Erde. Da Siegfried sich sehr schnell bewegt misst er für die Reise eine kürzere Zeitspanne als Emil. Wenn Siegfried zurück auf die Erde kommt, ist er 25 und sein Zwilling Emil ist 95. Aus der Sicht von Siegfried bewegt sich Emil, und deshalb sollte Emil die kürzere Zeitspanne messen, also müsste Emil nach der Reise jünger als Siegfried sein. Hierin liegt der Widerspruch, das Paradoxon.

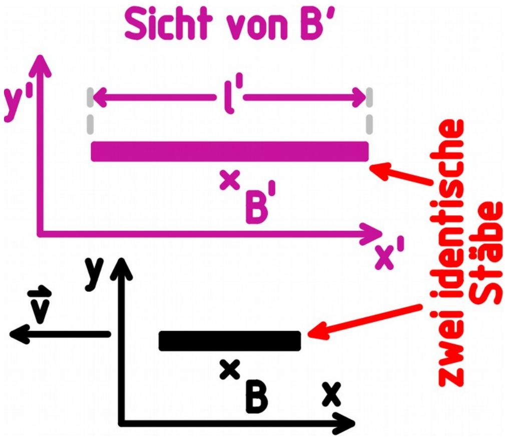
In Wirklichkeit ist nach der Landung von Siegfried auf der Erde der zu Hause gebliebene Zwilling Emil älter. Wir können das nicht ausrechnen, aber doch wenigstens ein bisschen davon verstehen.

Erkläre, weshalb die Situation nicht symmetrisch bezüglich der beiden Zwillinge ist, die beiden also in der Überlegung nicht austauschbar sind. Erkläre außerdem, weshalb dieses Problem nicht in unser Modell der "speziellen Relativitätstheorie" passt. Diese Theorie behandelt ja nur einen Spezialfall.

9.4.6 Längenkontraktion

Wir betrachten einen parallel zur Bewegungsrichtung liegenden Stab im System S'. Im Bild ist ein identischer Stab - der im System S ruht - eingezeichnet. Für den Beobachter B ist der sich für ihn bewegende Stab kürzer als sein eigener. Er misst für den aus seiner Sicht bewegten Stab die im Vergleich zur Länge seines eigenen Stabes kleinere Länge l.





Aus der Sicht von B' stellt sich die Situation umgekehrt dar. Er misst für den aus seiner Sicht ruhenden Stab die Länge l'. Mit den Variablen aus den Bildern gilt:

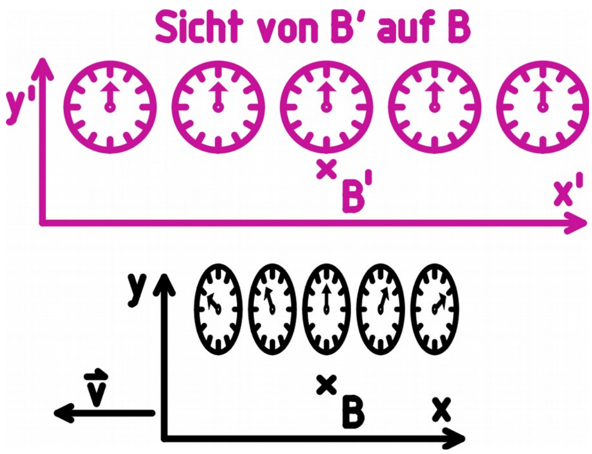
$$\boxed{l = l' \cdot \sqrt{1-(v/c)^2}}$$

➔ Der Beobachter, für den der Stab sich bewegt, misst ihn kürzer.

➔ Im Gegensatz zu der Situation, die wir bei der Zeitdilatation betrachtet haben, ist diese Situation (wenn in beiden Systemen derselbe Stab liegt) bezüglich der Systeme symmetrisch, d.h. die beiden Systeme sind austauschbar.

☠ Ihre Formelsammlung benutzt evtl. andere Bezeichnungen für die Variablen. Die Bedeutung der Variablen wird in einer Formelsammlung nicht sehr ausführlich erklärt. D.h. Sie müssen das wissen.

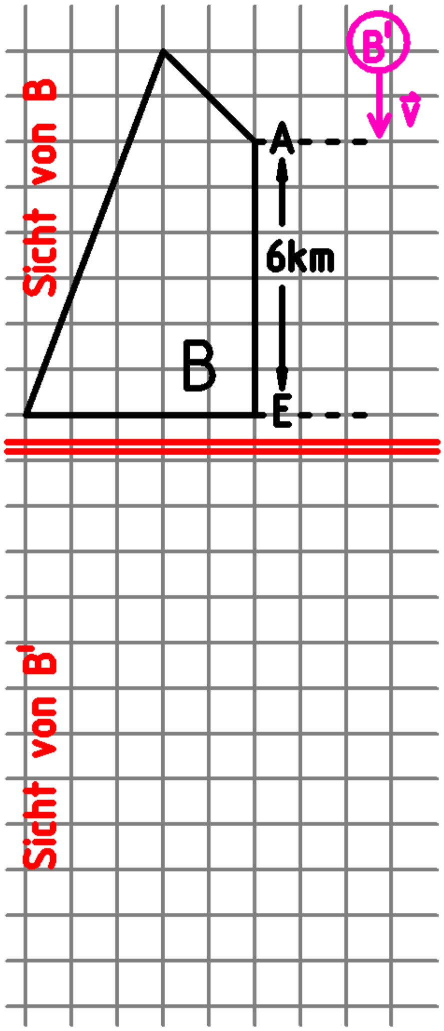
In Anbetracht der Längenkontraktion, müssen wir alle Bilder von vorhin in unserer Vorstellung nochmal korrigieren. Wenn zum Beispiel B' auf eine Reihe von Uhren blickt, die in S synchron laufen, dann gehen die Uhren nicht nur vor oder nach, sie werden für ihn auch in Bewegungsrichtung gestaucht und zusammen geschoben.



Bemerkung: Wer mehr über die Relativitätstheorie lesen will findet dazu einen regelrechten Überfluss im Internet. Die ersten üblichen Verdächtigen sind natürlich LEIFI und Wikipedia. Hier findet ihr dann auch weiterführende Links. Ein interessanter Suchbegriff wäre vielleicht noch "Relativistisches Additionstheorem für Geschwindigkeiten".

Aufgabe 9.157:

Durch kosmische Strahlung entstehen in der oberen Atmosphäre sehr schnelle Teilchen. Das Teilchen B' bewegt sich mit $v = \sqrt{3/4} \cdot c$ am Berg vorbei in Richtung Erdboden. Der Beobachter B steht auf der Erde und beobachtet den Vorgang.



a) Wir betrachten den Vorgang: "Das Teilchen B' bewegt sich von A nach E." Wer misst für diesen Vorgang die kürzere Zeitspanne, B oder B' ? Begründe deine Antwort.

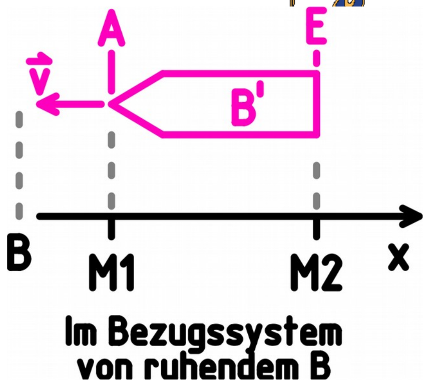
b) Beobachter B misst für die Flugdauer des Teilchens B' von A nach E eine Zeit von 23μs. Wie lange dauert der Flug aus Sicht des Teilchens B' ?

c) Wie lang ist die Strecke von A nach E aus Sicht des Teilchens B' ?

d) Wie sieht der Berg aus der Sicht von B' aus? Zeichne in das Bild die Sicht von B' auf den Berg ein.

Aufgabe 9.158:

Eine Rakete mit Beobachter B' fliegt mit $v=\sqrt{3/4}\cdot c$ am Beobachter B vorbei. Das Bild zeigt einen Moment kurz vor dem Vorbeiflug der Rakete an B, und zwar im Bezugssystem des ruhenden Beobachters B.



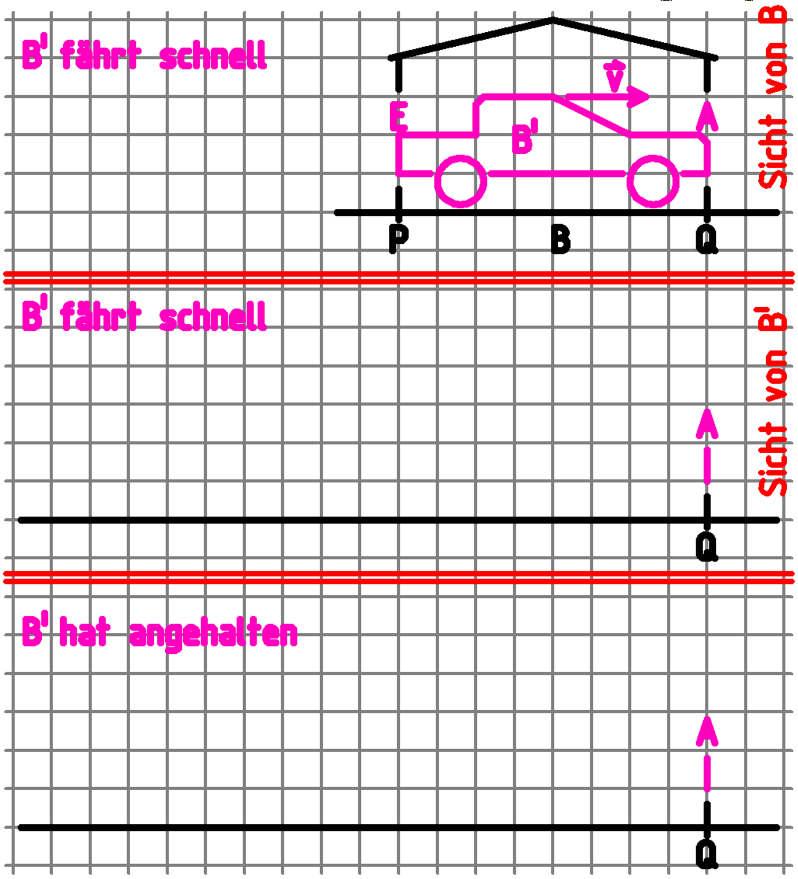
a) Wer misst für den Vorbeiflug der Rakete an B - also die Zeitspanne von "A ist bei B" bis "E ist bei B" - die kürzere Zeitspanne, B oder B' ? Begründe deine Antwort.

b) Weshalb ist deine Antwort auf a) in Einklang mit der Längenkontraktion?

c) Wie lang ist die Zeit, die B' für den Vorbeiflug misst, wenn B dafür eine Zeit von 4ns misst?

d) Der Beobachter B hat sich zwei Markierungen M1 und M2 auf seiner x-Achse gemacht. In seinem Bezugssystem gibt es während des Vorbeiflugs einen Zeitpunkt, zu dem die Rakete genau zwischen die beiden Markierungen passt. Erkläre mit einer Gleichzeitigkeitsbetrachtung, weshalb es kein Widerspruch ist, dass die Rakete im Bezugssystem von B' nicht zwischen die beiden Markierungen passt.

<u>Aufgabe 9.159:</u>



B' fährt mit seinem Auto sehr schnell mit $v=\sqrt{3/4}\cdot c$ an B vorbei und durch die Garage. Die Punkte A und E sind Anfang und Ende vom Auto, die Punkte P und Q sind Anfang und Ende der Garage. Das Bild zeigt die Sicht von B zum Zeitpunkt, wenn A bei Q ist.

a) Zeichne Garage und Auto inklusive der Punkte P und E aus der Sicht von B' zu dem Zeitpunkt, wenn A bei Q ist.

b) Aus der Sicht von B passt das Auto in die Garage rein, aus der Sicht von B' nicht. Weshalb ist das kein Widerspruch? Erkläre in Zusammenhang mit Gleichzeitigkeits-Betrachtungen.

c) Wir betrachten den Vorgang: "Das Auto fährt am Punkt P vorbei." Also den Zeitraum zwischen den Ereignissen "A ist bei P" und "E ist bei P". Wer misst für diesen Vorgang die kürzere Zeitspanne, B' oder B? Begründe deine Antwort.

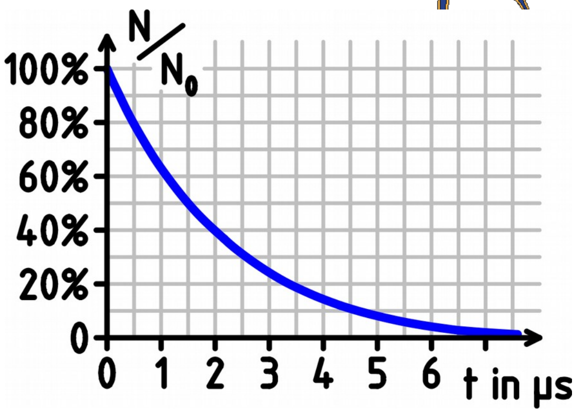
d) Wir betrachten den Vorgang: "Die Kühlerhaube des Autos bewegt sich durch die Garage." Also den Zeitraum zwischen den Ereignissen "A ist bei P" und "A ist bei Q". Wer misst für diesen Vorgang die kürzere Zeitspanne, B' oder B? Begründe !

e) Genau wenn der Punkt A des Autos am Punkt Q der Garage ist, bleibt das Auto plötzlich stehen. Der Beobachter B' wechselt also in das Bezugssystem von B, und beide haben dieselbe Sicht auf die Situation. Zeichne für diesen Zeitpunkt Garage und Auto aus der gemeinsamen Sicht der beiden Beobachter.

f) Wir gehen nochmal zurück und betrachten die Durchfahrt des schnell fahrenden Autos durch die Garage. Die Garage hat eine Ruhelänge von 4m, das Auto hat eine Ruhelänge von 8m. Welche Zeit stoppt B' für die Durchfahrt durch die Garage, also für den Zeitraum von "A ist bei P" bis "E ist bei Q". Welche Zeit stoppt B für diesen Vorgang? (38,5ns bzw. 30,8ns)

Aufgabe 9.160:

Instabile Myonen (das sind Elementarteilchen aus der Klasse der Leptonen) entstehen in einer Höhe von 9000m über dem Erdboden und bewegen sich mit einer Geschwindigkeit von 0,998c. Das Diagramm rechts zeigt den Anteil der noch nicht zerfallenen Myonen in Abhängigkeit von der nach der Entstehung verstrichenen Zeit.



a) Wie lange brauchen die Myonen um die Erdoberfläche zu erreichen? Wie groß ist der prozentuale Anteil der Myonen, die ohne Berücksichtigung relativistischer Effekte die Erdoberfläche erreichen sollten?

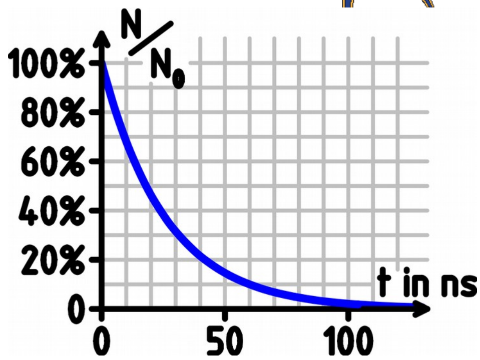
b) Weshalb erreichen in Wirklichkeit sehr viel mehr Myonen die Erdoberfläche?

c) Berechne die Zeit, die aus Sicht der Myonen während des Fluges zum Erdboden verstreicht. Wie viel Prozent der Myonen kommen also auf der Erdoberfläche an?

d) Berechne, wie groß aus Sicht der Myonen bei ihrer Entstehung die Entfernung zum Erdboden ist.

e) Berechne mit c) und d) die Geschwindigkeit mit der im Bezugssystem der Myonen der Erdboden auf sie zu kommt.

Aufgabe 9.161:



(ähnlich wie Abitur 2012) Das Diagramm rechts zeigt den Anteil der noch vorhandenen Pionen (π-Mesonen) in Abhängigkeit der seit der Entstehung verstrichenen Zeit. Die Pionen bewegen sich nach ihrer Entstehung mit einer Geschwindigkeit von 0,985c durch einen 8,0m langen Tunnel. Wie viel Prozent der Pionen kommen am Ende des Tunnels an.

a) Berechne die Laufzeit im Ruhesystem der Pionen und lies aus dem Diagramm ab. (Beachte: Längenkontraktion, Relativgeschwindigkeit systemunabhängig)

b) Rechne zuerst die Laufzeit im Laborsystem aus, anschließend über Zeitdilatation die Flugzeit für die Pionen und lies aus dem Diagramm ab.

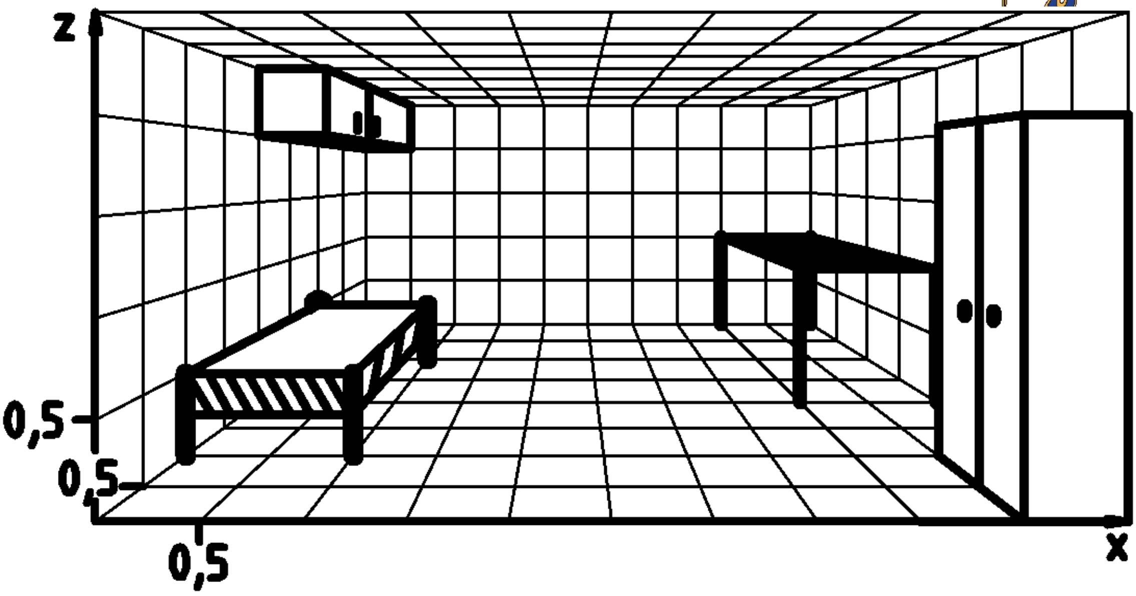
c) Anton berechnet die Laufzeit der Pionen ohne relativistische Effekte zu berücksichtigen. Zu welcher Meinung kommt er wenn er ausrechnet, wie viel Prozent der Pionen am Ende des Tunnels ankommen?

Aufgabe 9.162:

Ein Photon fliegt zum Andromedanebel (Entfernung: 2,5 Mio Lichtjahre = $2{,}4 \cdot 10^{22}$ m) Wie lange dauert der Flug aus der Sicht des Photons? Wie lang ist die Flugstrecke aus Sicht des Photons?

Aufgabe 9.163:

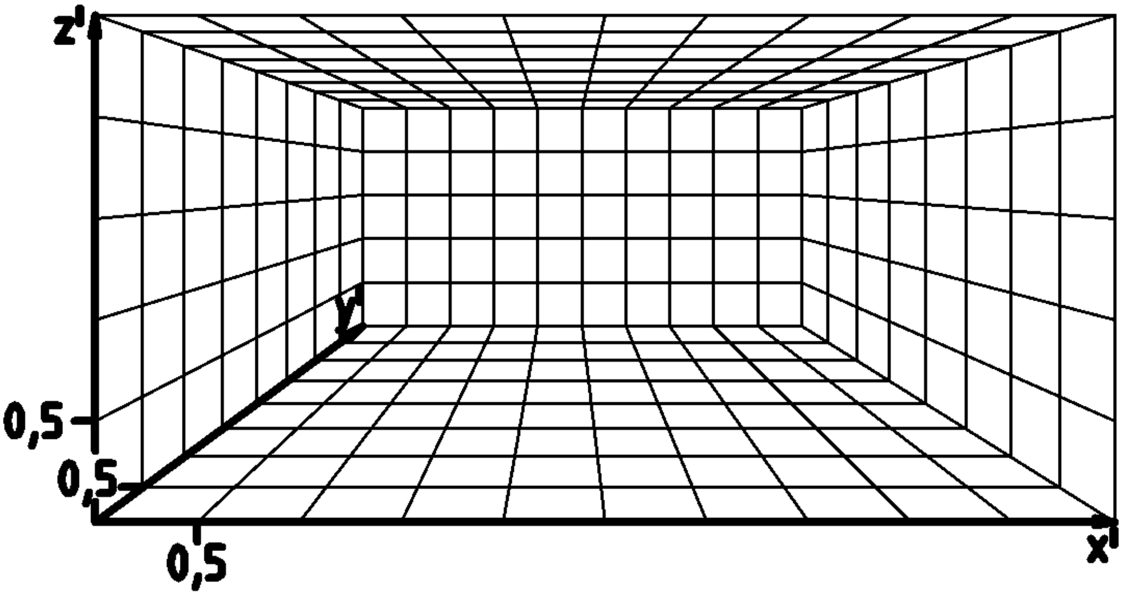
Das Bild zeigt Antons Zimmer, so wie er es sieht. Die Achsen sind in Metern skaliert.



Zeichne in das KOSY unten das Zimmer, so wie es ein Beobachter sieht, der sich gerade mit $(\sqrt{3}/2)\cdot c$ in y-Richtung (in die Zeichenebene hinein) bewegt.

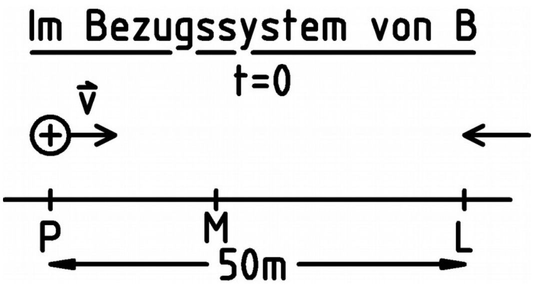
Lösung:

Beachte: Längenkontraktion nur in y-Richtung. Keine Veränderung in x- und in z-Richtung.



Aufgabe 9.164:

ISB_Zeitdilatation (Link-Ebene im Lehrplan)



Aufgabe 9.165:

Im Bezugssystem von B (Labor) bewegt sich ein Proton mit $v = 2 \cdot 10^8 m/s$ nach rechts und ein Photon (Lichtstrahl) nach links. Zum Zeitpunkt t=0 ist das Proton bei P und das Photon bei L (gleichzeitig).

➔ Im Bezugssystem von B

a) Wie lange dauert es im Bezugssystem von B, bis sich Proton und Photon am Punkt M treffen? Wie weit ist der Punkt M von P entfernt?

➔ Im Bezugssystem des Protons

Die Zeitmessung des Protons beginnt zum Zeitpunkt, wenn das Proton gerade bei P ist (t' = 0).

b) Begründe, dass die Ereignisse "Proton ist bei P" und "Lichtstrahl ist bei L" im Bezugssystem des Protons nicht gleichzeitig sind.

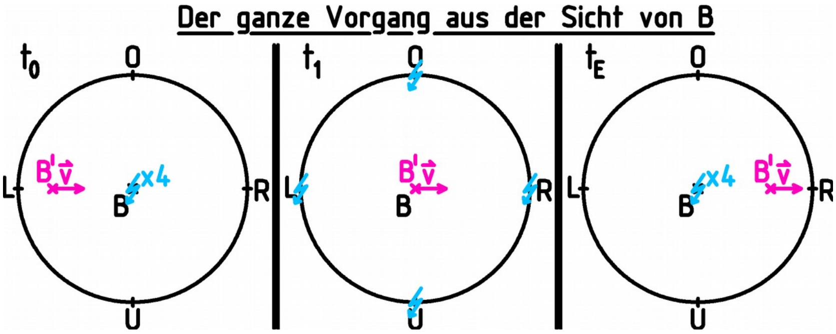
c) Wie lange dauert es im Bezugssystem des Protons vom Zeitpunkt an dem das Proton bei P ist bis zum Zusammentreffen mit dem Lichtstrahl bei M? (Tipp: Zeitdilatation)

d) Wie groß sind die Entfernungen von P nach L, von P nach M und von M nach L im Bezugssystem des Protons?

e) Wie lang ist die Strecke, die der Lichtstrahl während des Fluges des Protons von P nach M im Bezugssystem des Protons zurücklegt? Fertige eine maßstabsgetreue Zeichnung für die Lage der Punkte P, M, L und L' (der Punkt an dem der Lichtstrahl zum Zeitpunkt t' = 0 ist) im Bezugssystem des Protons an. Beschrifte die Abstände zwischen benachbarten Punkten.

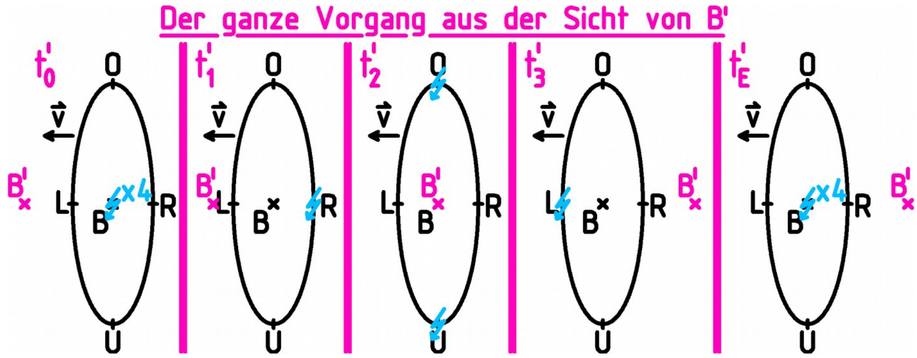
f) Zu welchem Zeitpunkt war der Lichtstrahl im Bezugssystem des Protons beim Punkt L? Fertige eine skalierte Zeitachse für die zeitliche Wahrnehmung des Protons an und trage die Ereignisse "Lichtstrahl ist bei L", "Proton ist bei P" und "Lichtstrahl und Proton treffen sich bei M" ein. Fertige eine gleichwertige Zeitachse für die zeitliche Wahrnehmung von B (im Laborsystem) an.

Aufgabe 9.166: Konstanz der Lichtgeschwindigkeit



B hat um seine Position einen Kreisförmigen Spiegel mit Radius $r=3\cdot10^9 m$ angebracht. Zum Zeitpunkt $t_0=0$ schickt er vier Lichtstrahlen von seiner Position aus zu dem Punkten O, U, L und R. Die Lichtstrahlen kommen in seinem Bezugssystem gleichzeitig bei den vier Punkten an, werden reflektiert (genau zu dem Zeitpunkt, wenn B' auf B liegt) und kommen in seinem Bezugssystem auch gleichzeitig wieder bei ihm an.

Der Beobachter B' bewegt sich relativ zu B in LR-Richtung mit einer Geschwindigkeit von $v=\sqrt{8/9}\cdot c$ und nimmt die zeitliche Reihenfolge der Ereignisse anders war, und zwar so wie im Bild dargestellt.



a) Aus der Sicht von B werden die vier Lichtstrahlen gleichzeitig ausgesendet und die vier Lichtstrahlen kommen auch wieder gleichzeitig bei ihm an. Begründe, weshalb das Aussenden der vier Lichtstrahlen und das wieder Ankommen der vier Lichtstrahlen bei B auch für B' gleichzeitig stattfindet.

b) Begründe, weshalb die Ereignisse "Lichtstrahl kommt bei O an", "Lichtstrahl kommt bei U an" und "B' liegt auf B" aus der Sicht von B' ebenfalls gleichzeitig stattfinden.

c) Wie lange dauert es im Bezugssystem von B, vom Aussenden der vier Lichtstrahlen, bis zur Ankunft an den vier Spiegeln, und von den Spiegeln wieder zurück zu B?

➔ Ab jetzt wechseln wir in das Bezugssystem von B'

d) Die Bewegung der Lichtstrahlen von B nach O und U, und wieder zurück nach B findet für B bezüglich der Bewegungsrichtung von B' am selben Ort statt. Berechne mit Hilfe der Zeitdilatation, wie lange der Flug der Lichtstrahlen von B nach O und U dauert, und wie lange der Flug wieder zurück zu B aus der Sicht von B' dauert.

➔ Wir betrachten den Vorgang: "Der Lichtstrahl läuft von B nach R"

e) Wie groß ist die Entfernung zwischen B und R aus der Sicht von B'? Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich der Lichtstrahl aus der Sicht von B' nach rechts? Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich der Punkt R aus der Sicht von B' nach links? Wie groß ist die Relativgeschwindigkeit von Lichtstrahl und Punkt R im Bezugssystem von B'? Wie lange dauert es im Bezugssystem von B', bis der Lichtstrahl von B bei R ankommt?

➔ Wir betrachten den Vorgang: "Der Lichtstrahl läuft von R nach B"

f) Wie groß ist im Bezugssystem von B' die Relativgeschwindigkeit von B und dem in Richtung B laufenden Lichtstrahl? Wie lange dauert im Bezugssystem von B' der Flug des Lichtstrahls von R nach B?

Mit der bis jetzt gesammelten Erfahrung kannst du die linke Seite selbst bearbeiten.

g) Wie lange dauert im Bezugssystem von B' der Flug des Lichtstrahls von B nach L? Wie lange dauert der Flug wieder zurück von L nach B?

h) Fertige eine maßstabsgetreue Zeichnung zweier bei Null beginnender, skalierter Zeitachsen für B und für B' an auf denen du alle wichtigen Ereignisse des ganzen Vorgangs einträgst. Für beide Beobachter soll dass Aussenden der Lichtstrahlen bei B zum Zeitpunkt Null geschehen.

9.5 Abi

Aufgabe 9.167: Abi 2001

In einem Synchrotron bewegen sich Protonen auf einer kreisförmigen Bahn mit dem Radius r = 100 m in einer evakuierten Röhre. Das Magnetfeld von Elektromagneten hält die Protonen auf der Bahn. Vereinfachend soll hier angenommen werden, dass das Magnetfeld über dem gesamten Bereich homogen ist. Die Einschussgeschwindigkeit wird als vernachlässigbar angesehen. Elektrische Felder, die bei jeder Umrundung neu durchlaufen werden, beschleunigen die Protonen, bis sie nahezu Lichtgeschwindigkeit erreichen.

a) Wie kann man grundsätzlich erreichen, dass die Protonen trotz zunehmender Geschwindigkeit auf derselben Kreisbahn bleiben?

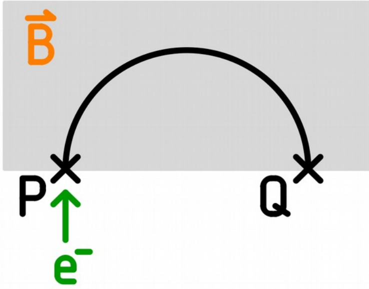
b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit v1 eines Protons, wenn es erstmals die Beschleunigungsspannung von 100 kV durchlaufen hat. Warum ist hier eine relativistische Rechnung nicht notwendig?

Nach einigen Umläufen haben die Protonen die Geschwindigkeit $2{,}62 \cdot 10^8 \, m/s$ erreicht.

c) Berechnen Sie relativistisch die Gesamtenergie E der Protonen in GeV. Um wie viel Prozent hat sich dabei ihre Masse vergrößert? (Kontrolle: E = 1,93 GeV)

d) Bestimmen Sie die Flussdichte, die das Magnetfeld haben muss, damit die Protonen aus Teilaufgabe c) auf der Bahn gehalten werden?

Aufgabe 9.168: Abi 2005; Relativistische Elektronen



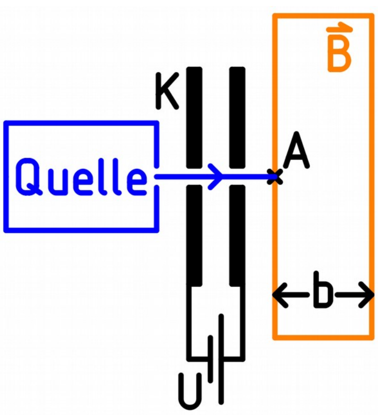
Im Punkt P treten Elektronen in ein begrenztes, homogenes Magnetfeld mit der Geschwindigkeit v = 0,98·c ein. In der Skizze ist die halbkreisförmige Bahn der Elektronen im Magnetfeld dargestellt.

a) Übertragen Sie die nebenstehende Skizze auf ihr Blatt. Ergänzen Sie sie durch eine beschriftete, schematische Darstellung einer Anordnung zur Erzeugung und Beschleunigung der Elektronen und zeichnen Sie die Orientierung des Magnetfeldes ein.

b) Berechnen Sie die Masse der Elektronen in Vielfachen der Ruhemasse und bestimmen Sie damit die notwendige Beschleunigungsspannung Ub. (Kontrolle: m = 5,03·...)

c) Die Flussdichte des Magnetfeldes beträgt 500 mT. Berechnen Sie den Bahnradius und die Flugdauer von P nach Q.

Aufgabe 9.169: Abi 1999

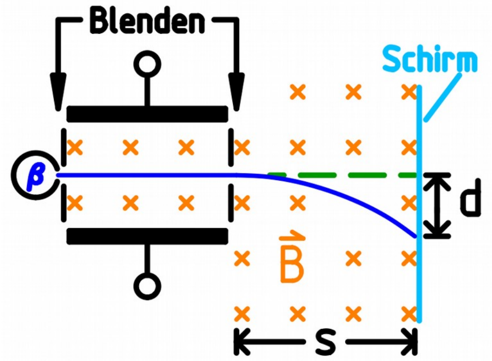


Aus einer Quelle gelangen Elektronen der einheitlichen kinetischen Energie 30 keV in den Kondensator K an dem die Spannung U = 0,17 MV anliegt. Die Elektronen werden im Kondensator weiter beschleunigt und gelangen durch zwei Blenden in den Bereich eines senkrecht zur Zeichenebene gerichteten Magnetfeldes der Flussdichte B=1,2T und der Breite b = 5,0 cm.

a) Berechnen Sie relativistisch die Geschwindigkeit der Elektronen nach dem Verlassen des Kondensators.

b) Entscheiden Sie durch Rechnung, ob die Elektronen den Magnetfeldbereich nach rechts durchqueren können.

Aufgabe 9.170: Abi 2001; Bucherer, modifiziert



Elektronen treten aus einer Betastrahlenquelle durch eine Blende in den Kondensator ein. Die Elektronenquelle liefert Elektronen unterschiedlicher Energien. Das Magnetfeld ist im gesamten Bereich der Apparatur homogen. Die Anordnung dient zum Nachweis der relativistischen Massenzunahme.

a) Erläutern Sie wie die eingezeichnete Bahn zustande kommt. Wie muss der Kondensator gepolt sein?

b) Berechnen Sie die Masse der Elektronen in Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke E im Kondensator, der magnetischen Flussdichte B, dem Abstand s und der Ablenkung d. Verwenden Sie die Näherungsformel $s^2 \approx 2rd$ um den Radius r der Kreisbahn im Magnetfeld zu ersetzen (die Gültigkeit der Näherungsformel soll nicht diskutiert werden).

Kontrolle: $\left(m = \frac{s^2 \cdot e \cdot B^2}{2 \cdot E \cdot d} \right)$

Für E = 800000V/m, B = 4,0mT und s = 5,0cm ergibt sich eine Ablenkung d = 3,3mm.

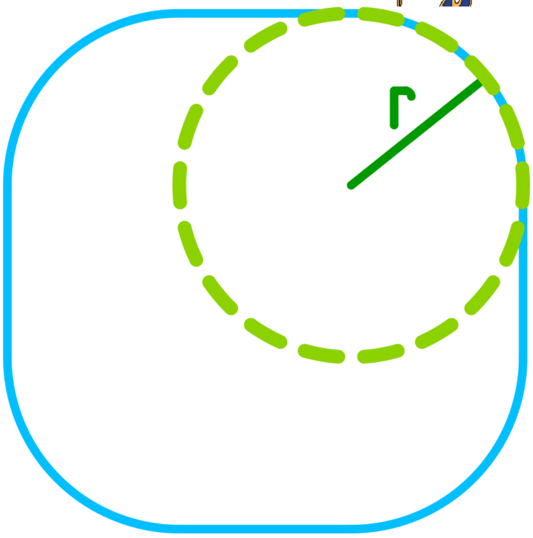
c) Bestimme die sich aus den Messwerten ergebende Masse.

d) Bestimme die Geschwindigkeit der gemessenen Elektronen und damit die sich aus dieser Geschwindigkeit ergebende relativistische Masse der Elektronen und entscheide begründet, ob der Versuch die Relativitätstheorie bestätigt.

e) Um wie viele mm würde die Ablenkung d anders als die gemessene ausfallen, wenn die Masse geschwindigkeitsunabhängig wäre?

Aufgabe 9.171: Abi 2006

Ein Synchrotron ist ein Beschleuniger, in dem geladene Teilchen eine geschlossene Bahn durchlaufen, auf die sie mit Hilfe von Ablenkmagneten gezwungen werden. Näherungsweise besteht die Bahn aus vier Viertelkreisen mit Radius r und geraden Verbindungsstücken. Auf den vier Geraden werden die Teilchen durch sogenannte Resonatoren beschleunigt. Da die Energie der Teilchen ständig zunimmt, der Kreisradius r dagegen unverändert bleibt, müssen die Magnetfelder angepasst (synchronisiert) werden.



Ein Synchrotron kann erst ab einer bestimmten Teilchenenergie arbeiten; deshalb werden die Teilchen auf die nötige Geschwindigkeit vorbeschleunigt und erst dann in das Synchrotron injiziert.

a) 1992 wurde in Hamburg das Synchrotron Hera in Betrieb genommen. In das Synchrotron werden Protonen mit der Geschwindigkeit $v = 0{,}99973\ c$ injiziert. Berechnen Sie das Verhältnis der Masse des Protons zu seiner Ruhemasse im Moment der Injektion.

Das Synchrotron Hera hat einen Umfang von 6,30 km. Die Protonen werden mit einer Gesamtenergie von $E1 = 40{,}0$ GeV injiziert und erreichen eine maximale Gesamtenergie von $E2 = 920$ GeV. Pro Umlauf wird den Protonen in jedem der vier Resonatoren durchschnittlich die Energie $\Delta E = 7{,}80$ keV zugeführt. (Energieverluste in Form von Synchrotronstrahlung sind hier schon berücksichtigt.)

b) Berechnen Sie, wie viele Umläufe des Protons von der Injektion bis zum Erreichen der maximalen Gesamtenergie nötig sind. (Kontrolle: $n = 28{,}2$ Mio)

c) Welchem Vielfachen des Erdumfangs entspricht die dabei von den Protonen zurückgelegte Strecke?

d) Schätzen Sie auf Grundlage der vorhandenen Informationen ab, wie lange der Vorgang von Teilaufgabe b) insgesamt dauert. (Kontrolle: $t = 593$ s)

Weiter auf der nächsten Seite

Berücksichtigt man, dass sich die Protonen nahezu mit Lichtgeschwindigkeit bewegen ($v \approx c$), erhält man folgenden Zusammenhang zwischen der Gesamtenergie E der Protonen und der Flussdichte B des Magnetfeldes, das die Protonen auf eine Kreisbahn zwingt:

$$E = r \cdot e \cdot c \cdot B$$

e) Leiten Sie ausgehend von einem Kraftansatz für die Kreisbewegung diese Gleichung her.

f) Berechnen Sie, zwischen welchen Werten die magnetische Flussdichte B synchronisiert werden muss, wenn der Radius r der Kreisbahn in den Magnetfeldern 800 m beträgt? (Kontrolle: B1 = 0,167 T ; B2 = 3,84 T)

- ☠ Die letzte Frage hat mit Induktion zu tun. Das kommt im Unterricht erst später. Ich hab die Frage trotzdem stehen lassen.

g) Im Synchrotron Hera erzeugen supraleitende Spulen mit einer Querschnittfläche von A = 1,80 m² das Magetfeld, das die Protonen ablenkt. Der Antstieg des Magnetfeldes induziert in jeder der Spulen eine Gegenspannung. Berechnen Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse den mittleren Wert dieser Gegenspannung für eine Spule mit 80 Windungen.

Aufgabe 9.172: G8 Abi 2011; Ionentherapie

In der Medizin werden bei der Krebstherapie hochenergetische Ionen verendet. Dazu werden vorbeschleunigte Kohlenstoffionen ($m_0 = 1{,}99 \cdot 10^{-26} kg$) in einem ringförmigen Beschleuniger (Synchrotron) so weit beschleunigt, dass sie die für die jeweilige Therapie erforderliche Energie besitzen. Um das Synchrotron durchlaufen zu können muss der Ionenstrahl durch Magnete umgelenkt werden.

a) Erklären Sie unter Zuhilfenahme einer Skizze, warum Ionen in einem homogenen Magnetfeld bei geeigneter Feldrichtung einen Kreisbogen durchlaufen.

Für eine ganz bestimmte Therapie sollen Kohlenstoffionen mit einer Geschwindigkeit von v = 0,73 c eingesetzt werden.

b) Berechnen Sie die relativistische masse m und die kinetische Energie (in GeV) eines solchen Kohlenstoffions. (Kontrolle: $m = 2{,}9 \cdot 10^{-26} kg$)

Um die angegebene hohe Endgeschwindigkeit zu erreichen, durchlaufen die zunächst noch unvollständig ionisierten Kohlenstoffionen beim Eintritt in das Synchrotron eine so genannte Stripperfolie, in der die restliche Elektronenhülle vollständig abgestreift wird.

c) Die nun vollständig ionisierten Kohlenstoffionen sollen mit v = 0,73 c einen Kreisbogen mit dem Radius r = 4,4 m durchlaufen. Berechnen Sie die dazu erforderliche magnetische Flussdichte B.

d) Erläutern Sie, warum sich die Verwendung der Stripperfolie günstig in Bezug auf Platzbedarf und Kosten beim Bau es Synchrotrons auswirkt.

Aufgabe 9.173: G8 Abi 2011; Teilchenbeschleuniger

a) Erklären Sie Aufbau und Funktionsweise eines Zyklotrons anhand einer Skizze.

b) Die magnetische Flussdichte in einem Zyklotron beträgt 0,78 T. Berechnen Sie den maximalen Durchmesser der Bahn von Protonen, die in diesem Zyklotron auf 10% der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt werden.

c) Erklären Sie, warum ein klassisches Zyklotron für die Beschleunigung der Teilchen auf größere Geschwindigkeiten als 0,10c nicht geeignet ist.

d) In einem anderen Beschleunigertyp können Protonen hingegen auf eine kinetische Energie von 4,4 GeV beschleunigt werden. Bestimmen Sie die relativistische Masse dieser Protonen (in Vielfachen ihrer Ruhemasse) sowie ihre Geschwindigkeit.

Aufgabe 9.174: Abi 2012; Protonen und Pionen in der Medizin

In darauf spezialisierten Instituten werden Tumore mit geladenen Teilchen, sogenannten Pionen, bestrahlt. Zu deren Erzeugung benötigt man Protonen hoher Energie. Ruhende Protonen werden daher zunächst beschleunigt und anschließend in einen Speicherring eingeleitet.

Gehen Sie im Weiteren vereinfachend davon aus, dass die im Speicherring gesammelten Protonen mit der Geschwindigkeit $v = 0{,}79\ c$ durch den Einsatz geeigneter Ablenkmagnete auf einer Kreisbahn mit Radius $r = 8{,}8\ \text{m}$ gehalten werden.

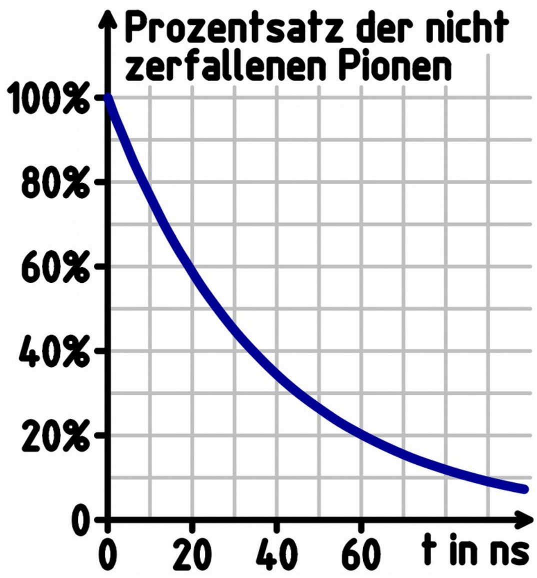
a) Zeichnen Sie einen Ausschnitt der Protonen-Kreisbahn mit Kennzeichnung der magnetischen Feldlinienrichtung. Tragen Sie außerdem in einem Punkt der Kreisbahn für ein Proton die Richtung des Geschwindigkeitsvektors sowie die der Lorentzkraft ein.

b) Berechnen Sie die Umlaufdauer eines Protons im Speicherring und die Anzahl seiner Umläufe innerhalb einer Sekunde.

c) Zeigen Sie, dass ein solches Proton die Masse $1{,}6 \cdot m_0$ (m_0: Ruhemasse des Protons) und eine kinetische Energie von mehr als $0{,}5\ \text{GeV}$ besitzt.

d) Berechnen Sie den Betrag der magnetischen Flussdichte im Speicherring.

Mittels der Protonen aus dem Speicherring werden Pionen erzeugt, die allerdings sehr rasch zerfallen. Im Weiteren werden Pionen betrachtet, die sich näherungsweise mit Lichtgeschwindigkeit durch eine $8{,}0\ \text{m}$ langen Kanal auf den Patienten zubewegen.



e) Ermitteln Sie mit Hilfe des nebenstehenden Zerfallsdiagramms, wie viel Prozent der ursprünglichen Pionen man bei Vernachlässigung relativistischer Effekte am Ende des Kanals erwarten würde.

f) Erklären Sie, warum in Wirklichkeit viel mehr Pionen am Ende des Kanals ankommen, als der in Teilaufgabe 1.e) ermittelte Prozentsatz angibt.

Aufgabe 9.175: Abi 2013; Solare und kosmische Protonen

Von der Sonne geht ein Teilchenstrom aus, der unter anderem Protonen enthält. Gehen Sie für diese solaren Protonen von einer Geschwindigkeit von $400\ \mathrm{km/s}$ aus. Aus tieferen Regionen des Alls erreichen uns noch wesentlich energiereichere kosmische Protonen, für deren Geschwindigkeit im folgenden 99% der Lichtgeschwindigkeit angenommen wird.

a) Berechnen Sie jeweils die Beschleunigungsspannung, die in einem Laborexperiment erforderlich wäre, um ein zunächst ruhendes Proton auf die Geschwindigkeit eines solaren bzw. kosmischen Protons zu beschleunigen.

b) Ein kosmisches Proton durchquert den äußeren Bereich des Sonnensystems und wird im dort herrschenden Magnetfeld der Flussdichte $0{,}30\ \mathrm{nT}$ abgelenkt. Berechnen Sie unter der Voraussetzung, dass die Ablenkung auf einer Kreisbahn erfolgt, den Bahnradius der Flugbahn.

10 Induktion

Von Induktion spricht man, wenn durch die Vermittlung eines Magnetfeldes in einer Leiterschleife eine Spannung und eventuell (bei geschlossenem Stromkreis) ein Strom erzeugt (induziert) wird.

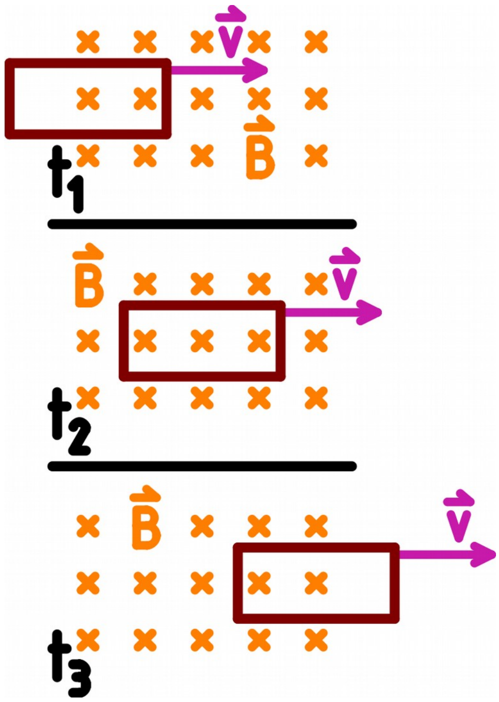
Da das Vorhandensein einer Spannung nur durch die Anwesenheit eines elektrischen Feldes zustande kommen kann ($U_{AB}=\Delta\varphi_{AB}=E\cdot s_{AB}$) könnte man allgemeiner Formulieren: Induktion ist das erzeugen eines Ringförmigen E-Feldes durch ein Magnetfeld.

10.1 Induktion, qualitativ

Im Folgenden betrachten wir zuerst bewegte Leiterschleifen aus Metall. In den Leiterstücken befinden sich frei bewegliche Elektronen und Atomrümpfe. Auf beide wirkt im Magnetfeld eine Lorentzkraft. Da die Atomrümpfe sich aber nicht von der Stelle bewegen können interessieren uns für die Reaktion auf mikroskopischer Ebene nur die freien Elektronen.

Aufgabe 10.176: Leiterschleife bewegt sich durch B-Feld

a) Finde die Richtung der Lorentzkraft auf die Leitungselektronen und zeichne, falls vorhanden, die Richtung des induzierten Stroms in der Leiterschleife ein.



b) Wenn ein Strom induziert wird, dann hat man einen stromdurchflossenen Leiter, auf den im Magnetfeld eine Kraft wirkt. Zeichne jeweils die wirkende Kraft auf die betroffenen Leiterstücke ein.

Am ersten Beispiel lernen wir zwei Dinge:

1) Es wird nur dann ein Strom induziert, wenn die Anzahl der magnetischen Feldlinien (der magnetische Fluss) durch die Leiterschleife sich gerade verändert.

2) Der induzierte Strom ist so gerichtet, dass er die Bewegung der Leiterschleife abbremst, also der Ursache für die Induktion entgegenwirkt.

Induktionsgesetz, qualitativ:

1) Wenn der magnetische Fluss durch eine Leiterschleife sich verändert, dann wird in der Leiterschleife eine Spannung induziert (und eventuell ein Strom).

2) Der induzierte Strom ist stets so gerichtet, dass er der Induktionsursache entgegenwirkt (Regel von Lenz, Energieerhaltung).

Die Regel von Lenz lässt sich auch anders formulieren:

Eine Leiterschleife versucht stets die Anzahl der magnetischen Feldlinien, die durch sie hindurch fließen (den magnetischen Fluss), konstant zu halten.

➔ Wenn also der magnetische Fluss durch die Leiterschleife stärker wird, erzeugt der induzierte Strom ein Magnetfeld, das dem externen Magnetfeld entgegenwirkt.

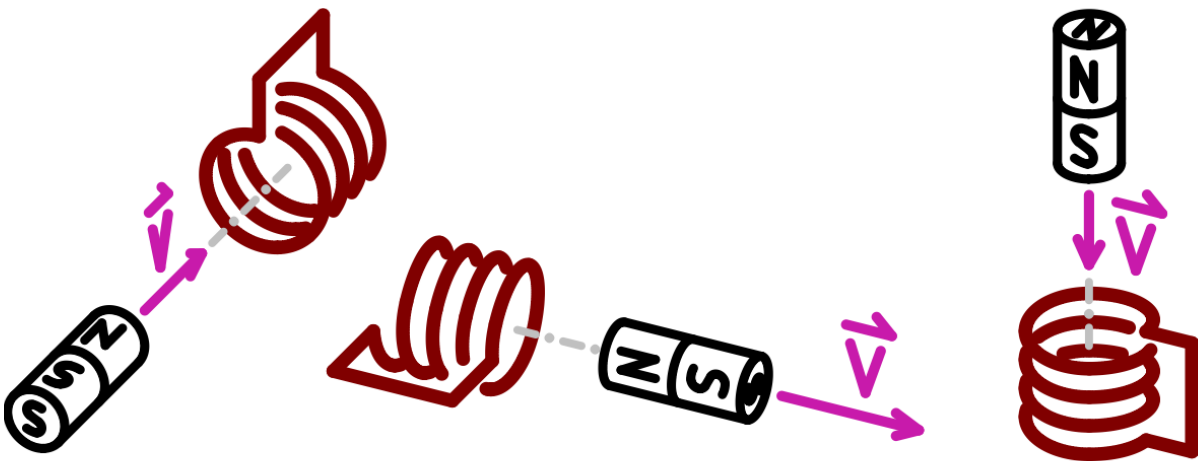
➔ Wenn die Anzahl der magnetischen Feldlinien, die durch die Leiterschleife fließen, kleiner wird, dann erzeugt der induzierte Strom ein Magnetfeld, das in die Richtung des externen Magnetfeldes zeigt.

Aufgabe 10.177: Bewegung

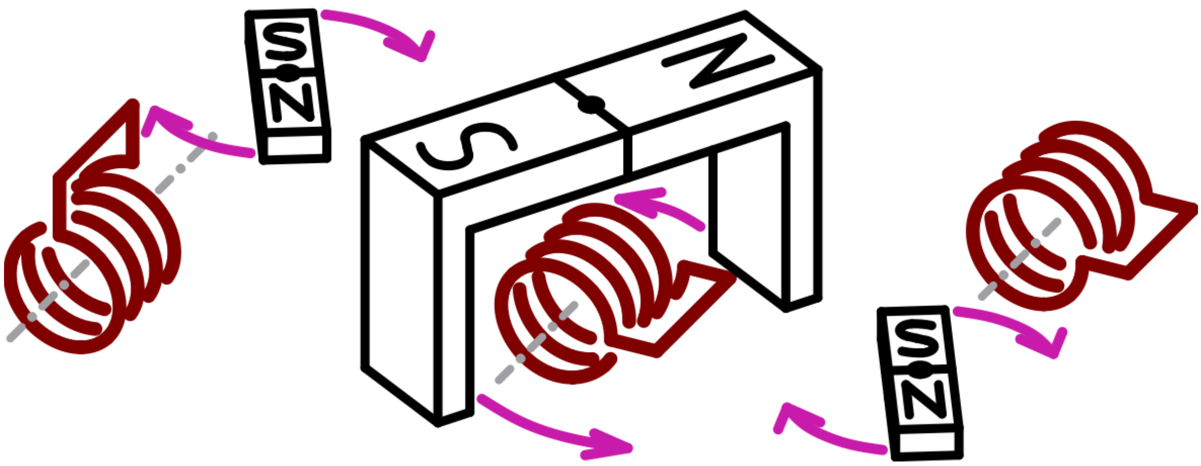
Zeichne jeweils an einer Stelle den induzierten Strom ein, falls es einen gibt. Benutze die Regel von Lenz zum Überlegen.

Zur Orientierung ist entweder die Spulen- bzw. Leiterschleifenachse oder eine Orientierungsebene eingezeichnet. Achte bei den Spulen auf die Richtung der Wicklungen. Es sind je drei bis vier getrennte Beispiele, die nichts miteinander zu tun haben.

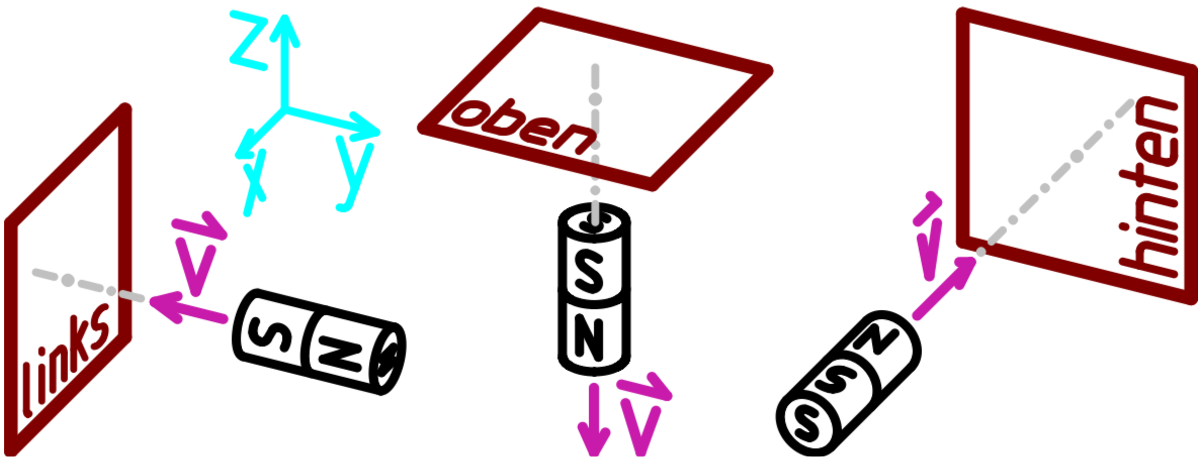
a)



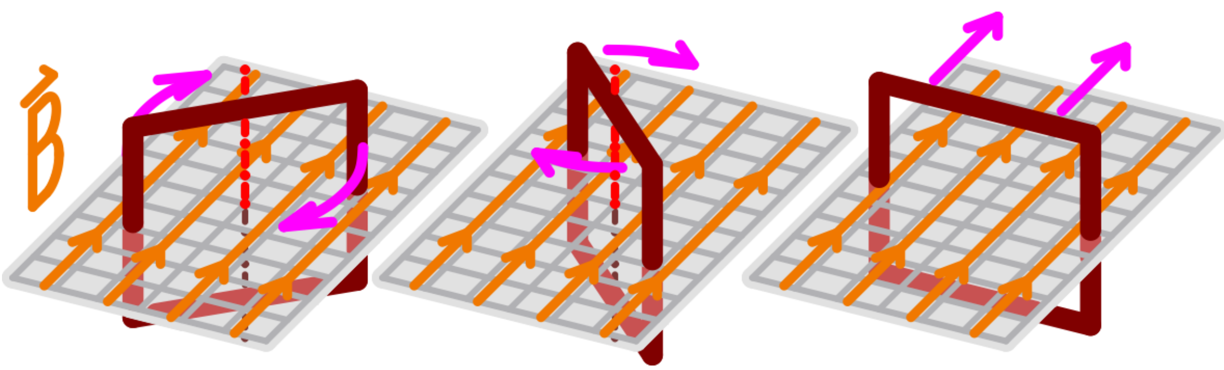
b) Die Spulen stehen still, die Magnete drehen sich in die eingezeichnete Richtung.



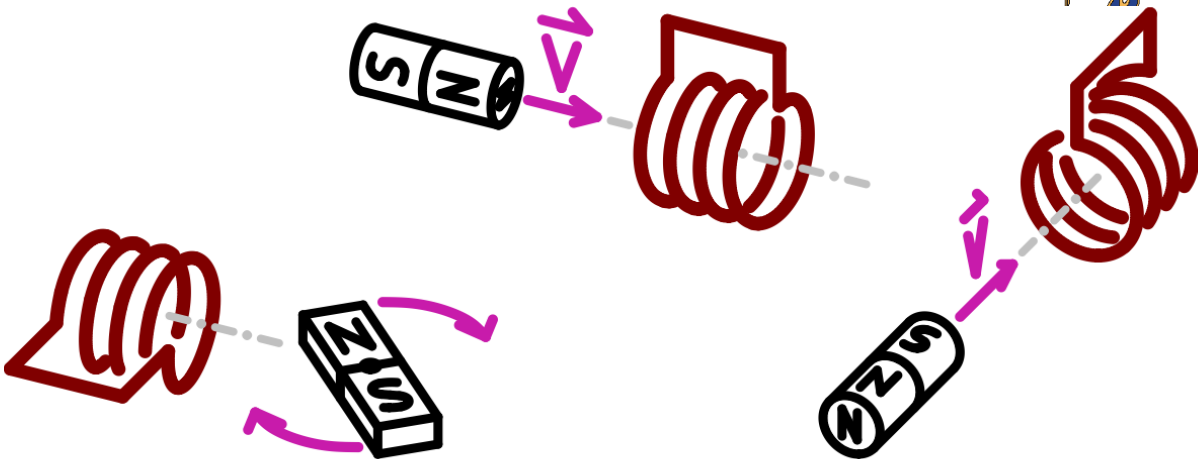
c) Die quadratischen Leiterschleifen stehen still. Die Magnete bewegen sich.



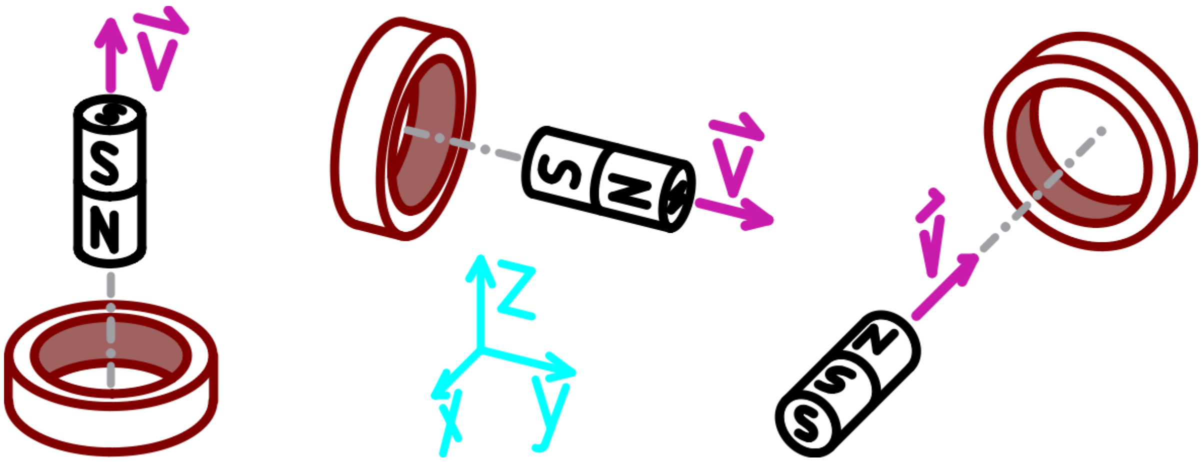
d) Leiterschleife im homogenen Magnetfeld, zweimal dreht sie sich um die eingezeichnete Rotationsachse, einmal bewegt sie sich parallel zu den Feldlinien.



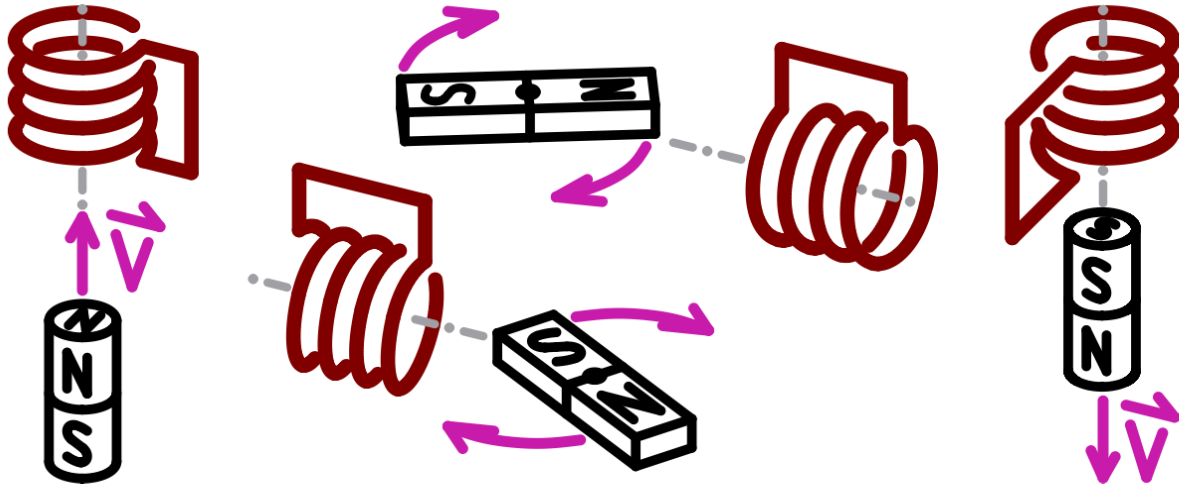
e) Nur die Magnete bewegen sich, die Spulen stehen still..



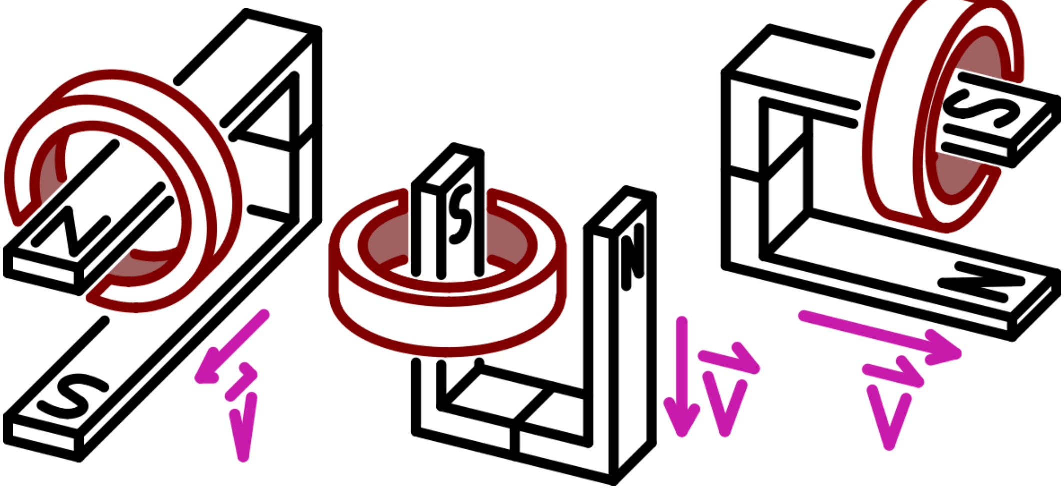
f) Die Ringe liegen still. Bewegt werden nur die Magnete.



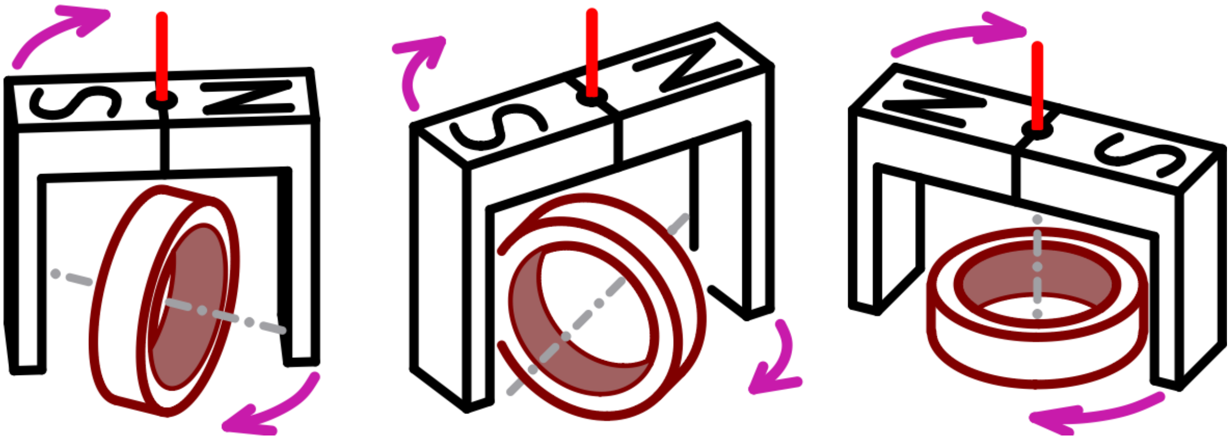
g) Zwei Magnete drehen sich, zwei bewegen sich geradlinig. Die Spulen stehen still.



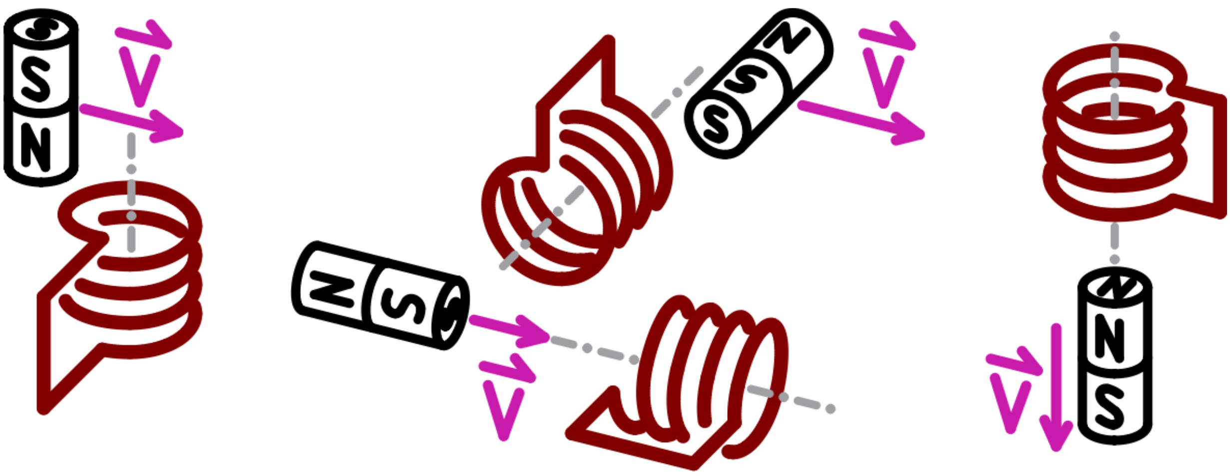
h) Ein Arm eines Hufeisenmagneten wird in einen Ring hinein geschoben oder herausgezogen. Die Ringe sind alle nicht unterbrochen.



i) Die Magnete drehen sich um die eingezeichneten Rotationsachsen.

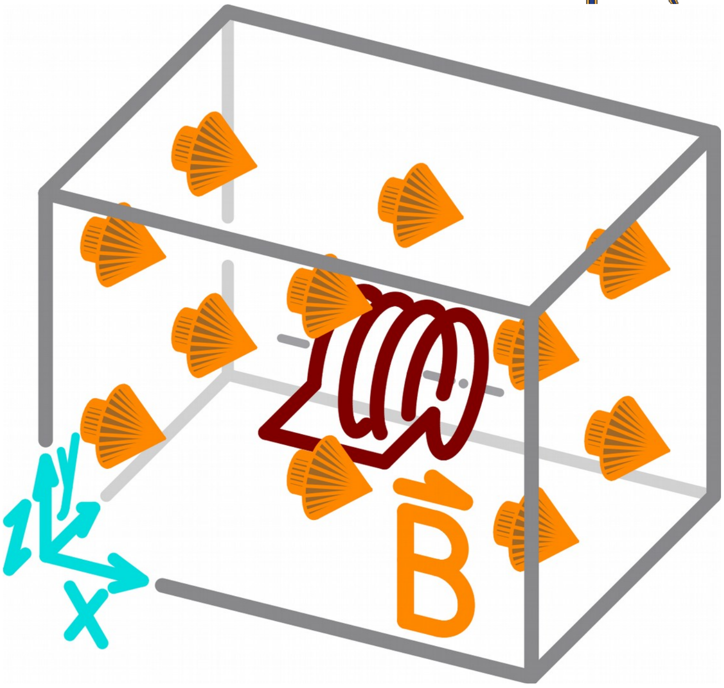


k) Nur die Magnete bewegen sich. Die Spulen stehen still.



Aufgabe 10.178:

Eine Spule befindet sich in einem räumlich begrenzten, homogenen Magnetfeld. Magnetfeld und Spulenachse sind parallel zur x-Achse. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Spule in Bewegung gesetzt. Wir interessieren uns für den Zeitraum kurz nach $t = 0$. Die beiden Enden der Spule sind durch ein gerades Leiterstück verbunden, so dass Strom durch die Spule fließen kann. Gibt es einen induzierten Strom, und wenn ja in welche Richtung fließt er in der geraden Verbindung der beiden Spulenenden, wenn die Spule ...



a) ... innerhalb des B-Feldes in x-Richtung hin und her geschoben wird?

b) ... von oben gesehen im Uhrzeigersinn gedreht wird?

c) ... innerhalb des B-Feldes in z-Richtung rauf und runter geschoben wird?

d) ... nach rechts (in positive x-Richtung) aus dem Magnetfeld herausgezogen wird?

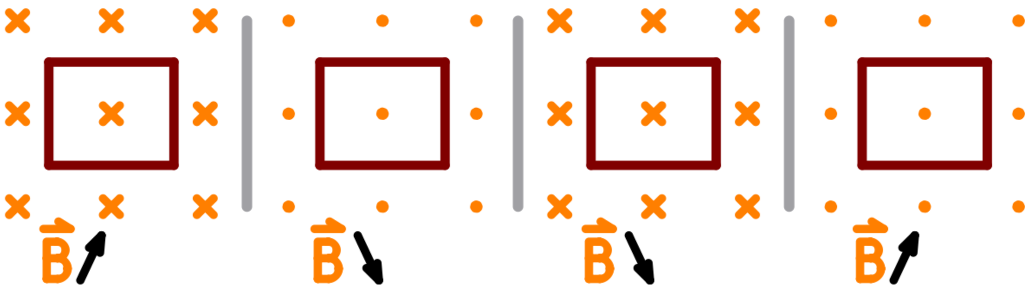
e) ... nach unten (in negative z-Richtung) aus dem Magnetfeld herausgezogen wird?

f) ... von vorne gesehen (von einer negativen y-Koordinate aus) gegen den Uhrzeigersinn gedreht wird?

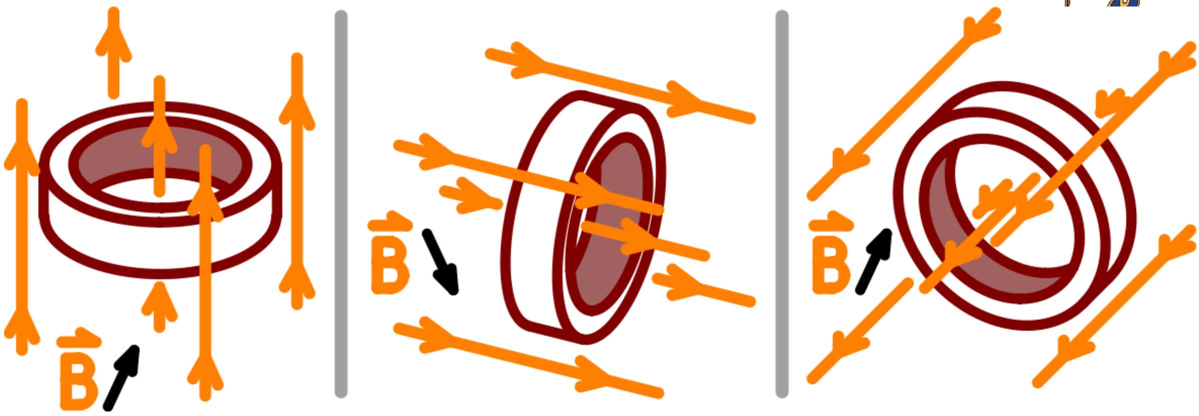
Aufgabe 10.179: Ruhende Leiterschleifen, bzw. Spulen

$\vec{B}\nearrow$ bedeutet, dass das externe Magnetfeld gerade stärker wird. $\vec{B}\searrow$ bedeutet, dass das externe Magnetfeld gerade schwächer wird.

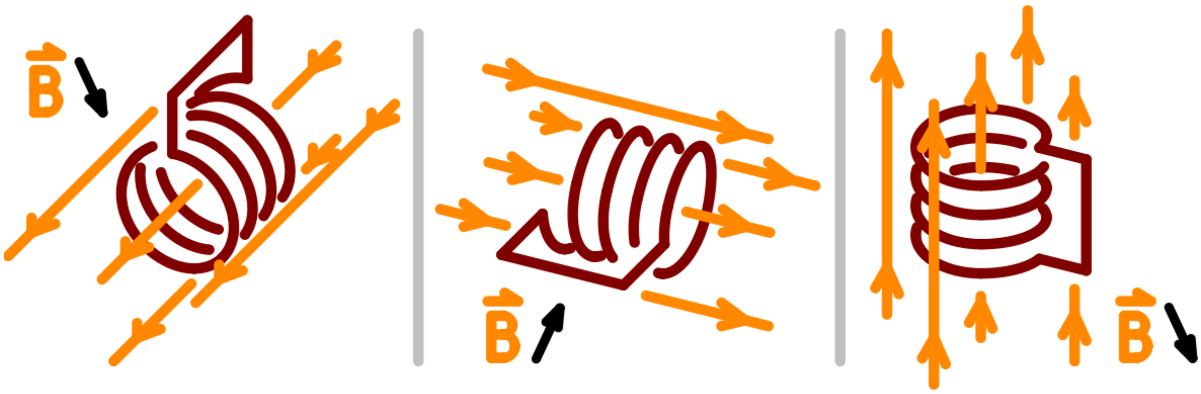
a) Zeichne die Richtung des in der Leiterschleife induzierten Stroms ein.



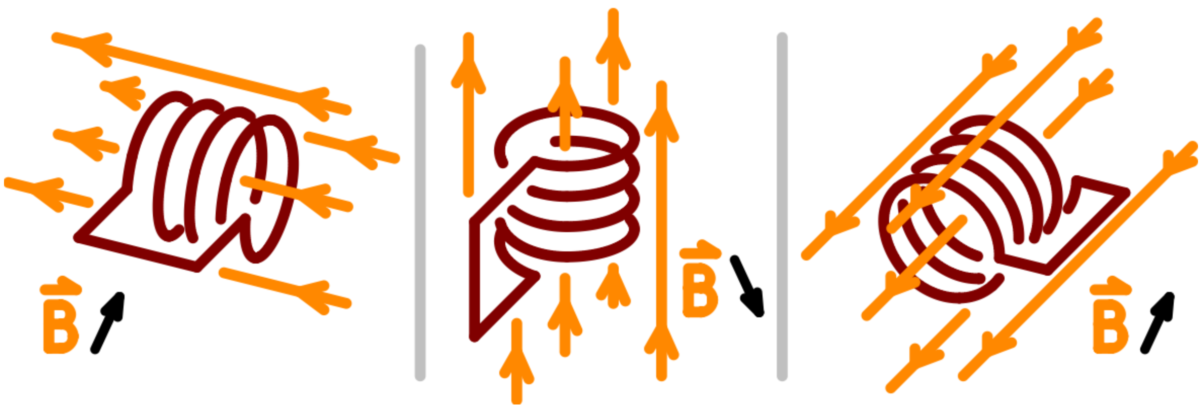
b) Zeichne jeweils die Richtung des im Ring induzierten Stroms ein.



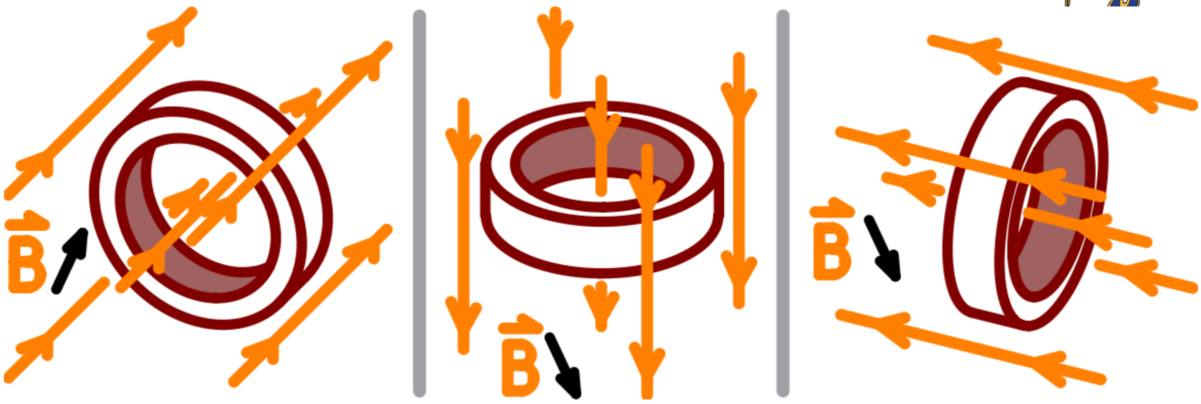
c) Die Spulenenden sind durch ein gerades Leiterstück leitend verbunden. Zeichne die Richtung des induzierten Stroms in diesem Leiterstück ein.



d) Nochmal.

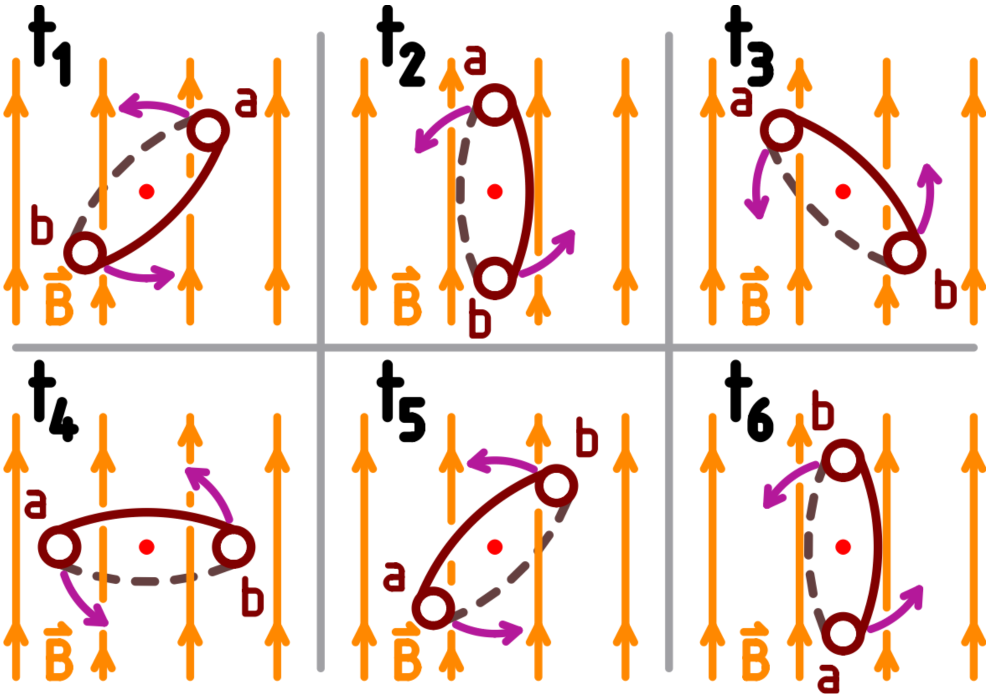


e) Und nochmal Ringe.



Aufgabe 10.180:

Eine rechteckige Leiterschleife dreht sich in einem Magnetfeld. Die Ursache für die Drehung ist der Anton, der an einer Kurbel dreht. Die Drehung der Leiterschleife wird aber jetzt zur Ursache für eine Induktion.

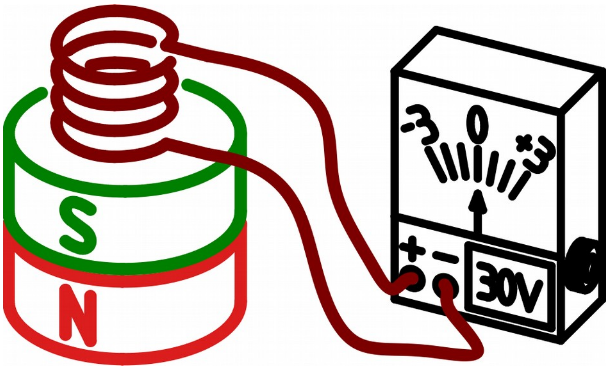


Das Bild zeigt die Querschnitte der Leiterstücke a und b, die senkrecht zum Magnetfeld stehen. Die gestrichelte Verbindung ragt in die Zeichenebene hinein, die durchgezogene ragt aus der Zeichenebene heraus.

a) Zeichne für alle Zeitpunkte jeweils die Richtung des in der Leiterschleife induzierten Stroms ein. Zu welchem Zeitpunkt ändert der induzierte Strom seine Richtung?

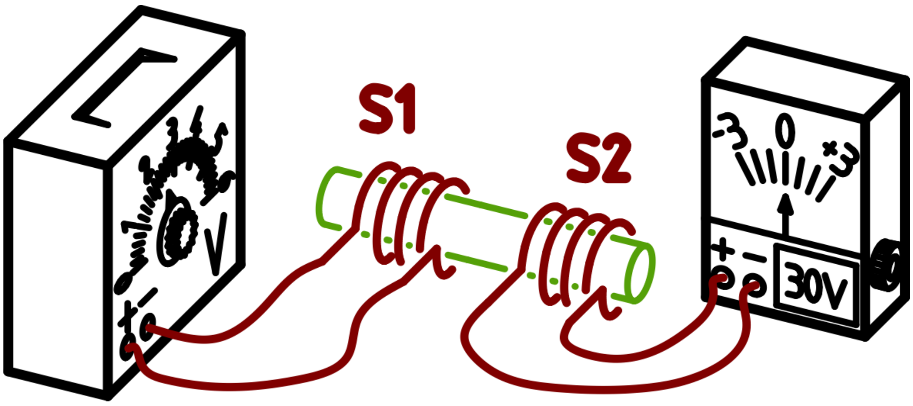
b) Wenn in der Leiterschleife ein Strom induziert wird, dann wird dieser Strom zur Ursache von . Einzeichnen!

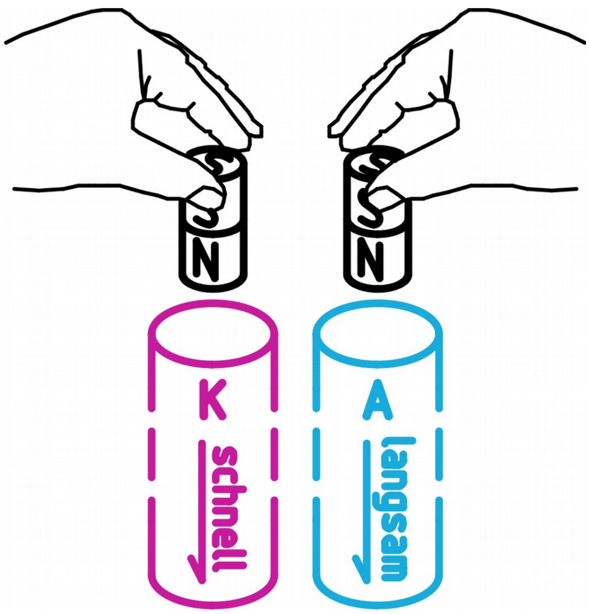
Aufgabe 10.181: Beschreiben, Erklären



a) Eine leere Spule liegt auf einem Magneten. Gib mindestens drei verschiedene Handlungsalternativen an, die dazu führen, dass in der Spule eine Spannung induziert wird, darunter eine, bei der weder zusätzliche Magnete oder Spulen benötigt werden und bei der keiner der gezeigten Gegenstände angefasst wird.

b) Zwei Spulen stecken auf einem Eisenkern. Spule S1 ist an eine aufgedrehte Spannungsquelle angeschlossen. Gib vier verschiedene Handlungsalternativen an, welche dazu führen, dass in der Spule S2 eine Spannung induziert wird.



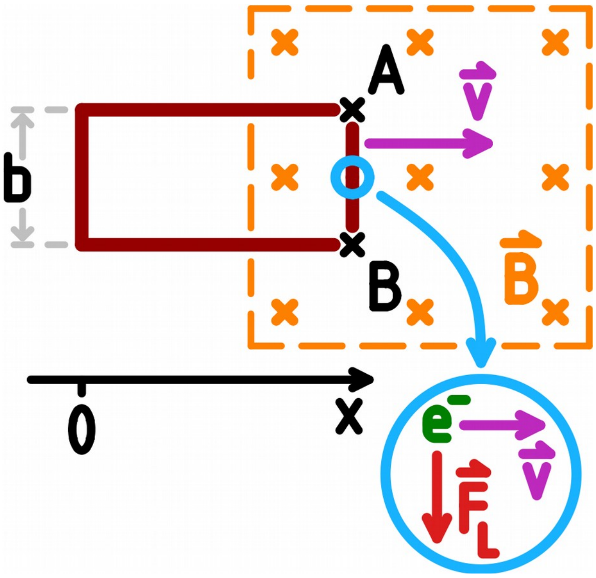


c) Ein sehr starker Magnet wird durch ein Rohr fallen gelassen. Einmal durch ein Kunststoffrohr K und einmal durch ein Aluminiumrohr A. Durch das Kunststoffrohr fällt der Magnet ganz normal, so als ob gar kein Rohr da wäre. Durch das Aluminiumrohr jedoch fällt der Magnet nur sehr langsam.

Erkläre das langsame Fallen des Magneten durch das Aluminiumrohr.

10.2 Größe der induzierten Spannung

Wir werden die Größe der induzierten Spannung aus den bekannten physikalischen Gesetzen rechnerisch gewinnen. Hierzu betrachten wir eine rechteckige Leiterschleife der Breite b, die senkrecht zu den Feldlinien mit der Geschwindigkeit v in ein Magnetfeld der Flussdichte B eindringt.



Plan:

Der induzierte Strom, also die Spannung wird zwischen den Punkten A und B erzeugt. Wir berechnen die Lorentzkraft auf ein Elektron, teilen durch die Ladung und erhalten die elektrische Feldstärke mit der wir anschließend die Spannung rauskriegen.

$$F_L = q \cdot v \cdot B$$
$$F = q \cdot E$$
$$\Rightarrow q \cdot v \cdot B = q \cdot E \quad | : q$$
$$E = v \cdot B$$

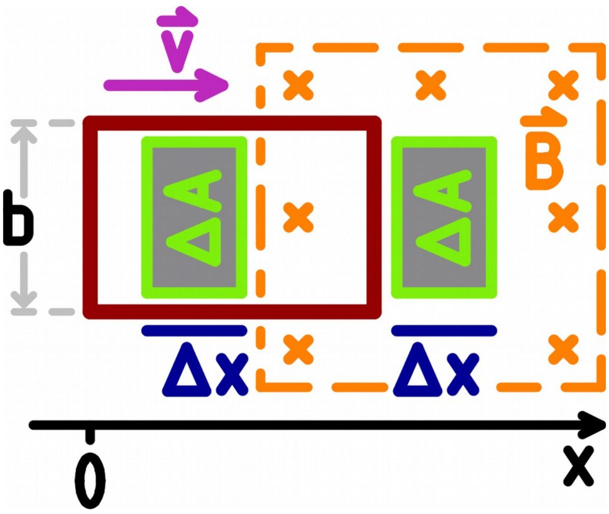
und wegen $U_{AB} = E \cdot s_{AB}$

folgt $\underline{\underline{U_{AB} = E \cdot s_{AB} = v \cdot B \cdot b}}$

$\boxed{U_{ind} = B \cdot b \cdot v \quad \leftarrow \quad \text{manchmal ganz nützlich}}$

Ist aber nicht die Formel die wir brauchen. Wir setzen noch die Geschwindigkeit ein.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad U_{AB} = B \cdot b \cdot v = B \cdot b \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = \underline{\underline{B \cdot \frac{b \cdot \Delta x}{\Delta t}}}$$



Den zuletzt entstandenen Bruch betrachten wir genauer. Δx ist die Strecke, um welche die Leiterschleife in der Zeit Δt noch tiefer in das B-Feld eingedrungen ist. b ist die Breite der Leiterschleife. Deshalb ist b·Δx die Größe der Fläche ΔA der Leiterschleife, die in der Zeit Δt zusätzlich vom Magnetfeld durchdrungen wird. Also ist:

$$U_i = U_{AB} = B \cdot \frac{b \cdot \Delta x}{\Delta t} = B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

Definition: Magnetischer Fluss, Φ

durch eine Leiterschleife

$$\boxed{\begin{array}{c}\Phi = B \cdot A \\ \\ A\text{: senkrecht vom Magnetfeld durchsetzte Fläche} \\ [\Phi] = 1\,T \cdot m^2 = 1\,Wb \quad \text{(Weber)}\end{array}}$$

☠ Die Definition gilt so nur, wenn die Leiterschleife senkrecht zum Magnetfeld steht und wenn das Magnetfeld im Bereich der Leiterschleife homogen ist.

☺ Die Forderung der senkrechten Lage werden wir weiter unten gleich wieder abschaffen, aber jetzt erst mal weiter mit unserer induzierten Spannung.

Mit dem magnetischen Fluss können wir die induzierte Spannung von oben jetzt anders schreiben

$$U_i = B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Die ganze Rechnung war nur mit Beträgen. Wenn wir das Vorzeichen berücksichtigen müssen wir wegen der Regel von Lenz noch ein Minus einfügen und erhalten das

Allgemeine Induktionsgesetz:

$$\boxed{U_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}}$$

➔ Im Spezialfall für konstantes Magnetfeld gibt das

$$\boxed{U_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}}$$

➔ Das Experiment zeigt, dass auch bei konstanter Größe der durchsetzten Fläche und veränderlichem B-Feld eine Spannung induziert wird.

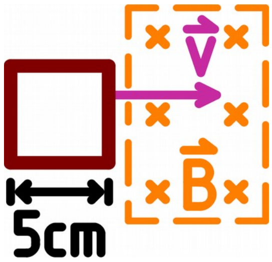
$$\boxed{U_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}}$$

☠ Das Induktionsgesetz gilt in dieser Form nur für eine einzelne Leiterschleife. Eine Spule sind N Leiterschleifen in Reihe geschaltet und in einer Reihenschaltung addieren sich die Spannungen. Deshalb kriegen wir für eine Spule:

$$U_i = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \text{bzw.} \quad U_i = -N \cdot B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t} \quad \text{bzw.} \quad U_i = -N \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

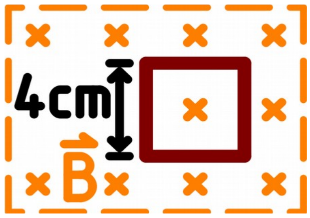
für eine Spule mit N Windungen

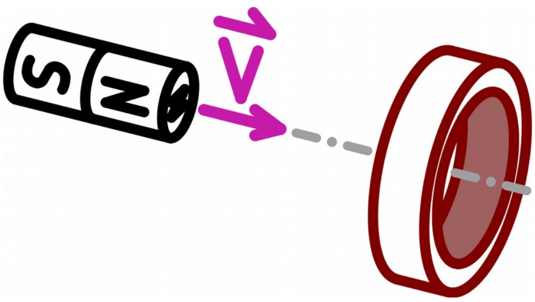
Aufgabe 10.182: Formeleinsetz-Übung



a) Eine Spule mit quadratischem Querschnitt und 30 Windungen dringt innerhalb von 0,4 s in ein räumlich begrenztes Magnetfeld der Flussdichte 0,20 T ein (Bild links). Die Spule ist kurzgeschlossen und hat eine Widerstand von 10 mΩ. Berechne die Stromstärke des induzierten Stroms während des Eindringens in das Magnetfeld und gib seine Richtung an.

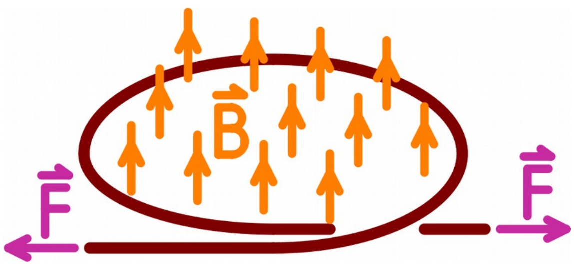
b) Eine quadratische Leiterschleife befindet sich in einem Magnetfeld der Flussdichte 1,0 T. Innerhalb von 20 ms wird das Magnetfeld gleichmäßig auf 0,4 T reduziert. Bestimme die Größe der in der Leiterschleife induzierten Spannung und gibt die Richtung des induzierten Stroms an.



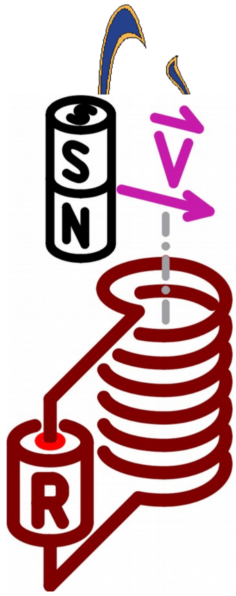


c) Ein Stabmagnet wird innerhalb eines Zeitintervalls von 0,8 s entlang der Symmetrieachse aus größerer Entfernung bis nahe vor einen Ring gebracht. Der Kupfer-Ring hat einen Durchmesser von 2,0 cm und einen ohmschen Widerstand von 4,0 mΩ. Wenn der Magnet nahe am Ring ist, herrscht im Innern des Rings eine mittlere magnetische Flussdichte von 0,15 T. Bestimme die mittlere Stärke des im Ring induzierte Stroms. Begründe ohne die Richtung des induzierten Stroms oder des von ihm erzeugten Magnetfeldes als Argument heranzuziehen, in welche Richtung bei diesem Vorgang eine Kraft auf den Ring wirkt.

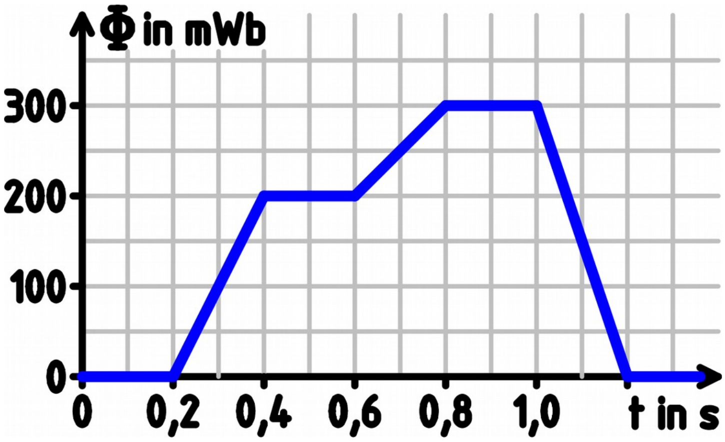
d) Ein Kabel ist zu einer Kreisförmigen Schleife mit Radius 15 cm gelegt und befindet sich in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte 0,9 T. Anton zieht an den beiden Enden des Kabels und reduziert so den Radius innerhalb von 20 ms auf 5,0 cm. Bestimme die Größe der hierbei induzierten Spannung.



e) Ein Magnet wird aus größerer Entfernung auf eine Spule mit 600 Windungen und einer Querschnittfläche von 25 cm² zu bewegt. Nach 0,40 s befindet sich der Magnet genau über der Spule und verursacht in ihrem Innern eine mittlere magnetische Flussdichte von 0,70 T. Die Spule ist über einen Widerstand von 300 mΩ kurzgeschlossen. Bestimme die Stärke des bei diesem Vorgang induzierten Stroms und gib seine Richtung im Widerstand an.

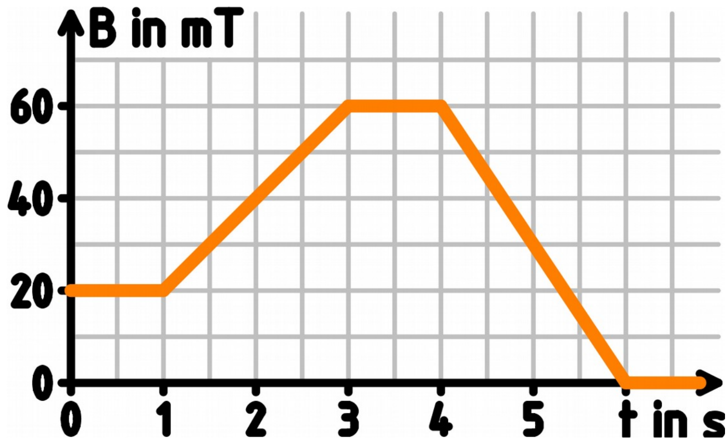


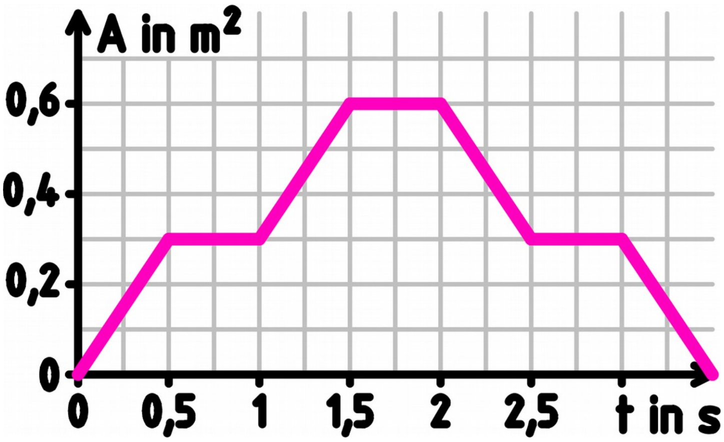
Aufgabe 10.183: Diagramme 1



a) Das Diagramm zeigt den zeitlichen Verlauf des magnetischen Flusses durch eine Spule mit 800 Windungen und einem ohmschen Widerstand von 50 Ω. Zeichne das t-U-Diagramm für die in der Spule induzierte Spannung und das t-I-Diagramm für den in der Spule induzierten Strom.

b) Das Diagramm zeigt den zeitlichen Verlauf der magnetischen Flussdichte durch eine Spule mit 200 Windungen und einem ohmschen Widerstand von 200 Ω. Die Spule hat eine Querschnittfläche von 80 cm². Zeichne das t-U-Diagramm für die in der Spule induzierte Spannung und das t-I-Diagramm für den in der Spule induzierten Strom.

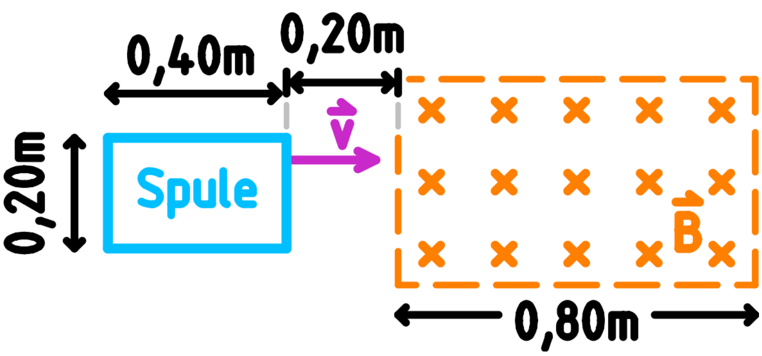


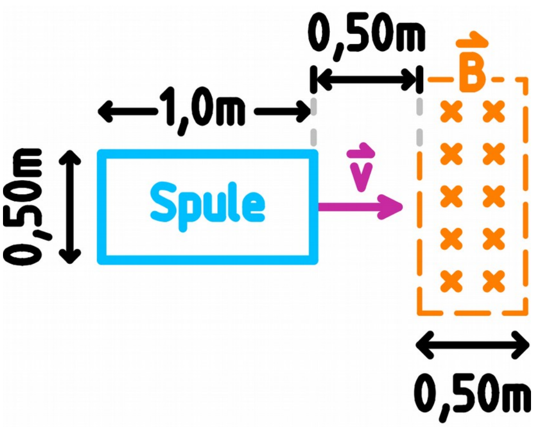


c) Eine große Spule (Windungszahl N = 20) mit einem ohmschen Widerstand von 5,0 Ω wird über räumlich begrenzte Magnetfelder, welche alle dieselbe Flussdichte von B = 0,10 mT besitzen bewegt. Die von den Magnetfeldern durchsetzte Querschnittfläche der Spule hat dabei den im Diagramm gezeigten zeitlichen Verlauf. Zeichne das t-U-Diagramm für die in der Spule induzierte Spannung und das t-I-Diagramm für den in der Spule induzierten Strom.

<u>**Aufgabe 10.184: Diagramme 2**</u>

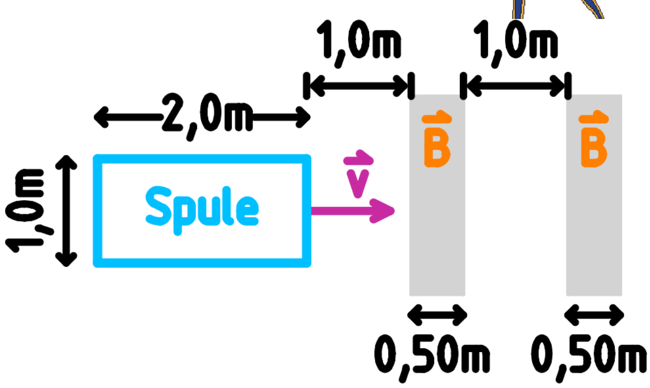
a) Eine rechteckige Spule mit 20 Windungen und einem Widerstand von 10 Ω wird mit der Geschwindigkeit v = 0,2 m/s über ein räumlich begrenztes Magnetfeld der Flussdichte B = 20 mT gezogen. Die Zeitmessung beginnt in der gezeichneten Stellung. Zeichne ein t-U-Diagramm für die in der Spule induzierte Spannung und ein t-I-Diagramm für den in der Spule induzierten Strom.





b) Eine rechteckige Spule mit 100 Windungen wird mit der Geschwindigkeit v = 0,5 m/s über ein räumlich begrenztes, homogenes Magnetfeld der Flussdichte B = 50 mT gezogen. Die Zeitmessung beginnt in der gezeichneten Stellung. Zeichne ein t-Φ-Diagramm für den zeitlichen Verlauf des magnetischen Flusses durch die Spulenfläche und ein t-U-Diagramm für die in der Spule induzierte Spannung.

c) Eine rechteckige Spule (N = 50) wird mit der Geschwindigkeit v = 1,0 m/s über zwei begrenzte von magnetischen Feldlinien durchsetzte Bereiche gezogen. Die Flussdichte beträgt in beiden Bereichen B = 10 mT. Zeichne ein exaktes t-Φ-Diagramm für den zeitlichen Verlauf des magnetischen Flusses durch die Spulenfläche und ein t-U-Diagramm für die in der Spule induzierte Spannung.

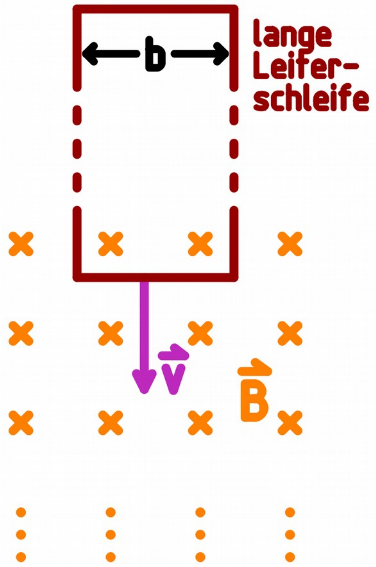


Aufgabe 10.185: ISB, Link-Ebene Lehrplan

Eine geschlossene Leiterschleife der Breite b = 20 cm und sehr großer Länge fällt senkrecht nach unten und tritt senkrecht zu den Feldlinien in ein Magnetfeld der Flussdichte B = 3,0 T ein.

Zum Zeitpunkt t = 0 hat die Leiterschleife die Geschwindigkeit v = 3,0 m/s (vgl. Abb.)

a) Bestimmen Sie mit der 3-Finger-Regel die Stromrichtung in der Leiterschleife und berechnen Sie die in der Leiterschleife (R = 15 Ohm) induzierte Stromstärke zum Zeitpunkt t = 0.

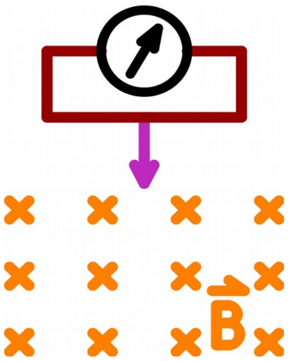


b) Berechnen Sie die Kraft, welche durch das Magnetfeld auf die stromdurchflossene Leiterschleife zum Zeitpunkt t = 0 ausgeübt wird. Begründen Sie ohne Drei-Finger-Regel weshalb diese Kraft senkrecht nach oben wirkt.

c) Berechnen Sie die Gewichtskraft der Leiterschleife (m = 10 g). Welche Gesamtkraft wirkt demnach auf die Leiterschleife zum Zeitpunkt t = 0 und welche Art von Bewegung ergibt sich für sie?

d) Begründen Sie warum die Leiterschleife schließlich mit konstanter Geschwindigkeit in das B-Feld hineinfallen wird (Luftwiderstand soll unberücksichtigt bleiben).

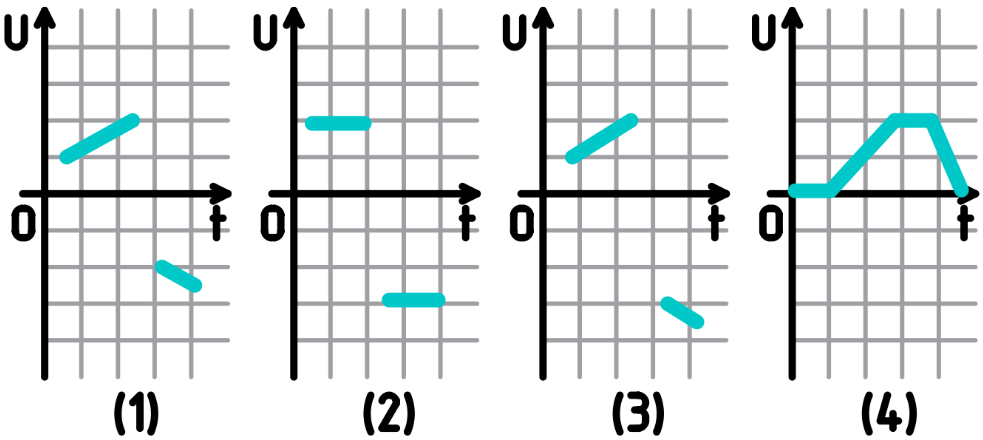
e) Beim Fall in das Magnetfeld mit v = konst. verliert die Leiterschleife potentielle Energie ΔE_{pot} (Höhenenergie). Zeige durch allgemeine Rechnung, dass der Verlust an potentieller Energie in einem beliebigen Zeitraum Δt genauso groß ist, wie die im Stromkreis der Leiterschleife umgesetzte elektrische Energie ΔE_{el} .



Aufgabe 10.186: ISB, Link; Schleife fällt

Eine Leiterschleife wird fallen gelassen und fällt nach kurzer Zeit senkrecht zu den Feldlinien durch ein räumlich begrenztes Magnetfeld. Mit einem hochohmigen Spannungsmessgerät wird der zeitliche Verlauf der Spannung aufgezeichnet.

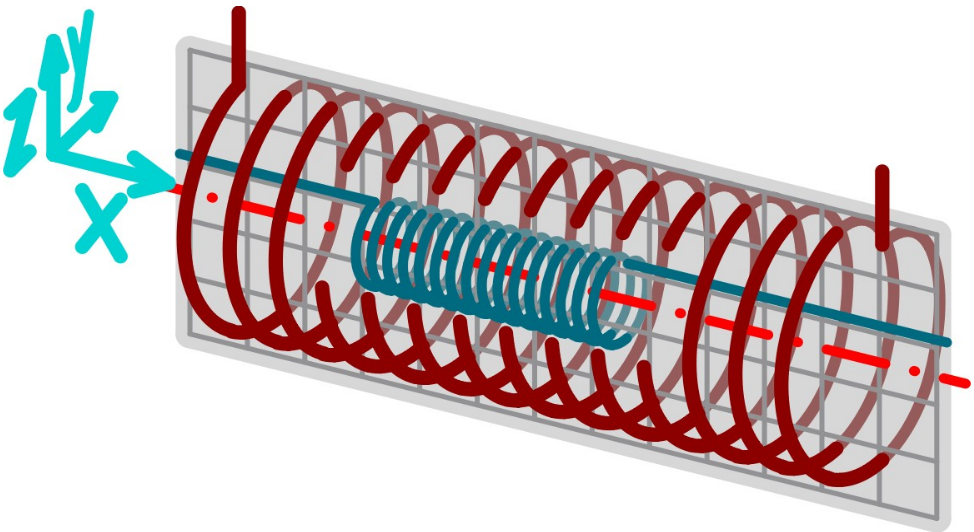
Diskutieren Sie die Brauchbarkeit der Diagramme (1) bis (4) zur Beschreibung des Spannungsverlaufs. Luftwiderstand soll nicht berücksichtigt werden.



Aufgabe 10.187: Feld- und Induktionsspule

Im Innern einer großen Spule (Windungszahl N = 500, Querschnittfläche A = 50 cm², Länge l = 40 cm) befindet sich eine kleine Spule (Windungszahl N = 200, Querschnittfläche A = 4,0 cm², Länge l = 6,0 cm).

Die große Spule wird von einem Netzgerät mit Strom versorgt und als Feldspule bezeichnet. Die kleine Spule ist an ein Messgerät angeschlossen und wird als Induktionsspule bezeichnet. Beide Spulenachsen sind parallel zur x-Achse.



a) Berechne die Größe der Induktionsspannung in der Induktionsspule, wenn die Stromstärke in der Feldspule beim Einschalten innerhalb von 2,0 ms von I = 0 A auf I = 5,0 A steigt. (Kontrolle: B = 7,85 mT)

Durch die Feldspule fließt jetzt ein konstanter Strom von 5,0 A.

b) Begründe ob in der Induktionsspule eine Spannung induziert wird und berechne gegebenenfalls ihre Größe, wenn ...

i) ... die Induktionsspule innerhalb von 20 ms um 5,0 cm in positive x-Richtung verschoben wird.

ii) ... die Induktionsspule innerhalb von 10 ms um 2,0 cm in positive z-Richtung verschoben wird.

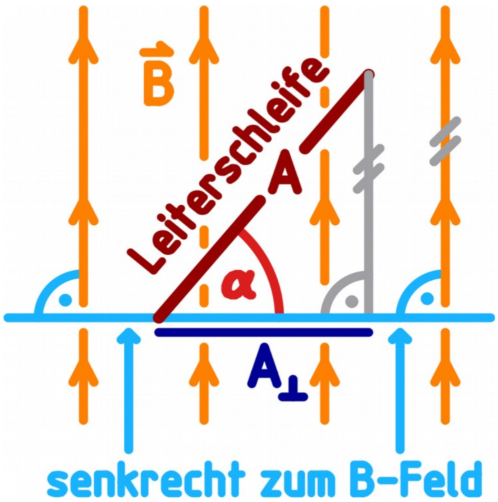
iii) ... die Induktionsspule innerhalb von 0,5 s auf das doppelte ihrer Länge auseinander gezogen wird. Dabei gehen wir davon aus, dass sich dabei die Querschnittfläche der Induktionsspule nicht verändert.

iv) ... die Feldspule innerhalb von 0,50 s auf das doppelte ihrer Länge auseinandergezogen wird.

10.3 Erzeugung sinusförmiger Wechselspannung

Wechselspannung im Stromnetz hat Vorteile gegenüber Gleichspannung. Nämlich ... ! Je "schöner" die Sinus-Spannung im Netz, desto verlustfreier funktioniert das Netz. In Wirklichkeit ist das Erzeugen einer "schönen" Sinus-Spannung bisschen trickreich. In einem einfachen Modell, wie wir es gleich benutzen, geht's wie von selbst.

Vorher müssen wir aber noch unsere Definition für den magnetischen Fluss verbessern und was mit Ableitungen machen.



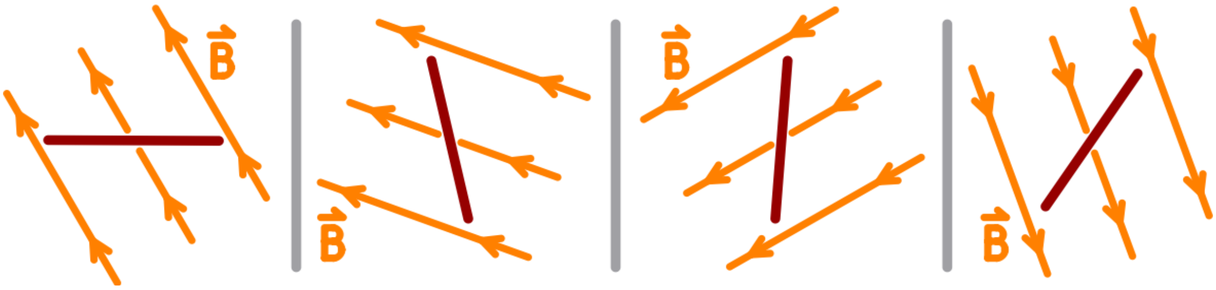
Magnetischer Fluss:

Falls die Leiterschleife nicht senkrecht zum Magnetfeld steht, müssen wir die Fläche der Leiterschleife in die Lot-Ebene zum B-Feld projizieren und erhalten:

$$\boxed{\Phi = B \cdot A_{\perp} = B \cdot A \cdot \cos\alpha}$$

Aufgabe 10.188:

Zeichne jeweils die Projektion der Leiterschleife in die Lot-Ebene zum B-Feld ein.



Ableitungen:

Alle Quotienten der Form $\frac{\Delta\, oben}{\Delta\, unten}$, die wir bisher in der Physik benutzt haben, dürfen wir so nur benutzen, wenn die Quotienten konstant sind. Falls die Quotienten nicht konstant sind müssen wir sie durch die entsprechenden Ableitungen ersetzen. Für Ableitungen nach der Zeit t schreiben wir keinen Strich sondern einen Punkt.

Beispiele:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad v(t)=\frac{dx}{dt}=\dot{x}(t) \qquad a=\frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad a(t)=\frac{dv}{dt}=\dot{v}(t)$$

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \frac{d\Phi}{dt}=\dot{\Phi}(t) \qquad \frac{\Delta A}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \frac{dA}{dt}=\dot{A}(t) \qquad \frac{\Delta B}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \frac{dB}{dt}=\dot{B}(t)$$

Wir können auch unsere Definition von der Arbeit (potentielle Energie) verbessern:

$\Delta E_{pot}=W=F\cdot\Delta x \quad \rightarrow \quad F=\frac{\Delta E_{pot}}{\Delta x}=\frac{dE}{dx}=E'(x)$ Wobei F die Kraft ist, die man ausüben muss, um den Körper gegen die Feldkraft im Feld zu bewegen. Wenn man für F die Kraft einsetzen will, die das Feld ausübt, muss man noch das Vorzeichen berücksichtigen $F=-\frac{dE}{dx}=-E'(x)$.

Damit könne wir jetzt das Induktionsgesetz in seiner endgültigen Form schreiben:

$$\boxed{\begin{array}{c} U_i=-\dot{\Phi}(t) \quad \text{bzw.} \quad U_i=-B\cdot\dot{A}(t) \quad \text{bzw.} \quad U_i=-A\cdot\dot{B}(t) \\ \text{oder in einer Spule mit N Windungen} \\ U_i=-N\cdot\dot{\Phi}(t) \quad \text{bzw.} \quad U_i=-N\cdot B\cdot\dot{A}(t) \quad \text{bzw.} \quad U_i=-N\cdot A\cdot\dot{B}(t) \end{array}}$$

➔ Wichtig für zeichnerische Aufgaben: Die geometrische Bedeutung der Ableitung ist die Tangentensteigung, d.h. Steigungsdreieck zeichnen.

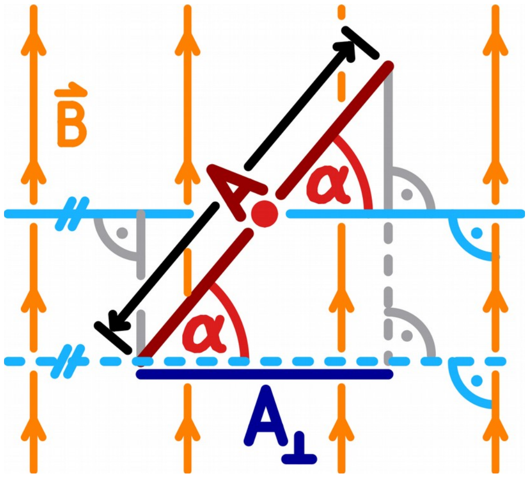
Aufgabe 10.189:

Der magnetische Fluss durch eine Leiterschleife ist gegeben durch

$$\Phi(t)=0{,}2\,Wb\cdot\sin\left(50\frac{1}{s}\cdot t\right)$$

Bestimme die in der Leiterschleife induzierte Spannung U(t) in Abhängigkeit von der Zeit t.

Sich drehende Leiterschleife:



Zum Zeitpunkt t = 0 ist die Leiterschleife senkrecht zu B-Feld. Wenn die Leiterschleife sich dann mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω dreht gilt:

$$\alpha(t)=\omega\cdot t=\frac{2\cdot\pi}{T}\cdot t$$

Damit erhalten wir für die Fläche senkrecht zum B-Feld:

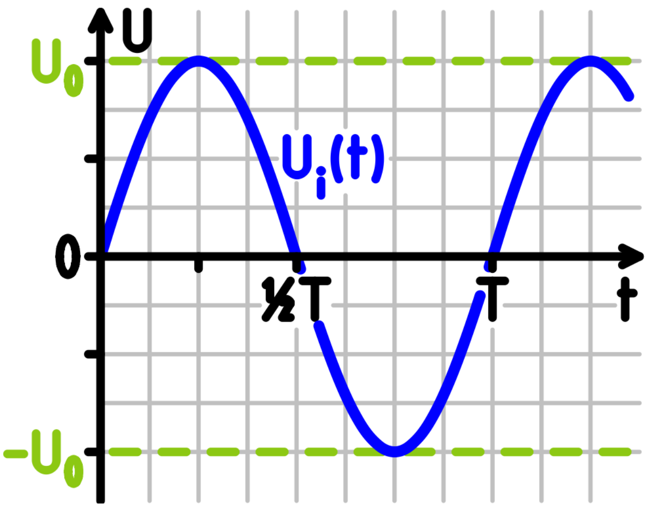
$$A_{\perp}(t)=A\cdot\cos\alpha(t)=A\cdot\cos(\omega\cdot t)$$

Und damit für den magnetischen Fluss

$$\Phi(t)=B\cdot A(t)=B\cdot A\cdot\cos(\omega\cdot t)$$

Das setzen wir ins Induktionsgesetz ein:

$$U_i=-\dot{\Phi}(t)=-B\cdot A\cdot\frac{d}{dt}\cos(\omega\cdot t)$$
$$=-B\cdot A\cdot\sin(\omega\cdot t)\cdot\omega$$
$$\underline{\underline{U_i=-B\cdot A\cdot\omega\cdot\sin(\omega\cdot t)}}$$



oder für eine Spule mit N Windungen

$$\boxed{U_i=-N\cdot B\cdot A\cdot\omega\cdot\sin(\omega\cdot t)}$$

und schon haben wir die sinusförmige Wechselspannung.

Die Amplitude der Spannung ist $\boxed{U_0=N\cdot B\cdot A\cdot\omega}$ mit $\boxed{\omega=\frac{2\cdot\pi}{T}}$.

Aufgabe 10.190:

Eine flache Spule mit 500 Windungen und quadratischem Querschnitt (10cm x 10cm) rotiert mit einer Frequenz von 50Hz in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte 0,8T.

Bestimme die Induktionsspannung als Funktion der Zeit und gib die Amplitude der induzierten Spannung an.

Aufgabe 10 .191:

Eine Spule mit 1000 Windungen und quadratischem Querschnitt (5cm x 5cm) wird von einem Magnetfeld parallel zur Spulenachse durchsetzt. Die Flussdichte des Feldes ist zeitabhängig mit $B(t)=0{,}1\frac{T}{s^2}\cdot t^2$.

Bestimme die induzierte Spannung als Funktion der Zeit und zeichne ein t-U-Diagramm.

Aufgabe 10.192:

Zur sich im externen Magnetfeld drehenden Spule

a) Je größer die magnetische Flussdichte des externen Feldes im Innern der Spule, desto größer die induzierte Spannung. Welche Maßnahmen sind notwendig, um die vom externen Feld erzeugte Flussdichte so groß wie möglich zu machen.

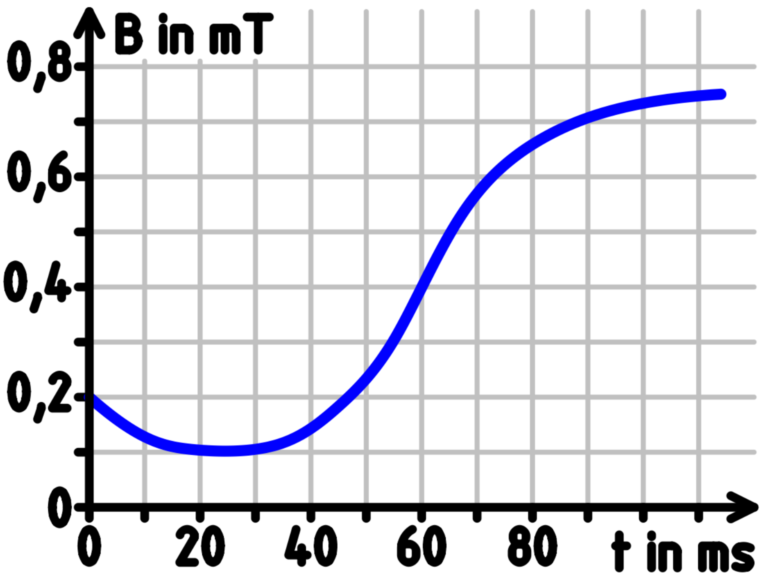
b) Zeige, dass die Amplitude der induzierten Spannung direkt proportionale zur Frequenz ist, mit der sich die Spule dreht.

Aufgabe 10.193:

(War so ähnlich mal im Abitur, find ich aber nicht mehr.)

Eine Spule mit 200 Windungen und einem Quadratischen Querschnitt von 1,0dm Seitenlänge wird senkrecht zu ihrer Querschnittfläche von einem Magnetfeld veränderlicher Flussdichte durchdrungen.

a) Bestimme die induzierte Spannung für die drei Zeitpunkte t = 10ms, 25ms und 45ms.

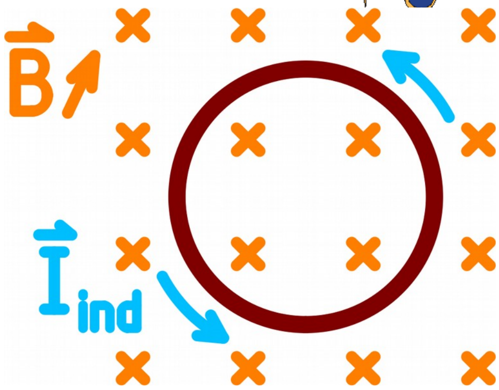


b) Zu welchem Zeitpunkt ist die induzierte Spannung betragsmäßig am größten? Bestimme diese maximal induzierte Spannung.

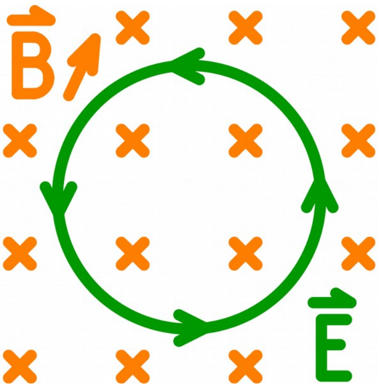
c) Wie ändern sich die Werte für die induzierte Spannung, wenn die Spule um 60° zur idealen Ausrichtung verdreht ist?

10.4 Induktionsgesetz, Felder

Wir betrachten eine vom Magnetfeld durchsetzte Kreisförmige Leiterschleife. Die magnetische Flussdichte soll gerade zunehmen. Laut Induktionsgesetz wird in der Leiterschleife ein Strom induziert. Dass das passiert, ist ein experimenteller Befund. Wir hätten das nicht aus Bekanntem schließen können.



- Das Merkwürdige daran ist, dass offensichtlich auf die Elektronen, also auf die Ladungen in der Leiterschleife, eine Kraft wirkt, obwohl sich die Leiterschleife nicht bewegt.
- ☹ Im Magnetfeld wirkt aber nur dann eine Kraft auf eine Ladung, wenn sie sich bewegt! Was ist da los?



Die Erklärung kann nur sein, dass durch das sich verändernde Magnetfeld ein elektrisches Feld entstanden ist. Oft sind die elektrischen Feldlinien kreisförmig oder wenigstens ungefähr kreisförmig. Wir gehen einfach davon aus, das das immer so ist. Im Bild oben wirkt die Kraft auf die Elektronen im Uhrzeigersinn, deshalb müssen die elektrischen Feldlinien gegen den Uhrzeigersinn laufen.

Induktionsgesetz für Felder:

Immer dann, wenn ein Magnetfeld sich verändert, werden kreisförmige elektrische Feldlinien erzeugt. Für die Richtung der elektrischen Feldlinien gilt die

Rechte-Hand-Regel:

- ➔ Daumen zeigt gegen die Richtung der Veränderung des Magnetfeldes
- ➔ gekrümmte Finger geben die Richtung der elektrischen Feldlinien an.

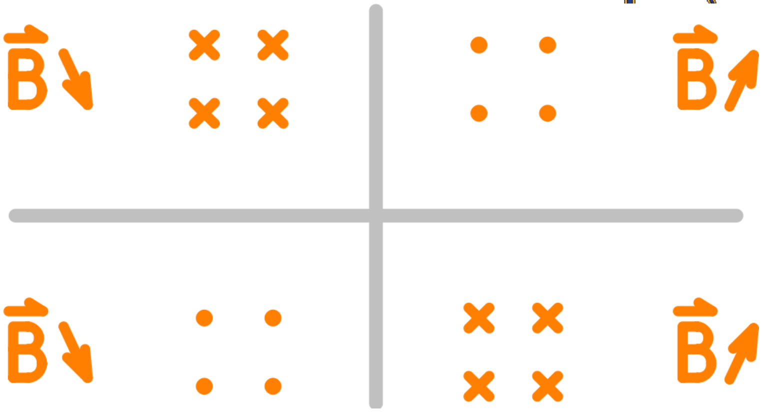
In der Mathematik schreibt man für das alles einfach:

$$rot\,\vec{E}=-\dot{\vec{B}} \quad \text{oder} \quad \nabla\times\vec{E}=-\dot{\vec{B}}$$

Das nur nebenbei. Wegen dem Minus in der Formel muss der Daumen gegen die Veränderung des Magnetfeldes zeigen.

Aufgabe 10.194:

Zeichen jeweils die von dem sich verändernden Magnetfeld erzeugten elektrischen Feldlinien ein. Der Einfachheit halber zeichnen wir nur Feldlinien, die das Magnetfeld ganz umfassen.



Aufgabe 10.195:

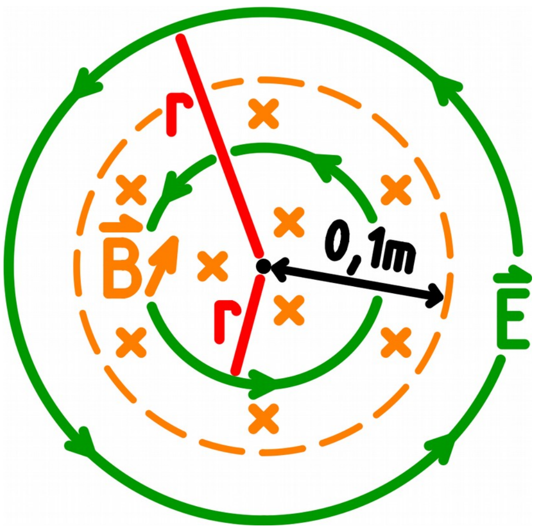
Ein zylinderförmiges, homogenes Magnetfeld (Mittelpunkt mit einem schwarzen Punkt markiert) ändert sich in 0,1s von 0 auf 1,0T.

a) Berechne die elektrische Feldstärke der induzierten E-Feldlinie bei r = 0,1m.

b) Berechne die Stärke der E-Feldlinien im Innern des Magnetfeldes in Abhängigkeit von r.

c) Berechne die Stärke der E-Feldlinien außerhalb des Magnetfeldes in Abhängigkeit von r.

d) Stelle die Ergebnisse von b) und c) in einem Diagramm dar.



10.5 Selbstinduktion

Von Selbstinduktion spricht man, wenn das sich verändernde Magnetfeld, das in der Spule eine Spannung induziert, von der Spule selbst erzeugt wird. Das passiert immer dann, wenn sich die Stromstärke in der Spule verändert, denn wegen $B = \mu_0 \cdot I \cdot (N/l)$ ändert sich dann das von der Spule erzeugte Magnetfeld und wenn dieses Magnetfeld sich verändert ...

- ➔ Immer wenn sich die Stromstärke in einer Spule verändert wird – vom Magnetfeld der Spule selbst – in der Spule eine Spannung induziert.

Größe der induzierten Spannung:

$$U_i = -N \cdot A \cdot \dot{B} = -N \cdot A \cdot \frac{d}{dt}\left(\mu_0 \cdot I(t) \cdot \frac{N}{l}\right) = -N \cdot A \cdot \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot \dot{I}(t) = -\mu_0 \cdot A \cdot \frac{N^2}{l} \cdot \dot{I}(t)$$

Den Faktor vor der Stromableitung nennt man Induktivität, L .

Selbstinduktion:

$$U_i = -L \cdot \dot{I}(t)$$

mit L, der Induktivität der Spule

$$L = \mu_0 \cdot A \cdot \frac{N^2}{l}$$

$[L] = 1\,H$ (Henry)

Das Minus in der Formel kommt aus der Lenzschen Regel. Wegen dieser Regel muss die induzierte Spannung so gerichtet sein, dass sie der Veränderung des Stromflusses in der Spule entgegenwirkt.

- ➔ Durch Selbstinduktion versucht die Spule jeder Veränderung des Stromflusses entgegenzuwirken.

- ➔ Die Spule will, daß die Stromstärke in ihr genauso bleibt wie sie ist.

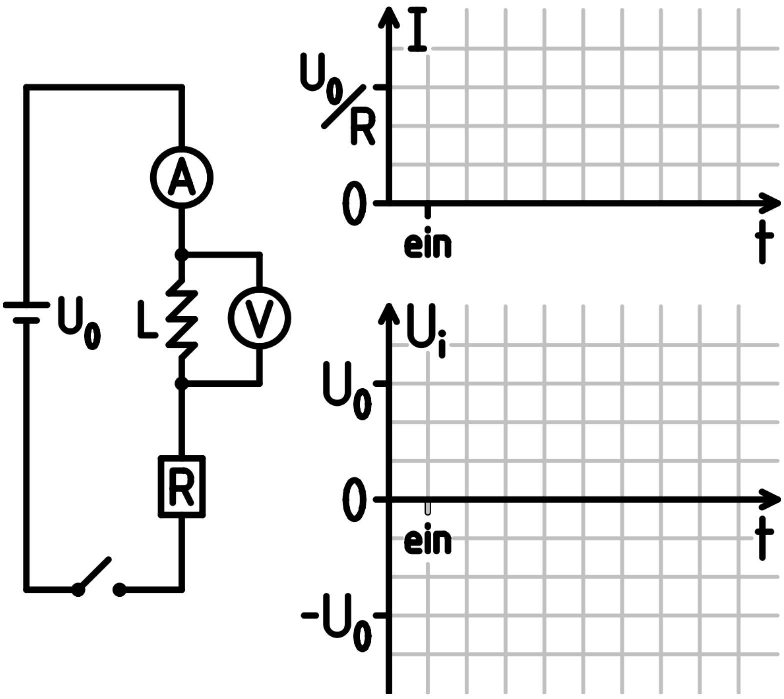
Aufgabe 10.196:

Nach allem was wir gelernt haben, kann ein Körper keine Kraft auf sich selbst ausüben. Das sich verändernde Magnetfeld wird aber von den Elektronen in der Spule erzeugt. Das bedeutet, dass die Elektronen eine Kraft auf sich selbst ausüben, was gar nicht geht. Kläre den Widerspruch auf!

Einschalt-Vorgang:

Wir gehen im weiteren davon aus, dass die Spule keinen ohmschen Widerstand hat (ideal) und das deshalb die an der Spule abfallende Spannung nur die induzierte Spannung sein kann.

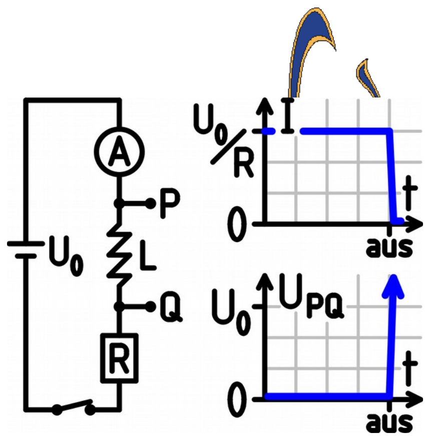
Bei "ein" ist die Stromstärke I = 0, am Widerstand fällt wegen U = R · I gar keine Spannung ab. Die ganze Spannung muss als induzierte Spannung Ui = - L · dI/dt an der Spule abfallen, weswegen der Anstieg der Stromstärke zu Beginn sehr steil ist.



Bei gestiegener Stromstärke wird der Spannungsabfall am Widerstand größer, d.h. die induzierte Spannung muss kleiner werden (Reihenschaltung). Wenn die in der Spule induzierte Spannung kleiner wird muss wegen Ui = - L · dI/dt auch der Anstieg der Stromstärke betragsmäßig kleiner werden, d.h. das t-I-Diagramm wird immer flacher. Schließlich wird die Stromstärke nur noch durch den ohmschen Widerstand begrenzt, und wenn dann I = konst. wird Ui = 0.

☺ Die Darstellung oben bietet eine vollständige logische Argumentation für das Zustandekommen der Diagramme, unter Ausnutzung der physikalischen Gesetze.

☠ Es wird allerdings keine Ursache-Wirkungskette herausgearbeitet, weil ja die induzierte Spannung die Folge des Ansteigens der Stromstärke ist und nicht umgekehrt!



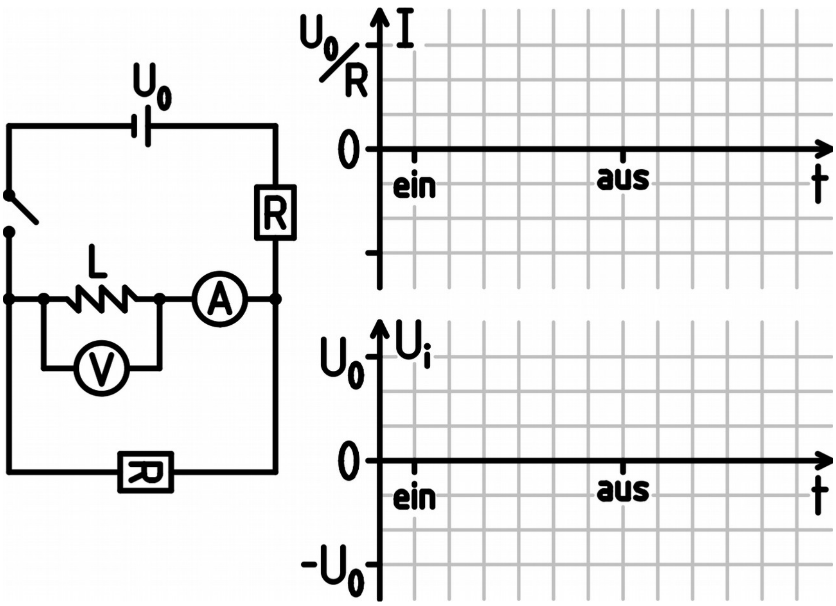
Ausschalten ohne Stromkreis:

Beim Ausschalten fällt die Stromstärke in kürzester Zeit auf Null (kein Stromkreis mehr da), d.h. dI/dt hat einen extrem hohen Betrag und wegen $U_i = - L \cdot dI/dt$ wird eine extrem hohe Spannung induziert.

Zwischen den Punkten P und Q entsteht eine sehr hohe Spannung, die so groß sein kann, dass es zum Spannungsdurchschlag kommt. Genutzt wird das für den Zündfunken bei Verbrennungsmotoren oder auch bei Weidezäunen, wobei die mechanischen Schalter zunehmend durch elektronische Schaltungen ersetzt werden.

Ein- und ausschalten am geschlossenen Stromkreis:

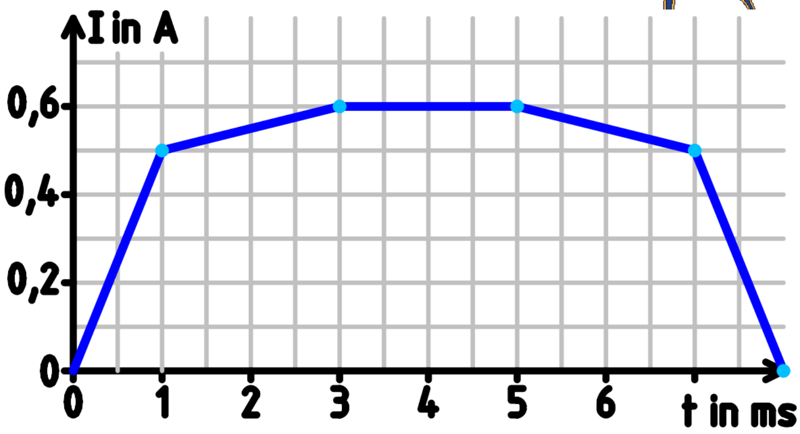
Zur Messung muss die Schaltung von oben entsprechend abgeändert werden. Der erste Widerstand ist verlegt, damit nach dem Ausschalten der ganze Strom durch den neuen Widerstand unten fließt und die ganze induzierte Spannung am neuen Widerstand unten abfällt, dann tun wir uns leichter beim Argumentieren.

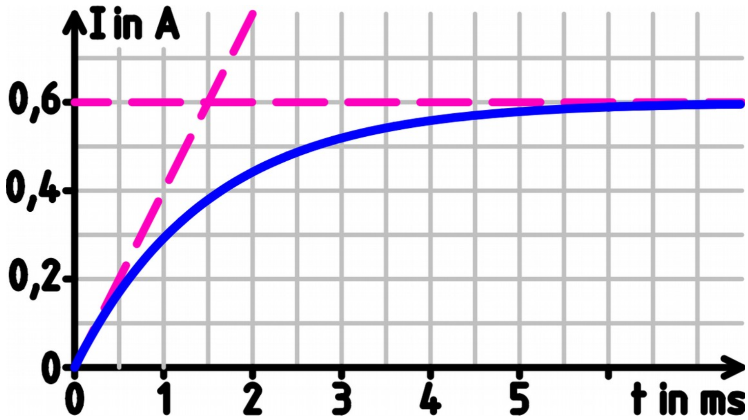


Beim Ausschalten fällt die Stromstärke wodurch eine Spannung induziert wird, die aber entgegengesetzt zur Spannung beim Einschalten gerichtet ist, da die induzierte Spannung beim Ausschalten den Stromfluss nicht behindert, sondern ihn aufrechterhalten will. Außerdem ist beim Einschalten dI/dt größer Null und beim Ausschalten dI/dt kleiner Null (weil die Stromstärke beim Ausschalten sinkt), und wegen $U = - L \cdot dI/dt$ muss dann auch die induzierte Spannung entgegengesetztes Vorzeichen haben. Wenn die Stromstärke sinkt, wird wegen $U = R \cdot I$ die am unteren Widerstand abfallende Spannung kleiner. Die in der Spule induzierte Spannung ist genauso groß (Parallelschaltung), deshalb muss wegen $U_i = - L \cdot dI/dt$ auch dI/dt betragsmäßig immer kleiner werden. Die Stromstärke fällt also immer langsamer (das t-I-Diagramm wird immer flacher), bis schließlich die Stromstärke und alles andere Null ist.

Aufgabe 10.197:

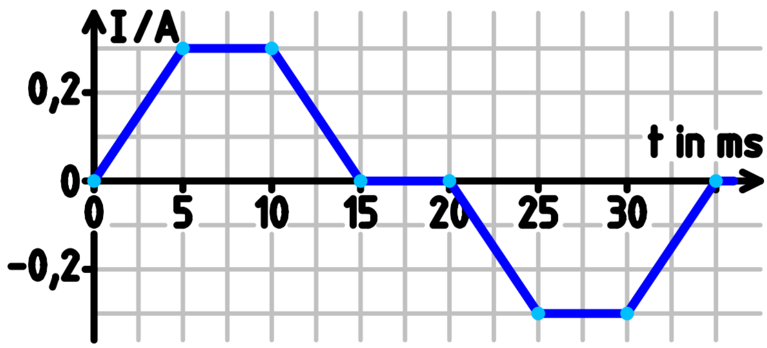
a) Das nebenstehende Diagramm zeigt den zeitlichen Verlauf der Stromstärke durch eine Spule der Induktivität L = 0,80 H. Bestimme die in den einzelnen Zeitintervallen induzierte Spannung.

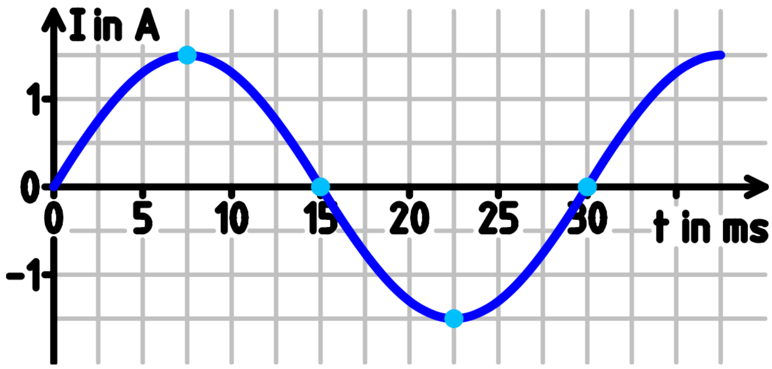




b) Ein Stromkreis mit Induktivität und ohmschem Widerstand ist an eine Spannung von U = 120 V angeschlossen. Das Diagramm zeigt den Verlauf der Stromstärke beim Einschalten. Die gestrichelten Hilfslinien sollen der Lesbarkeit dienen. Bestimme die Induktivität und den ohmschen Widerstand des Stromkreises.

c) Durch eine Spule mit 12 000 Windungen der Länge l = 20 cm und der Querschnittfläche A = 25 cm² fließt der im Diagramm gezeigte Strom. Zeichne ein t-U-Diagramm für die in der Spule induzierte Spannung.





d) Durch eine Spule der Induktivität L = 3,0 H fließt der im Diagramm gezeigte Strom. Bestimme die zu den markierten Zeitpunkten induzierte Spannung und zeichne für die in der Spule induzierte Spannung ein t-U-Diagramm..

10.6 Energie der stromdurchflossenen Spule

Da man gegen die Selbstinduktion Arbeit verrichten muss, um die Stromstärke in der Spule von Null auf den gewünschten Wert zu steigern, muss wegen des Energieerhaltungssatzes die Energie der Spule gestiegen sein. Diese Energie ist in der stromdurchflossenen Spule gespeichert und wird beim Ausschalten eingesetzt um den Stromfluss noch ein wenig aufrechtzuerhalten.

Ob man sagt, dass die Energie in der stromdurchflossenen Spule steckt oder im dadurch erzeugten Magnetfeld ist Geschmackssache. Nur durch das Zusammenbrechen des Magnetfeldes wird ja die Energie freigesetzt, aber ohne Spule gäbe es gar kein Magnetfeld. Für die gespeicherte Energie gilt die Formel:

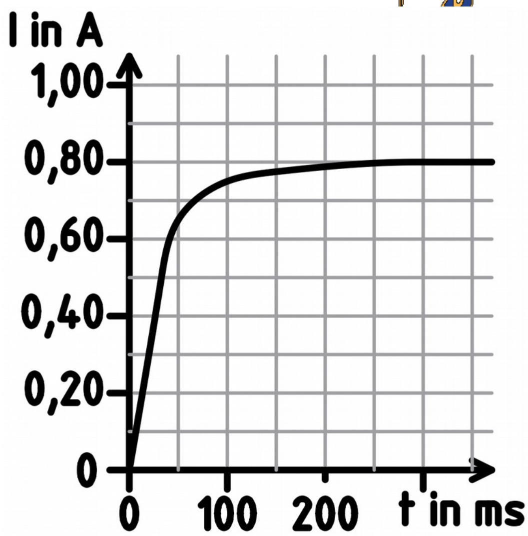
$$\boxed{E_{mag}=\frac{1}{2}\cdot L\cdot I^2}$$

Die Formel ist der elektrischen Energie im Kondensator $E_{el}=\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2$ recht ähnlich. Auch beim Kondensator kann man sich auf den Standpunkt stellen, das die Energie im elektrischen Feld gespeichert ist, oder wahlweise in den verschobenen Ladungen als potentielle Energie. Beide Standpunkte haben jeweils ihre Berechtigung.

Aufgabe 10.198:

Wenn man den Energiegehalt durch das Volumen des Feldes teilt, bekommt man die Energiedichte des Feldes ρ_{el} bzw. ρ_{mag} . Damit kann man dann die Energie im Feld schreiben als $E=\rho\cdot V$. Bestimme die Energiedichte des elektrischen und des magnetischen Feldes in Kondensator bzw. Spule in Abhängigkeit nur von der Feldstärke (Flussdichte) und von Naturkonstanten. Das richtige Volumen ist jeweils das Volumen des Geräts, d.h. V = A·d bzw. V = A· l . Rechne im Vakuum, d.h. ohne ϵ_r bzw. μ_r .

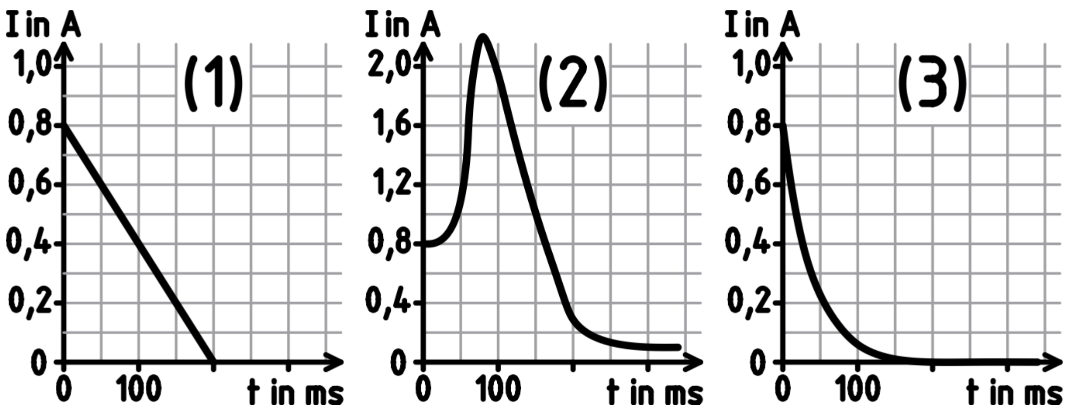
Aufgabe 10.199: ISB, Link; Induktivität einer Spule



Eine Spule ist über einen Schalter an ein Netzgerät mit der Spannung U = 10 V angeschlossen. Beim Schließen des Schalters entsteht das t-I-Diagramm rechts.

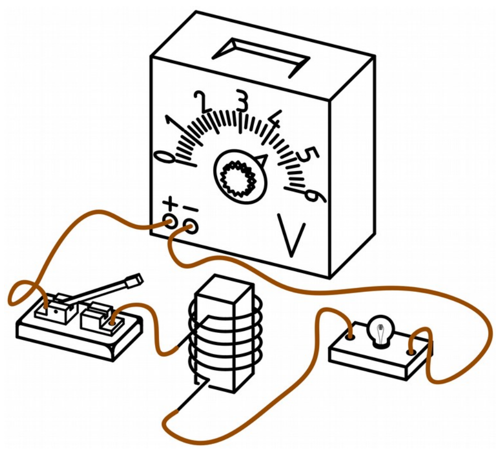
a) Erklären Sie, weshalb die maximale Stromstärke mit deutlicher zeitlicher Verzögerung erreicht wird.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Diagramms den ohmschen Widerstand und die Induktivität der Spule.



c) Die Spule wird nun durch Umschalten vom Netzgerät getrennt und über einen Widerstand kurzgeschlossen. Dabei wird der Verlauf der Stromstärke aufgezeichnet. Welches der drei Diagramme beschreibt den Verlauf der Stromstärke beim Ausschaltvorgang? Gib jeweils ein Argument, weshalb die beiden anderen Diagramme nicht in Frage kommen.

Aufgabe 10.200:

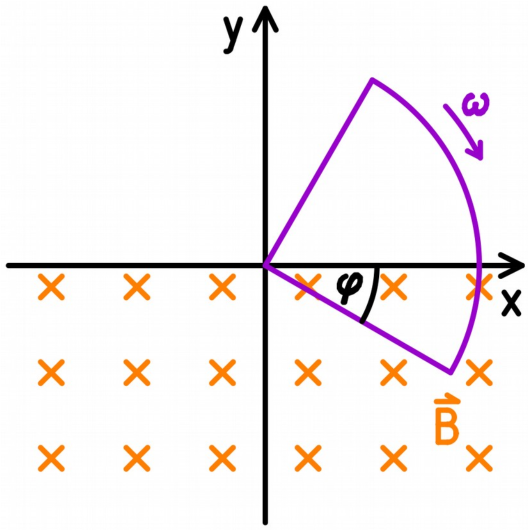


Wenn der Schalter im nebenstehenden Bild geschlossen wird, dann dauert es einige Zeit, bis die Glühbirne zu leuchten beginnt.

Erkläre diese Verzögerung.

10.7 Abi

Aufgabe 10.201: Abi 2000, modifiziert



Eine Leiterschleife hat die Form eines Kreissektors mit dem Mittelpunktswinkel 90° und dem Radius r. Sie rotiert mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω im Uhrzeigersinn um den Ursprung des eingezeichneten KOSY. Unterhalb der x-Achse befindet sich ein homogenes Magnetfeld der Flussdichte B. Zur Zeit t = 0 ist der Winkel φ = 0. Die Umlaufdauer ist T.

a) Stellen Sie in einem Diagramm den zeitlichen Verlauf des magnetischen Flusses durch die Leiterschleife und in einem zweiten Diagramm den Verlauf der in der Leiterschleife induzierten Spannung im Zeitintervall [0;T] dar. Skalieren Sie die Zeitachsen in Vielfachen von T. Die Skalierung der Fluss- und Spannungsachse ist beliebig.

Es seien nun B = 0,5 T, r = 10 cm und T = 20ms und der elektrische Widerstand der Leiterschleife 5,0 Ω.

b) Berechnen Sie den Maximalwert für die induzierte Spannung. (Kontrolle: 0,785V)

c) Stellen Sie den zeitlichen Verlauf des in der Leiterschleife induzierten Stroms in Zeitintervall [0;T] in einem skalierten (Zahlenwerte) Diagramm dar.

Aufgabe 10.202: Abi 1998

In einem homogenen Magnetfeld mit der Flussdichte B befindet sich eine flache Induktionsspule mit der Querschnittsfläche $A = 40\ cm^2$ und der Windungszahl $N = 500$. Die Drehachse liegt in der Spulenebene und steht senkrecht auf den Feldlinien des Magnetfeldes. Wenn die Induktionsspule mit konstanter Frequenz f rotiert, wird in ihr eine sinusförmige Wechselspannung mit dem Scheitelwert Uo induziert.

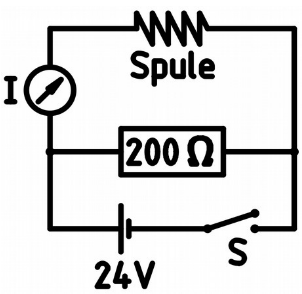
Indem f auf verschiedene Werte eingestellt wird, ermittelt man die folgende Messreihe:

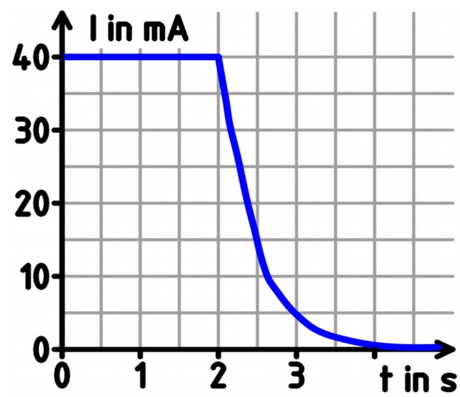
f in Hz	16	22	28	36
Uo in V	0,34	0,46	0,59	0,75

a) Zeigen Sie durch graphische Auswertung, dass Uo zu f direkt proportional ist und ermitteln Sie den Wert des Proportionalitätsfaktors k.

b) Bestätigen Sie, ausgehend vom Induktionsgesetz, dass für den Proportionalitätsfaktor k aus Teilaufgabe a) gilt: $k = 2\pi \cdot N \cdot A \cdot B$. Berechnen Sie B.

Aufgabe 10.203: Abi 1998





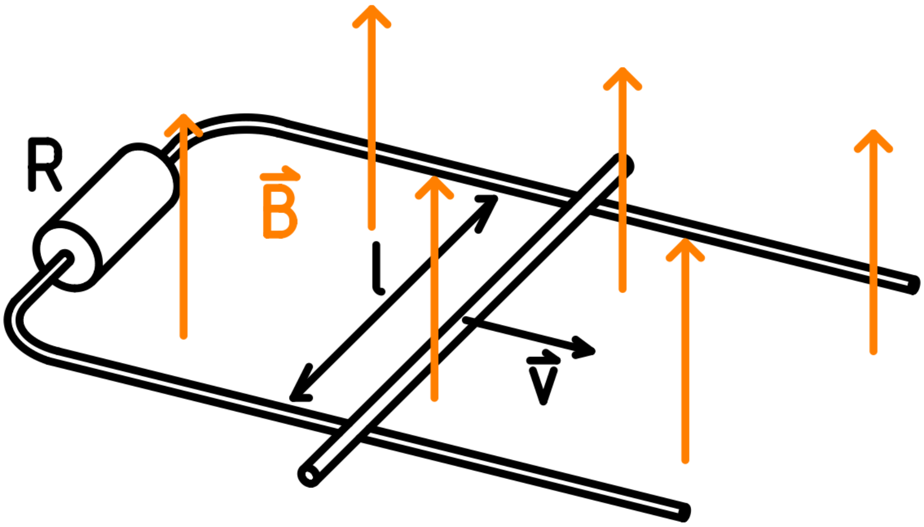
Die Abbildung zeigt eine Spule und den parallel geschalteten Widerstand R2 = 200 Ω. Sie sind an eine Batterie mit der Spannung U = 24 V angeschlossen. Zur Zeit t = 2,0 s wird der Schalter S geöffnet. Die vom eingezeichneten Messgerät angezeigte Stromstärke nimmt dann den im Diagramm dargestellten Verlauf.

a) Erklären Sie ausführlich unter Bezugnahme grundlegender physikalischer Gesetze, weshalb die Stromstärke I nicht sofort auf den Wert 0 abfällt.

b) Berechnen Sie den ohmschen Widerstand R1 der Spule (Bei Vernachlässigung des Innenwiderstands des Messgeräts).

c) Die unmittelbar nach dem Öffnen des Schalters S induzierte Spannung beträgt 32,0 V. Bestimmen Sie mit Hilfe des gegebenen t-I-Diagramms die zeitliche Änderungsrate dI/dt unmittelbar nach dem Öffnen des Schalters und berechnen Sie so einen Näherungswert für die Induktivität der Spule.

Aufgabe 10.204: Abi 1999



Ein waagerecht angeordneter und auf der rechten Seite offener Drahtrahmen mit einer Breite von l = 10 cm wird von einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte B = 0,90 T senkrecht durchsetzt (siehe Bild). Ein Leiterstück liegt auf dem Drahtrahmen und wird durch eine äußere Kraft F mit der konstanten gehaltenen Geschwindigkeit v = 25 cm/s nach rechts bewegt. Der Widerstand im linken Teil des Drahtbügels besitzt den Wert R = 0,50 Ω, der Widerstand des restlichen Drahtbügels und des Leiterstücks sowie Kontaktwiderstände sind vernachlässigbar.

a) Bestimmen Sie unter Verwendung des Induktionsgesetzes die Spannung Ui, die zwischen den beiden Auflagepunkten des Leiterstücks induziert wird, sowie die Stärke I des im geschlossenen Kreis fließenden Stroms. (Kontrolle: I = 45 mA)

b) Berechnen Sie die Kraft, mit der am Leiterstück gezogen werden muss. Reibungskräfte sollen unberücksichtigt bleiben. (Kontrolle: F = 4,1 mN)

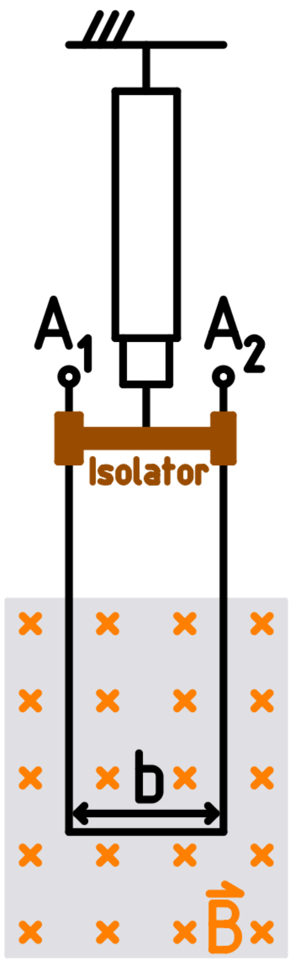
c) Bestimmen Sie die mechanische Arbeit Wm, die während der Zeitspanne Δt = 10 s verrichtet wird, und die im Widerstand R umgesetzte elektrische Energie ΔWel für diese Zeitspanne unter Verwendung der Ergebnisse der Teilaufgaben a) und b) . Vergleichen Sie die beiden Werte und interpretieren Sie das Ergebnis.

d) Zeigen Sie, dass für die magnetische Kraft F auf den Leiter gilt:

$$F = \frac{B^2 \cdot l^2 \cdot v}{R}$$

e) Der mit v = 25 cm/s bewegte Leiter wird nun losgelassen. Begründen Sie, warum die Geschwindigkeit des Leiters zeitlich nicht linear abnimmt und skizzieren Sie qualitativ das zugehörige t-v-Diagramm.

Aufgabe 10.205: Abi 2000



In ein homogenes Magnetfeld taucht teilweise ein Leiterrahmen der Breibe b ein, der isoliert an einem auf null gestellten Kraftmesser hängt. Wird an die Anschlüsse A1 und A2 eine Gleichspannung angelegt, so wirkt auf den Leiterrahmen bei geeigneter Polung eine nach unten gerichtete Kraft F.

a) Geben Sie die Polung an und begründen Sie ihr Ergebnis.

b) Es werden zwei Messreihen durchgeführt:

➔ Bei einem Leitrrahmen der Breite b = 80 mm wird F in Abhängigkeit von der eingestellten Stromstärke I im Rahmen gemessen.

I in A:	2,0	4,0	6,0	8,0
F in mN:	0,34	0,68	1,03	1,37

➔ Nun wird die Kraft auf den Leiterrahmen verschiedener Breiten b gemessen. Die Stromstärke beträgt dabei im Rahmen jeweils I = 10 A.

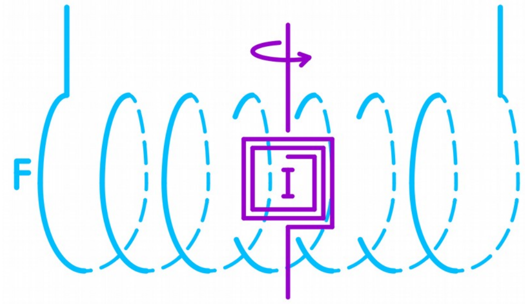
b in mm:	80	40	20
F in mN:	1,71	0,86	0,42

Zeigen Sie, dass F direkt proportional zum Produkt aus Leiterstromstärke I und Rahmenbreite b ist. Ermitteln Sie den Wert des Proportionalitätsfaktors k.

c) Beschreiben Sie eine geeignete Variation des Experiments, mit der sich begründen lässt, dass sich die Konstante k aus Teilaufgabe b) zur Beschreibung der "Stärke" eines Magnetfeldes eignet.

d) Nach Abtrennung der Gleichspannungsquelle werden die Anschlüsse A1 und A2 über ein Amperemeter verbunden. Es entsteht eine geschlossene Leiterschleife mit dem ohmschen Widerstand R = 10 Ω. Die vom Magnetfeld der Flussdichte B = 2,1 mT durchsetzte Teilfläche hat einen Flächeninhalt von 100 cm^2. Welche Stromstärke wird gemessen, wenn das Magnetfeld innerhalb von 1,0 ms gleichmäßig auf null geregelt wird?

Aufgabe 10.206: Abi 2001



Das homogene Feld im Innern einer langen Feldspule F (Windungszahl 1200; Länge 30 cm) hat die Flussdichte 5,0 mT. Dort befindet sich eine drehbar gelagerte Induktionsspule I (Windungszahl 200; Querschnittsfläche 25 cm²), wobei Drehachse der Induktionsspule und Feldspulenachse senkrecht zueinander sind.

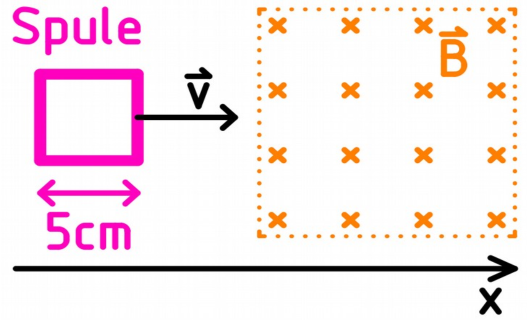
a) Berechnen Sie die Stromstärke in der Feldspule.

b) Beim Einschalten des Feldstroms stehen die Querschnittsflächen der Spulen senkrecht aufeinander. Ergibt sich hierbei eine Wirkung auf die Induktionsspule? Geben Sie eine kurze Begründung.

c) Nun soll durch Drehung der Induktionsspule eine sinusförmige Wechselspannung mit dem Scheitelwert U_0 = 35 mV erzeugt werden. Wählen Sie hierzu für den Zeitpunkt t = 0 eine geeignete Anfangsstellung der Induktionsspule und leiten Sie den Term für die induzierte Spannung U(t) her. Berechnen Sie damit die Drehfrequenz.

<u>Aufgabe 10.207: Abi 2002, modifiziert</u>

Eine kleine Spule mit quadratischem Querschnitt, 20 Windungen und kurzgeschlossenen Spulenenden besitzt den ohmschen Widerstand 0,50 Ω. Sie bewegt sich mit der konstanten Geschwindigkeit v = 2,5cm/s in x-Richtung auf ein homogenes, scharf begrenztes Magnetfeld der Flussdichte 1,2 T zu.



a) Erklären Sie, weshalb ein Induktionsstrom in der Spule nur dann fließt, wenn diese in den vom Magnetfeld erfüllten Raum ein- bzw. austritt.

b) Berechnen Sie die Stärke I des Induktionsstroms. (Kontrolle: I = 60 mA)

c) Begründen Sie, weshalb während des Ein- bzw. Austritts eine Kraft auf die Spule wirkt, und geben Sie deren Richtung und Betrag an.

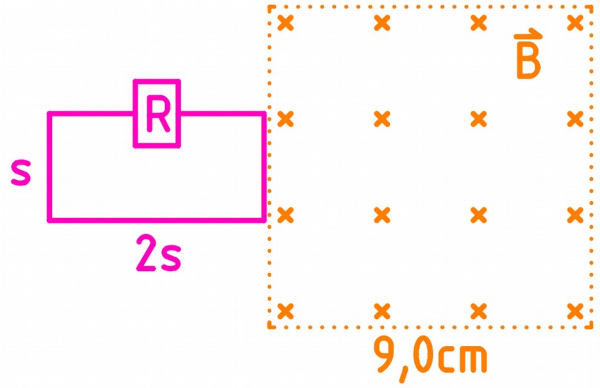
Die Spule befindet sich zum Zeitpunkt t = 0 in einer Entfernung von 2,5 cm vor der Grenze des Magnetfeldes.

d) Zeichnen Sie in je ein t-U-Diagramm den Verlauf der induzierten Spannung ...

i) ... wenn die Ausdehnung des Magnetfeldes in x-Richtung 10 cm beträgt.

ii) ... wenn die Ausdehnung des Magnetfeldes in x-Richtung 2,5 cm beträgt.

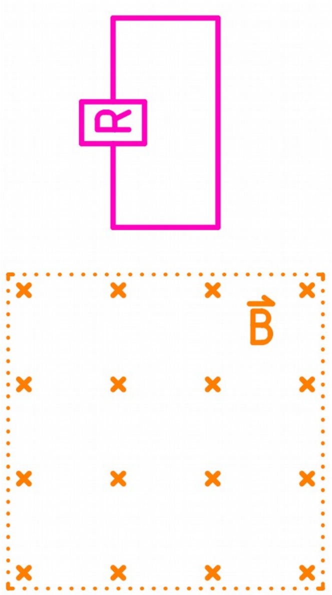
Aufgabe 10.208: Abi 2004



Ein homogenes Magnetfeld mit der Flussdichte B = 0,8 T steht senkrecht zur Zeichenebene und ist dort auf ein quadratisches Gebiet der Kantenlänge 9,0 cm begrenzt. Durch dieses wird ein rechteckiger Drahtrahmen mit einem Widerstand R = 4,0 Ω (Abmessungen siehe Skizze, s = 3,0 cm) mit einer konstanten Geschwindigkeit von v = 1,5 cm/s von links nach rechts gezogen. Die Zeitmessung beginnt, wenn der rechte Rand des Drahtrahmens den Magnetfeldbereich berührt. Nach der Zeitspanne 12 s wird der Drahtrahmen in einer vernachlässigbar kleinen Zeit abgebremst, erneut beschleunigt und wiederum 12 s lang mit v = 1,5 cm/s in die entgegengesetzte Richtung bewegt.

a) Berechnen Sie die verschiedenen Induktionsspannungen, die im Zeitintervall zwischen t = 0 und t = 24 s am Widerstand R auftreten, und fertigen Sie ein t-U-Diagramm für diesen Zeitraum an.

b) Berechnen Sie die Beträge der Kräfte, die durch die Induktion während dieses Zeitraums auf den Drahtrahmen wirken, und geben sie deren Richtungen mit Begründung an.



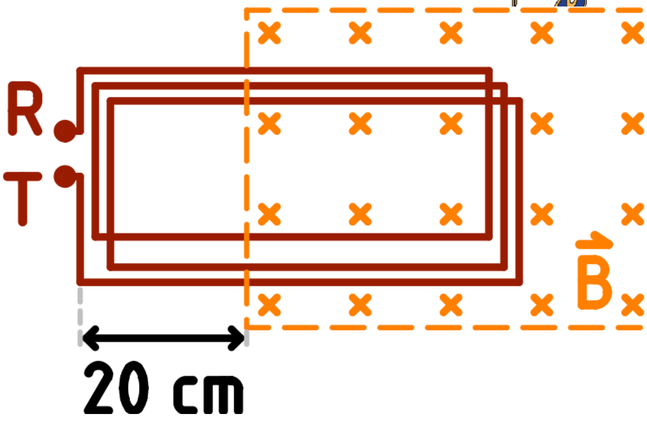
c) Nun wird die Anordnung so aufgestellt, dass der Drahtrahmen mit dem Widerstand frei durch das Magnetfeld fallen kann.

ci) Erläutern Sie qualitativ, wie der Fall des Drahtrahmens durch das Magnetfeld beeinflusst wird. Die Magnetfeldlinien sollen dabei die Fläche des Drahtrahmens senkrecht durchsetzten.

cii) Welchen Einfluss auf die Bewegung hat eine Verdopplung des Widerstandswerts von R?

Aufgabe 10.209: Abi 2007

Eine rechteckige Spule (Länge 80 cm, Breite 30 cm) mit 10 Windungen ist auf einem Wagen gelagert, der sich in der Zeichenebene reibungsfrei bewegen kann. Ein Teil der Spulenfläche wird senkrecht von einem homogenen, begrenzten Magnetfeld durchsetzt. Die nebenstehende Skizze zeigt die Sicht von oben. Zunächst wird der Wagen festgehalten.

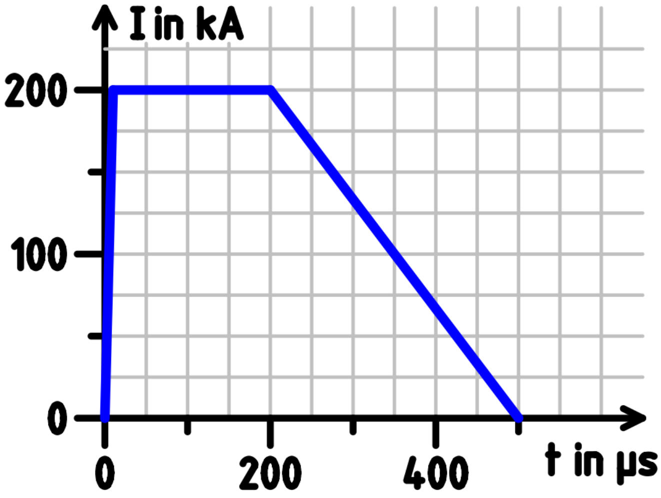


a) Die magnetische Flussdichte steigt im Zeitintervall 0 bis 4,0 s linear von 0 bis 0,80 T an. Berechnen Sie für dieses Zeitintervall die zwischen den Spulenenden R und T auftretende Induktionsspannung Ui.

b) Die Spulenenden R und T sind nun leitend verbunden, der Wagen wird immer noch festgehalten. Die magnetische Flussdichte ändert sich wie in Teilaufgabe a). Wie groß ist die Stromstärke während des Anwachsens der Flussdichte, wenn die Spule den Widerstand 2,0 Ω besitzt? Begründen Sie, dass sich die Elektronen im Uhrzeigersinn bewegen.

c) Nun wird der Wagen nicht mehr festgehalten. Die Experimente aus a) und b) werden wiederholt. Begründen Sie, dass sich am Ergebnis von Teilaufgabe a) nichts ändert. Welche Beobachtung erwarten Sie für das Experiment mit dem Aufbau von Teilaufgabe b) (R und T leitend verbunden)?

Aufgabe 10.210: Abi 2009



Nebenstehend ist das t-I-Diagramm einer vereinfachten Blitzentladung ("Norm-Blitz") in einer Gewitterregion abgebildet. Die Anstiegszeit der Stromstärke beträgt 10 µs.

a) Zeigen Sie mithilfe des Diagramms, dass ein Norm-Blitz etwa die Ladung 70 C transportiert.

Der Entladestrom I ist wie ein stromdurchflossener Draht von einem Magnetfeld umgeben. Für die magnetische Flussdichte B im Abstand r vom Entladestrom gilt:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

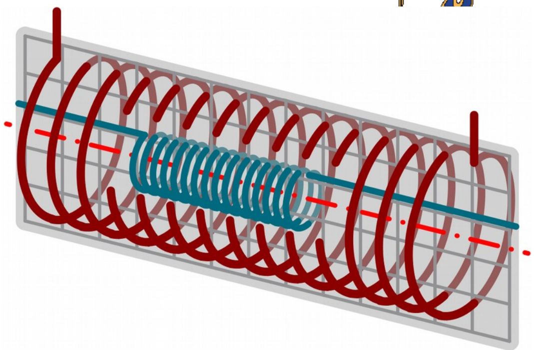
b) Berechnen Sie die maximale Flussdichte B, die sich in 50 m Abstand vom Normblitz ergibt. Entnehmen Sie dazu benötigte Daten dem Diagramm. (Kontrolle: B = 0,80 mT)

In der Umgebung eines Blitzes können an spannungsempfindlichen Elektrogeräten Schäden durch Induktion auftreten. Gehen Sie davon aus, dass sich in 50 Metern Entfernung vom Normblitz eine kreisförmige Spule der Querschnittsfläche 2,0 cm² mit 1200 Windungen befindet.

c) Bei welcher Orientierung der Spule ergibt sich die größte Induzierte Spannung, wenn die Blitzentladung senkrecht zur Erdoberfläche verläuft? Begründen Sie ihre Antwort.

d) Berechnen Sie den Betrag der mittleren induzierten Spannung, die in den ersten 10 µs des Normblitzes induziert wird.

Aufgabe 10.211: Abi 2009; Induktion in einer langgestreckten Spule



Im Innern einer langgestreckten, zylinderförmigen Feldspule (Länge l_1 = 750 mm, N_1 = 1460; A_1 = 45,0 cm²) befindet sich eine Induktionsspule (l_2 = 105 mm, N_2 = 200, A_2 = 20,25 cm²), deren Enden mit einem Spannungsmessgerät verbunden sind (nicht eingezeichnet). Beide Spulen sind zueinander parallel.

a) Erläutern Sie jeweils ausführlich, welche Wirkungen folgende Experimente in der Induktionsspule hervorrufen:

i) Durch die Feldspule fließt ein sinusförmiger Wechselstrom.

ii) In der Feldspule fließt ein Gleichstrom konstanter Stärke, während die In duktionsspule in Richtung ihrer Spulenachse im Innern der Feldspule hin und her bewegt wird.

Durch die Feldspule fließt nun ein Gleichstrom der Stärke I = 3,0 A.

b) Berechnen Sie die magnetische Flussdichte B im Innern der Feldspule bei dieser Stromstärke. (Kontrolle: B = 7,3 mT)

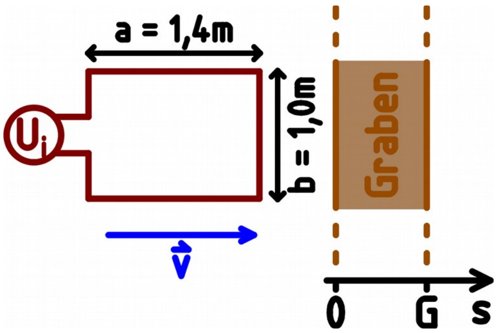
c) Die Feldspule wird innerhalb von 0,50 Sekunden auf die doppelte Länge auseinander gezogen, wobei die Induktionsspule ihre Form und Position beibehält. Begründen Sie ausführlich, weshalb in der Induktionsspule eine Spannung induziert wird. Berechnen Sie den Wert dieser Induktionsspannung.

Aufgabe 10.212: Abi 2010; Erdmagnetfeld und Archäologie

Eine Untersuchung des Erdmagnetfeldes ist für verschiedene Wissenschaften aufschlussreich.

a) Die Flussdichte des Erdmagnetfeldes kann zum Beispiel mithilfe einer Hallsonde bestimmt werden. Erklären Sie das Zustandekommen einer Hallspannung anhand einer Skizze und zeigen Sie, dass die Hallspannung direkt proportional zur magnetischen Flussdichte B ist.

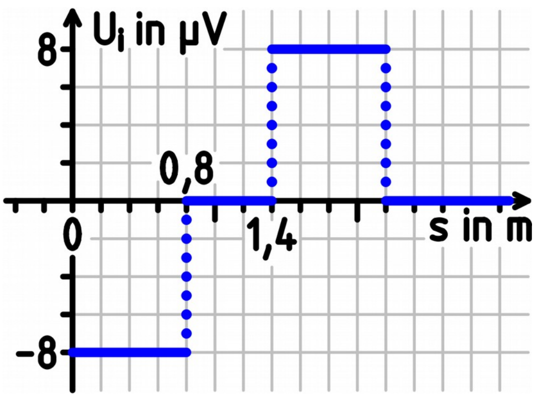
In der Archäologie lassen sich durch Analyse des Erdmagnetfeldes die Grundrisse ehemaliger Bebauungen ermitteln, da zum Beispiel Material, das zur Auffüllung eines Grabens verwendet wurde, eine lokale Veränderung des Magnetfeldes verursachen kann. Ein mögiches Verfahren, diese Veränderung nachzuweisen, ist das folgende:



Eine flache, rechteckige Spule (Maße siehe Bild) wird als liegende Induktionsschleife mit konstanter Geschwindigkeit über das Gelände bewegt.

Dabei misst man die Induktionsspannung Ui und ermittelt für einen alten, verschütteten Graben von einer Breite G = 0,80 m einen Verlauf von Ui wie im untenstehenden Diagramm dargestellt. Die magnetische Flussdichte im Bereich des Grabens soll dabei als homogen vorausgesetzt werden.

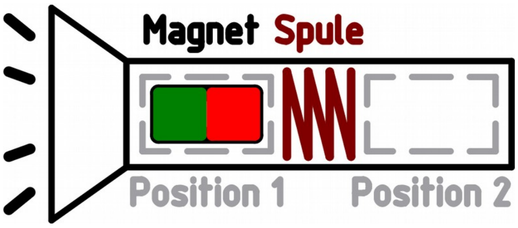
b) Erläutern Sie knapp, unter welchen Bedingungen in einer Spule eine Spannung induziert wird, und erklären Sie damit den Verlauf der Induktionsspannung in nebenstehendem Diagramm.



In einem zweiten Versuch wird ein quadratischer Drahtrahmen mit Seitenlänge 0,50 m mit der gleichen Geschwindigkeit v über den Graben geführt.

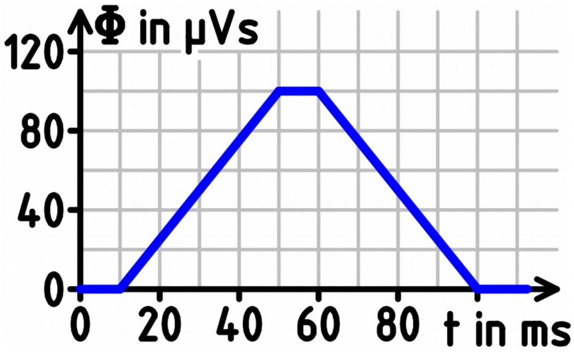
c) Zeichnen Sie das zu erwartende s-Ui-Diagramm für diesen Fall in ein geeignetes Koordinatensystem und erläutern Sie, wie die Breite des Grabens auch mit einer kleineren Spule bestimmt werden kann.

Aufgabe 10.213: Abi 2011; Induktionstaschenlampe



In einer Induktionstaschenlampe wird ein Permanentmagnet mittels Hin- und Herschütteln durch eine Spule (N = 1500) hindurch bewegt. Die dabei erzeugte Induktionsspannung wird gleichgerichtet und zum Laden eines Kondensators mit der Kapazität $C = 1{,}5$ F genutzt.

a) Zunächst wird die Bewegung des Magneten von Position 1 nach Position 2 betrachtet. Als Näherung für den zeitlichen Verlauf des magnetischen Flusses Φ in der Spule soll nebenstehendes t-Φ-Diagramm verwendet werden. Berechnen Sie die Beträge der induzierten Spannungen Ui und zeichnen Sie ein entsprechendes t-Ui-Diagramm.



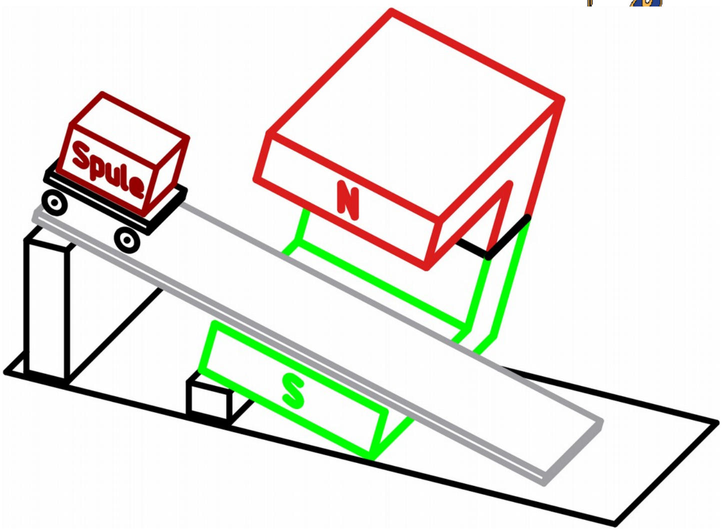
Am Kondensator liegt nach mehrfachem Schütteln die Spannung U = 3,0 V an.

b) Berechnen Sie die im Kondensator gespeicherte elektrische Energie, sowie die Größe der im Kondensator gespeicherten Ladung. (Kontrolle: E = 6,8 J)

c) Durch die Entladung des Kondensators wird eine Leuchtdiode betrieben. Dem Kondensator wird hierzu eine mittlere Leistung von P = 20 mW entnommen. Die Diode leuchtet nur, wenn die Kondensatorspannung mindestens 1,5 V beträgt. Schätzen Sie damit rechnerisch die Leuchtdauer der Diode ab.

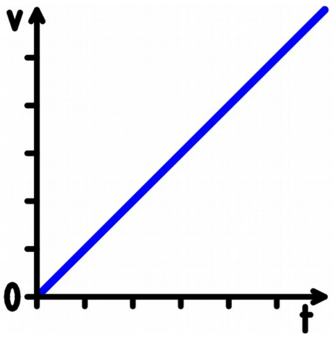
Aufgabe 10.214: G8 Muster-Abi 2010; Bewegung im Magnetfeld

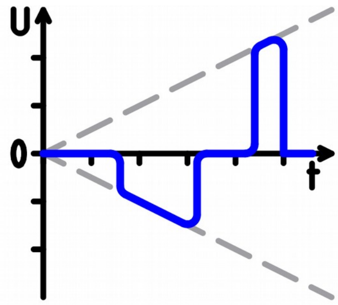
Auf einem Laborwagen aus Kunststoff liegt eine quaderförmige Spule. Der Wagen rollt eine schiefe Ebene hinunter und durchquert dabei ein Magnetfeld, das senkrecht zur schiefen Ebene gerichtet ist. Für die folgenden Betrachtungen kann davon ausgegangen werden, dass das Magnetfeld ausschließlich zwischen den beiden Polen existiert und homogen ist. Die Reibung kann vernachlässigt werden.



a) Begründen Sie kurz, bei welcher Orientierung der Spule sich Induktionseffekte ergeben.

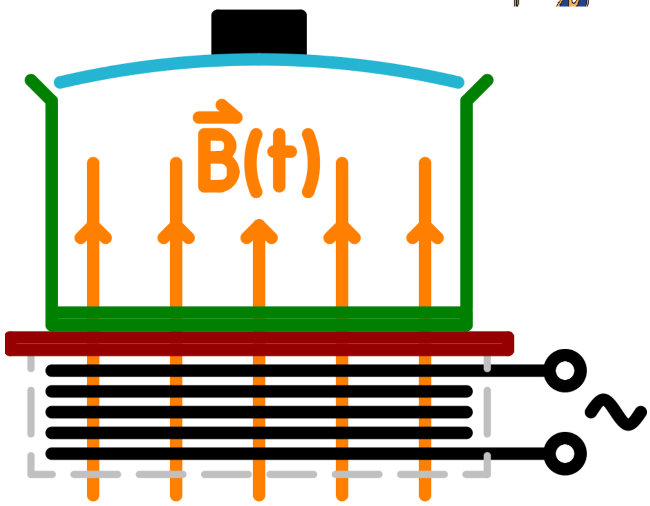
b) Die Anschlüsse der Spule sind nicht verbunden. Die nebenstehenden Diagramme zeigen die Geschwindigkeit v des Wagens bzw. die induzierte Spannung U, die an den Anschlüssen abgegriffen werden kann, in Abhängigkeit von der Zeit t. Beschreiben und erklären Sie das Zustandekommen der Diagramme.





c) Jetzt wird an die Anschlüsse der Spule ein Strommessgerät angeschlossen und der Vorgang wiederholt. Beschreiben Sie qualitativ, was sich an der Bewegung des Wagens gegenüber Teilaufgabe b) ändert. Für welche Zeitbereiche erwarten Sie einen Ausschlag des Strommessgeräts?

Aufgabe 10.215: Abi 2012; Induktionskochfeld



Bei einem Induktionskochfeld durchsetzt ein magnetisches Wechselfeld der Flussdichte $B(t) = B_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ einen metallischen Topfboden.

a) Erklären Sie, warum sich der Boden eines Eisentopfes, der auf dem eingeschalteten Kochfeld steht. erwärmt.

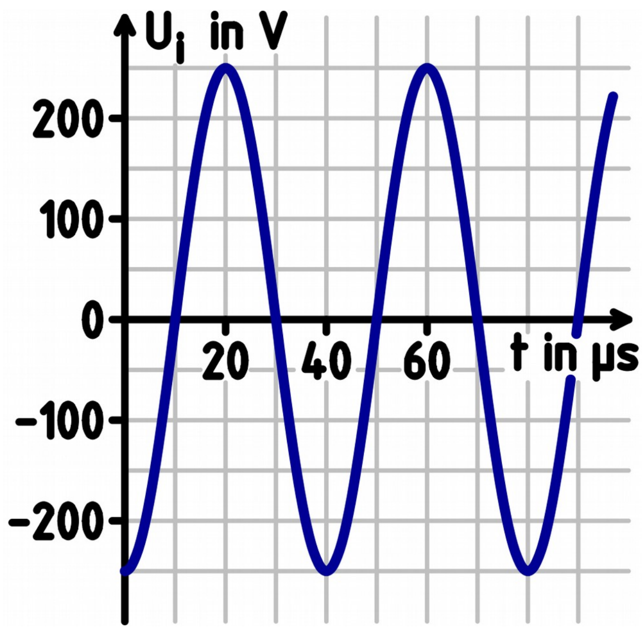
Nun wird anstelle des Topfes eine Induktionsspule mit $N = 500$ Windungen so auf das eingeschaltete Kochfeld gelegt, dass ihre Querschnittfläche der Größe $A = 30\ cm^2$ vollständig und senkrecht vom Magnetfeld durchsetzt wird.

b) Zeigen Sie, dass zwischen den Enden der Spule eine Induktionsspannung mit

$$U_i = -N \cdot A \cdot B_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

entsteht.

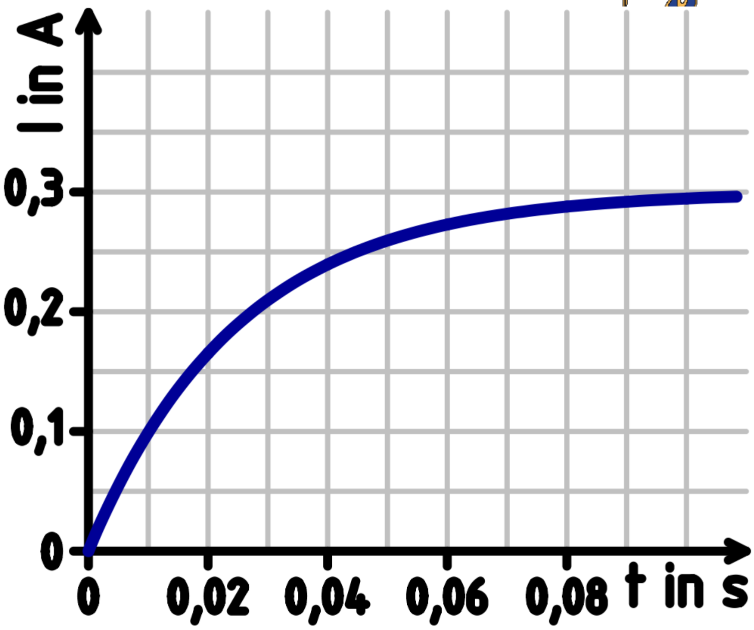
c) Ein an die Spule angeschlossenes Oszilloskop zeigt den nebenstehenden zeitlichen Verlauf der Induktionsspannung Ui(t). Ermitteln Sie zusammen mit dem Ergebnis der Teilaufgabe 3.b) den Scheitelwert Bo des magnetischen Wechselfeldes.



d) Begründen Sie, weshalb zur Erzeugung hoher Induktionsspannungen bei Induktionskochfeldern Wechselspannungen im kHz-Bereich und nicht solche mit der Frequenz 50 Hz der Netz-Wechselspannung verwendet werden.

Aufgabe 10.216: Abi 2013; Induktivität einer Spule

Eine Spule und ein Schalter werden in Serie an einen 6,0 V-Akku angeschlossen. Das t-I-Diagramm zeigt die Stromstärke in der Spule, wenn zum Zeitpunkt $t = 0\ \text{s}$ der Schalter geschlossen wird.



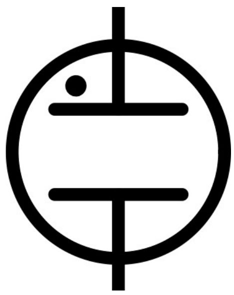
a) Erklären Sie das Zustandekommen des Kurvenverlaufs. Gehen Sie insbesondere darauf ein, dass zum Zeitpunkt $t = 0\ \text{s}$ die Stromstärke $I = 0\ \text{A}$ beträgt.

b) Entnehmen Sie dem Diagramm die Steigung der Kurve bei $t = 0\ \text{s}$ und verwenden Sie diese um nachzuweisen, dass die Induktivität der Spule ca. $0{,}5\ \text{H}$ beträgt.

c) Zeigen Sie mit Hilfe des Diagramms, dass der Ohmsche Widerstand der Spule ungefähr $20\ \Omega$ beträgt.

d) Die bisher verwendete Spule wird gegen eine andere Spule mit doppelter Induktivität und doppelt so großem Ohmschen Widerstand ausgetauscht. Zeichnen Sie in das gegebene Diagramm den t-I-Kurvenverlauf für die neue Versuchssituation ein.

Durch das Öffnen des Schalters wird nun die Spule wieder vom $6{,}0$ V-Akku getrennt. Die dabei auftretende Selbstinduktionsspannung lässt sogar eine Glimmlampe aufleuchten, deren Zündspannung sehr viel größer als $6{,}0\ \text{V}$ ist.



e) Erstellen Sie einen Schaltplan für dieses Demonstrationsexperiment; verwenden Sie dafür das abgebildete Schaltsymbol für eine Glimmlampe. Erklären Sie, warum die Selbstinduktionsspannung die Akkuspannung deutlich übersteigen kann.

11 Schwingungen

Eine Schwingung ist ein sich selbständig periodisch wiederholender Vorgang. Voraussetzung für das Entstehen einer Schwingung ist ein schwingungsfähiges System und eine Anregung der Schwingung von außen. Ist die Schwingung einmal angeregt kann sie sich ohne Dämpfung beliebig lang selbst erhalten. Reale Schwingungen sind meistens gedämpft, weil (unerwünschte?) Energieumwandlungen stattfinden.

Parameter einer Schwingung

Schwingungsdauer, T: [T] = 1s

Frequenz, f: $\boxed{f=\frac{\Delta N}{\Delta t}=\frac{\text{Anzahl der Schwingungen}}{\text{dafür benötigte Zeit}}}$; $[f]=\frac{1}{s}=1\,Hz$

Damit gilt : $\boxed{f=\frac{1}{T}}$

Für die Amplitude werden sich bei elektromagnetischen Schwingungen verschiedene Größen ergeben, deshalb kein pauschales Formelzeichen.

11.1 Spannung: Vorzeichen und Schleifenregel

Das Vorzeichen der Spannungen wird jetzt wichtig für das Verständnis der Zusammenhänge im Schwingkreis sein. vor allem damit wir die Diagramme richtig zeichnen.

Ohmscher Widerstand, R

Ein Widerstand bremst den Strom, der durch ihn hindurch fließt, d.h. die am Widerstand abfallende Spannung ist gegen die Richtung des Stroms gerichtet, deshalb:

$$\boxed{U_R=-R\cdot I}$$

Kapazität (Kondensator), C

Ein Kondensator setzt dem "aufgeladen werden" einen Widerstand entgegen. Die am Kondensator abfallende Spannung ist also gegen seine Ladung gerichtet, deshalb:

$$\boxed{U_C=-\frac{1}{C}\cdot Q}$$

Induktivität (Spule), L

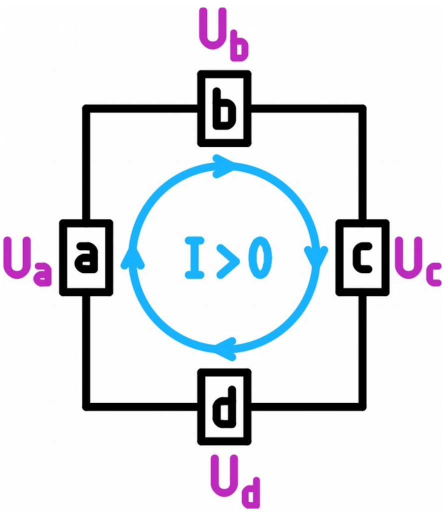
Die in der Spule induzierte Spannung ist gegen die Veränderung der Stromstärke (dI/dt) gerichtet. Das haben wir schon beim Induktionsgesetz mit Vorzeichen richtig gelernt.

$$\boxed{U_i = -\,L\cdot\dot{I} = -L\cdot\frac{dI}{dt}}$$

Spannungsquelle

Die Spannung, die eine Spannungsquelle zur Verfügung stellt ist halt so wie sie ist Uo oder Uo(t). Dafür können wir keine Formel angeben. Die Information, wie diese Spannung ist, muss uns jemand geben.

Schleifenregel (auch Maschenregel)

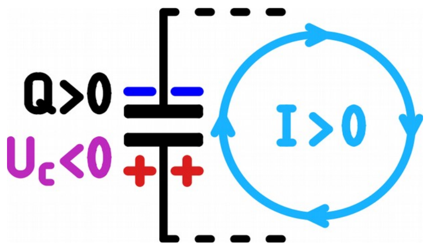


Wenn sich mehrere Bauteile in einer geschlossenen Schleife (Masche) befinden, dann ergibt die Summe der an den Bauteilen abfallenden (anliegenden) Spannungen Null (<- folgt aus Energieerhaltung).

$$\boxed{U_a+U_b+U_c+U_d=0}$$

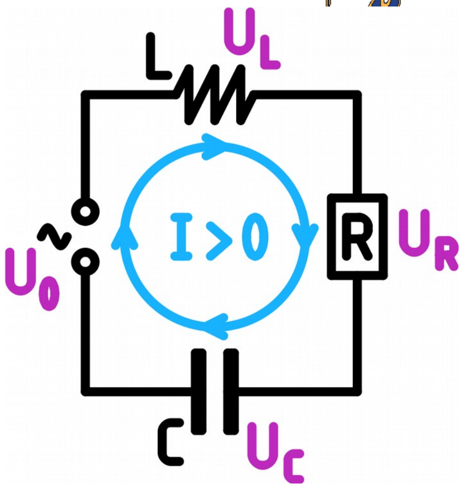
Damit man die Vorzeichen auswerten kann, muss man noch eine Stromrichtung (z.B. im Uhrzeigersinn, das ist Standard) als positiv definieren.

Dann gilt eine Spannung als positiv, wenn Sie einen Strom im Uhrzeigersinn antreibt oder einen Strom, der gegen den Uhrzeigersinn fließt, bremst. Eine Spannung die den Strom gegen den Uhrzeigersinn antreibt oder einen Strom, der im Uhrzeigersinn fließt, bremst gilt als negativ. Wenn wir unsere Formeln von oben richtig benutzen kommt das auch richtig raus.



Wenn sich ein Kondensator im Stromkreis befindet, dann erzeugt wegen I = dQ/dt ein positiver Strom eine positive Kondensatorladung. Die Ladung Q ist also in der gezeichneten Stellung positiv. Das bedeutet, dass wegen Uc = - (1/C) · Q die Kondensatorspannung Uc in der gezeichneten Stellung negativ ist. Das passt auch, weil in dieser Stellung der Kondensator einen Strom gegen den Uhrzeigersinn antreibt oder einen Strom, der im Uhrzeigersinn fließt (wie im Bild), bremst.

Aufgabe 11.217: Kann doch gar nicht sein, ist aber so!



In der Schleife im Bild befindet sich eine Spule der Induktivität L = 4,0 H, ein ohmscher Widerstand mit R = 10 Ω und ein Kondensator mit einer Kapazität von C = 20 μF. Die Schleife wird von einer Wechselspannungsquelle gespeist, die eine Spannungsamplitude von 5,0 V besitzt. Die Frequenz dieser Wechselspannung beträgt 18 Hz.

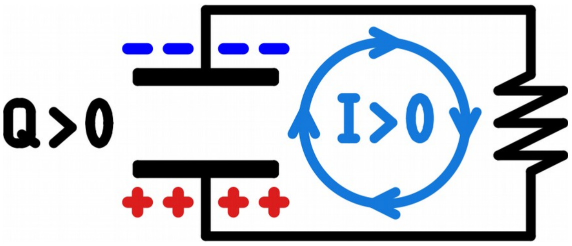
Zum Zeitpunkt t = 0 ist Uo = +5,0 V, UL = -113 V und UR = -2,4 V.

a) Bestimme die Kondensatorspannung Uc. In welche Richtung fließt der Strom gerade, wie groß ist die Stromstärke? Ist der Stromfluss gerade zunehmend oder abnehmend? Welche Kondensatorplatte ist gerade positiv geladen? Begründungen!

Zum Zeitpunkt t = 0,045 s ist Uo = +1,8 V, Uc = +140V und UR = + 1,4 V.

b) Bestimme die Induktionsspannung UL an der Spule. In welche Richtung fließt der Strom gerade, wie groß ist die Stromstärke? Ist der Stromfluss gerade zunehmend oder abnehmend? Welche Kondensatorplatte ist gerade positiv geladen?

11.2 Schwingkreis: Freie Schwingung



Ein elektromagnetischer Schwingkreis besteht aus einer Kapazität (z.B. Kondensator) und einer Induktivität (z.B. Spule). Die Stromrichtung im Uhrzeigersinn definieren wir als positiv. Ein positiver Strom führt wegen I = dQ/dt zu einer positiven Kondensatorladung. Deshalb ist die Ladung Q in der gezeichneten Stellung positiv. Wegen Uc + UL = 0 gilt Uc = - UL = L · (dI/dt). Die Änderungsrate der Stromstärke ist also zu jedem Zeitpunkt proportional zur Kondensatorspannung (mit gleichem Vorzeichen). Wir müssen nur aufpassen, dass die Kondensatorspannung wegen Uc = -(1/C) · Q negativ ist, wenn die Ladung Q positiv ist und umgekehrt.

Zur Erinnerung: Energien und Spannungen

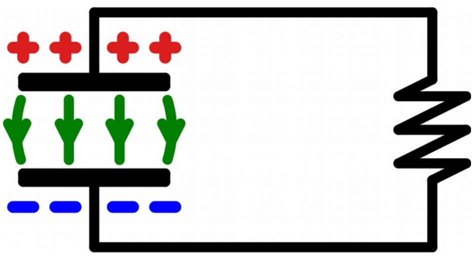
$$\boxed{E_{mag}=\frac{1}{2}\cdot L\cdot I^2 \;;\quad E_{el}=\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2 \;;\quad U_L=-L\cdot\dot{I} \;;\quad U_C=-\frac{1}{C}\cdot Q}$$

Zusammenhang zwischen Kondensator und Spule:

$$\boxed{U_C+U_L=0 \;\rightarrow\; U_C=-U_L=L\cdot\frac{dI}{dt}}$$

Wir betrachten einen Schwingkreis, bei dem zum Zeitpunkt t=0 der Kondensator geladen ist (negativ, Q < 0; d.h. Uc > 0 !!) und zum Zeitpunkt t=0 kein Strom fließt. Dieser Zustand des Schwingkreises muss "künstlich" erzeugt werden (Anregung der Schwingung von außen). Dazu wird der Kondensator mit Hilfe einer externen Spannungsquelle aufgeladen. Anschließend wird die Spannungsquelle abgetrennt und der Schwingkreis sich selbst überlassen. Alle Überlegungen vorerst ohne Widerstand.

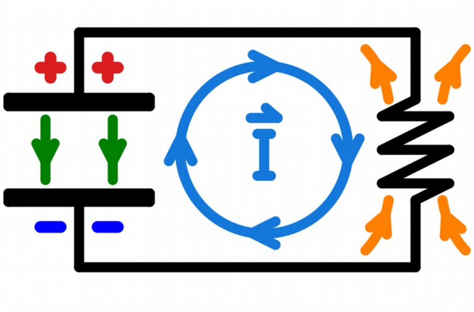
t=0: Kondensator geladen, kein Strom



➔ Energie: Die gesamte Energie des Schwingkreises liegt als elektrische Energie des Kondensators (E_{el} = 1/2 · C · U^2) vor.

Die Elektronen auf der negativen Platte stoßen sich gegenseitig ab, und werden von der positiven Platte angezogen, der Kondensator will sich über die Spule entladen, also einen Stromfluss erzeugen. Die Selbstinduktivität der Spule bremst das Ansteigen der Stromstärke.

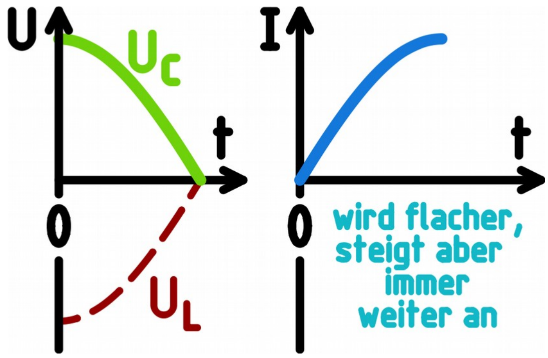
➔ Energie: Die elektrische Energie (E_{el} = 1/2 · C · U^2) des Kondensators wird langsam in magnetische Energie (E_{mag} = 1/2 · L · I^2) der Spule umgewandelt.

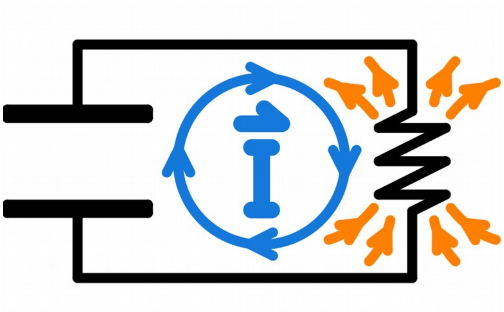


Durch die abnehmende Ladung wird die Kondensatorspannung kleiner. Die Induktionsspannung an der Spule ist genauso groß, hat aber entgegengesetztes Vorzeichen (Uc = - UL ; siehe oben).

Wegen Uc = - UL = L · (dI/dt) muss das Ansteigen der Stromstärke dI/dt dann kleiner werden, das t-I-Diagramm wird also flacher.

Beachten Sie auch, dass Q , Uc und auch dI/dt ihr Vorzeichen bis jetzt nicht geändert haben. Die Stromstärke steigt zwar langsamer, aber immer weiter an, solange die Kondensatorladung ihr Vorzeichen nicht geändert hat. Die Diagramme zeigen den Verlauf der Spannungen und der Stromstärke von t = 0 bis jetzt. Es gibt nur ein t-I-Diagramm, weil die Stromstärke an jedem Punkt im Stromkreis gleich ist.

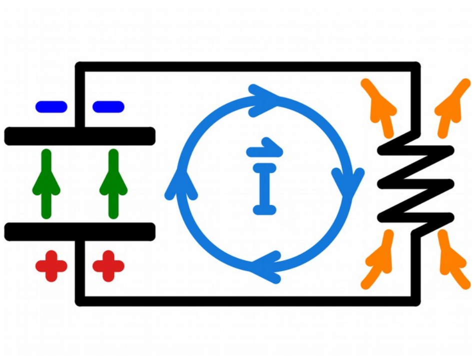




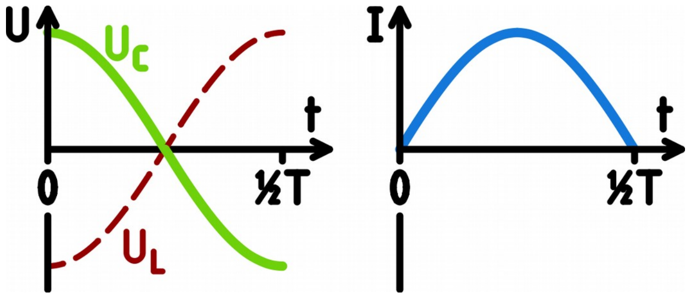
Schließlich hat die Stromstärke ihr Maximum erreicht, und die Spannungen am vollständig entladenen Kondensator und an der Spule sind gleich Null (dann ist auch dI/dt = 0).

➔ Energie: Die gesamte Energie des Schwingkreises liegt nun als magnetische Energie der Spule (E_{mag} = 1/2 · L · I^2) vor.

Die Selbstinduktivität der Spule versucht den Stromfluss aufrechtzuerhalten. Durch den Stromfluss lädt sich der Kondensator allerdings wieder auf und behindert so den Stromfluss, wodurch die Stromstärke abnimmt (kommt gleich noch genauer).

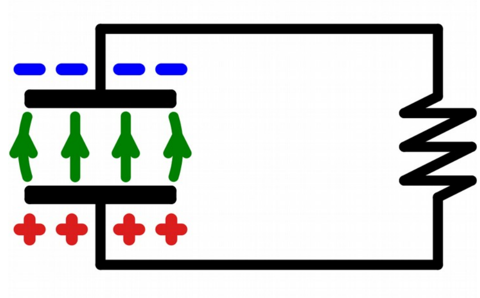


➔ Energie: Die magnetische Energie der Spule wird wieder langsam in elektrische Energie des Kondensators umgewandelt.



Durch die zunehmende Ladung wird die Kondensatorspannung betragsmäßig wieder größer. Weil der Kondensator sich aber jetzt entgegengesetzt auflädt hat die Kondensatorspannung negatives Vorzeichen und wegen $U_C = - U_L = L \cdot (dI/dt)$ ändert sich auch das Vorzeichen von dI/dt und die Stromstärke muss immer schneller abnehmen, bis sie schließlich gleich Null ist.

Zu diesem Zeitpunkt ($t = \frac{1}{2} \cdot T$) ist der Kondensator wieder maximal aufgeladen. Wegen der Energieerhaltung muss die Ladung dann genauso groß sein wie ganz zu Anfang.



- ➔ Energie: Die gesamte Energie des Schwingkreises liegt wieder als elektrische Energie des Kondensators vor.

Was wir bisher überlegt haben ist einer halben Schwingung. Nochmal dasselbe, und der Ausgangszustand ist wieder hergestellt, dass ist dann eine ganze Schwingung. Der sich selbst überlassene Schwingkreis schwingt mit seiner

<u>Eigenfrequenz der Schwingung</u>

Thomsongleichung: $f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$ bzw. $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$

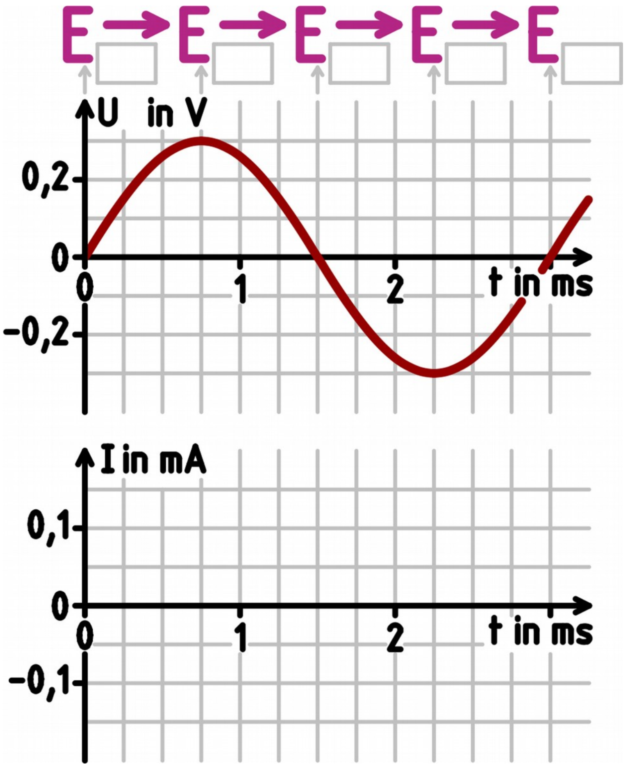
Aufgabe 11.218: Thomsongleichung

a) Eine Spule mit Querschnittfläche 0,15 cm², 10 Windungen und einer Länge von 0,80 cm bildet mit einem Kondensator der Kapazität 5,0 pF einen elektromagnetischen Schwingkreis. Bestimme die Eigenfrequenz des Schwingkreises.

b) Ein Kondensator mit Plattenfläche 0,20 cm² und 0,50 mm Plattenabstand bildet mit einer Spule der Induktivität 0,10 μH einen elektromagnetischen Schwingkreis. Bestimme die Eigenfrequenz des Schwingkreises und seine Schwingungsenergie, wenn die maximale Stromstärke 3,0 mA beträgt.

c) Bestimme eine geeignete Kombination aus Induktivität L und Kapazität C für einen Schwingkreis mit einer Eigenfrequenz von 90 MHz.

Aufgabe 11.219:

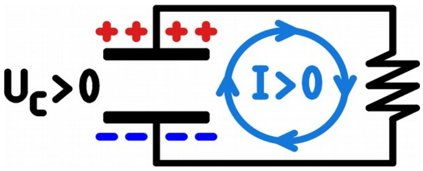


Gegeben ist das t-U-Diagramm für den zeitlichen Verlauf der Kondensatorspannung eines elektromagnetischen Schwingkreises.

a) Zeichne ein dazu passendes t-I-Diagramm in das KOSY darunter, wenn die maximale Stromstärke im Schwingkreis 0,15 mA beträgt..

b) Beschrifte jeweils für die verschiedenen Zeitpunkte (Pfeilmarkierungen) die vorliegenden Energieformen.

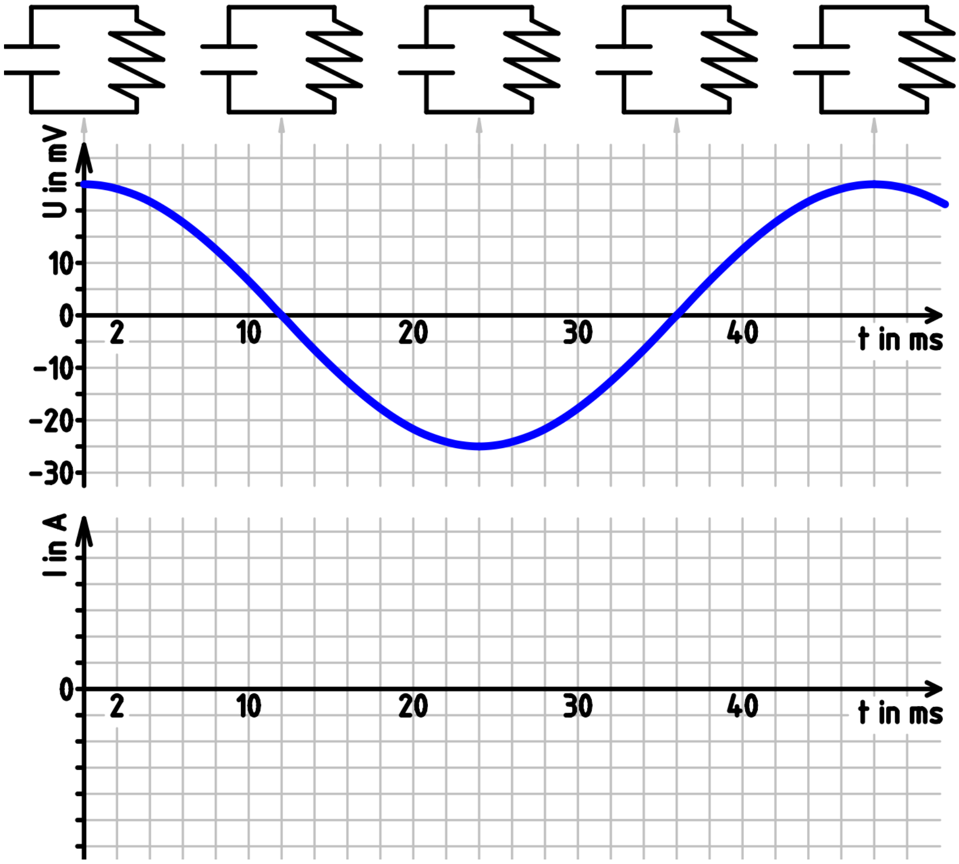
c) Bestimme die Kapaazität C des Schwingkreises. (Kontrolle: 0,24 μF)



Aufgabe 11.220:

Für diese Aufgabe gilt Vorzeichenkonvention in der Skizze. Wenn die obere Platte positiv geladen ist, dann ist die Kondensatorspannung positiv. Wenn der Strom im Uhrzeigersinn fließt, dann ist die Stromstärke positiv. Das Diagramm unten zeigt den Verlauf der Kondensatorspannung einer Schwingung.

a) Zeichne in die fünf kleinen Schaltpläne jeweils den Ladezustand des Kondensators und die Richtung des eventuell fließenden Stroms ein.



b) Zu welchen Zeitpunkten besitzt der Kondensator maximale elektrische Energie. Zu welchen Zeitpunkten besitzt der Kondensator keine elektrische Energie. Wo und in welcher Form liegt die Energie zu diesen Zeitpunkten vor.

c) Der Kondensator des Schwingkreises hat eine Kapazität von 250mF. Bestimme die maximale elektrische Energie im Kondensator. (0,078mJ)

d) Bestimme die Induktivität der Spule dieses Schwingkreises. (0,23mH)

e) Bei maximaler Stromstärke liegt die gesamte Schwingungsenergie als magnetische Energie der Spule vor. Bestimme die maximale Stromstärke in der Spule. (0,82A)

f) Zeichne in das t-I-Diagramm den Verlauf der Stromstärke für diese Schwingung ein. Berechne hierzu noch die Steigung des t-I-Diagramms an den Nullstellen und zeichne die Tangenten an den Nullstellen ein. (dI/dt = 0,11 A/ms)

11.3 Dämpfung

Bei einer elektromagnetischen Schwingung wird permanent elektrische Energie (des Kondensators) in magnetische Energie (der Spule) und wieder zurück umgewandelt. Als Amplitude der Schwingung lässt sich die Spannung (Kondensatorspannung) oder die Stromstärke ansehen.

Da ein Schwingkreis meistens einen ohmschen Widerstand R besitzt, ist die Schwingung fast immer gedämpft. Die am Widerstand erbrachte Leistung führt zu Energieumwandlung in innere Energie, für uns ist das also eine Verlustleistung. Für die Verlustleistung am Widerstand gilt:

$$P = U_R \cdot I$$

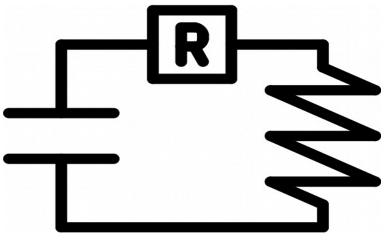
☠ Beim Einsetzten muss man aufpassen, weil natürlich nur die Spannung eingesetzt werden darf, die am Widerstand abfällt, und nicht die Kondensatorspannung.

☺ Die Stromstärke ist aber an jeder Stelle des Stromkreises gleich groß, also auch am Widerstand. deshalb haben wir beim Einsetzten der Stromstärke kein Problem.

Wir brauchen also einen Ausdruck ohne Spannung, nur mit der Stromstärke.

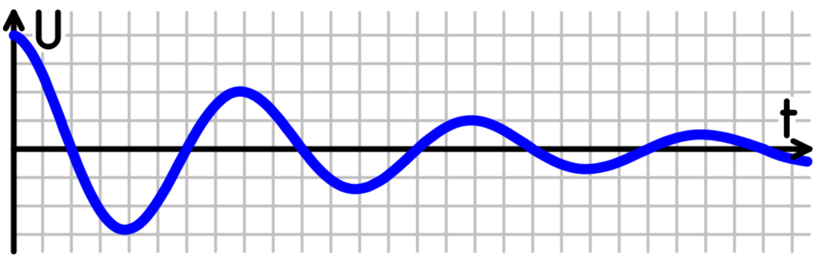
$R = \frac{U_R}{I} \Rightarrow U_R = R \cdot I$ und damit $P = U_R \cdot I = R \cdot I \cdot I$

Also ist die Verlustleistung: $\boxed{P = R \cdot I^2}$



Der Widerstand des Schwingkreises liegt als ohmscher Widerstand der Leitungen und der Spule vor. Im Schaltplan zeichnet man dann für die beiden Widerstände einfach einen ohmschen Widerstand R als zusätzliches Bauteil ein. Dieses Bauteil gibt es in Wirklichkeit gar nicht, es hätte aber dieselbe Wirkung wie der Widerstand von Spule und Leitungen. So etwas nennt man dann ein Ersatzschaltbild.

Durch die Dämpfung wird natürlich die Amplitude der Schwingung immer kleiner. Später werden wir lernen, dass eine elektromagneti-

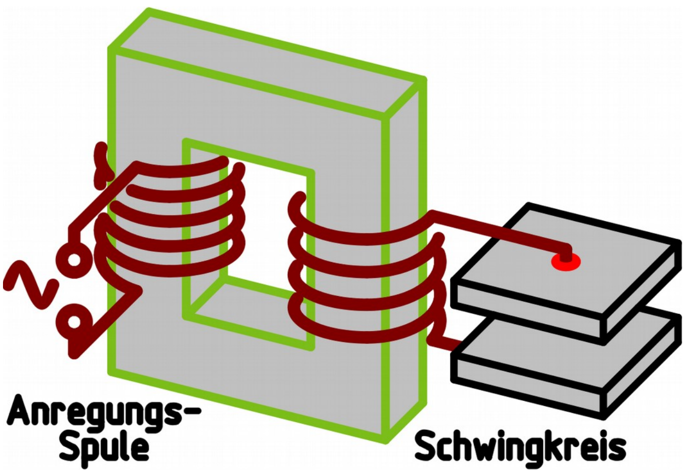


sche Schwingung in jedem Fall gedämpft ist, also Energie abgibt, weil in ihr immer elektrische Ladungen beschleunigt werden, und weil beschleunigte Ladungen immer elektromagnetische Strahlung - also Energie - an die Umgebung abgeben. Im Vergleich zur Energieabgabe am Widerstand ist dieser Effekt allerdings vernachlässigbar klein.

11.4 Anregung: Erzwungene Schwingung

Will man eine ungedämpfte Schwingung erzeugen, dann muss man dem Schwingkreis permanent Energie zuführen. Das macht man entweder mit einer Rückkopplungsschaltung (Suchbegriffe: Rückkopplungsschaltung, Meißner) oder indem man den Schwingkreis von außen zu erzwungenen Schwingungen anregt.

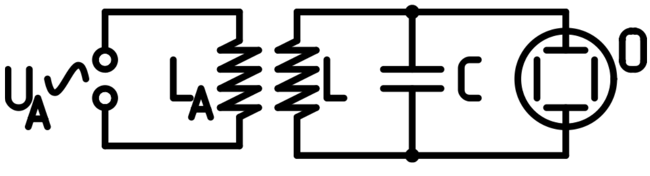
Anregung durch induktive Kopplung



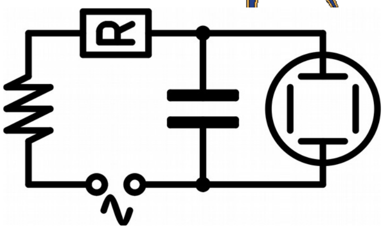
Dazu schließt man eine Anregungsspule an eine Wechselspannung an, und platziert die Spule des Schwingkreises so, dass sie vom Magnetfeld der Anregungsspule möglichst gut durchdrungen wird, normalerweise indem man die beiden Spulen auf einen gemeinsamen Eisenkern steckt. Durch das sich periodisch verändernde Magnetfeld der Anregungsspule wird in der Spule des Schwingkreises periodisch eine Spannung erzeugt, ständig Energie zugeführt und der Schwingkreis zu einer ungedämpften, erzwungenen Schwingung angeregt. Ein so angeregter Schwingkreis schwingt nicht mit seiner Eigenfrequenz (Thomsongleichung), sondern genau mit der Frequenz, mit der er angeregt wird.

> Die Frequenz einer jeden Schwingung wird immer vom Erreger der Schwingung vorgegeben. Nur wenn ein schwingungsfähiges System sich selbst überlassen ist (Freie Schwingung), dann schwingt es mit seiner Eigenfrequenz.

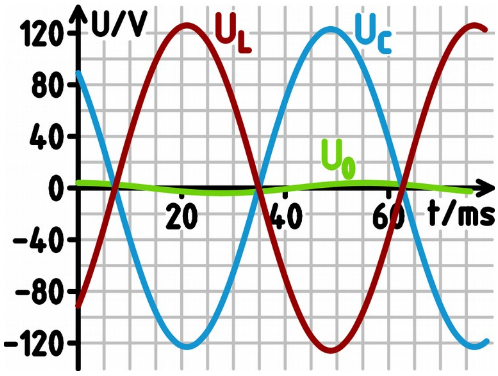
Die Amplitude der erzwungenen Schwingung lässt sich z.B. als Kondensatorspannung mit einem Oszilloskop untersuchen (Schaltplan siehe Bild).



Direkte Anregung



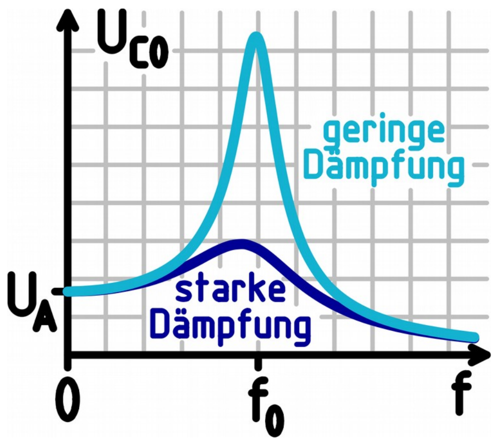
Man kann einen Schwingkreis auch direkt mit einer Wechselspannungsquelle anregen. Ein Beispiel für eine mögliche Schaltung zeigt das Bild. Diese Schaltung nennt man Serienschwingkreis (Reihenschwingkreis). Auch hier kann man z.B. die Kondensatorspannung der Schwingung mit einem Oszi aufzeichnen.



Resonanz

Die Anregung funktioniert umso besser, d.h. die Amplitude der Schwingung ist umso größer, je genauer die Frequenz der Anregung mit der Eigenfrequenz des Schwingkreises übereinstimmt (Resonanz). Das Bild zeigt die Spannungsverläufe eines Serienschwingkreises (R = 10Ω, C= 20 μF und L = 4,0 H), der mit einer Spannungsamplitude von 4V bei 18 Hz in der Nähe seiner Eigenfrequenz (17,8 Hz) angeregt wird. Die Spannungen an Spule UL und an Kondensator Uc werden sehr viel größer als die Anregungsspannung Uo. Das widerspricht weder der Schleifenregel (UL und Uc sind gegenphasig) noch der Energieerhaltung (erst nach einiger Zeit ist die Amplitude so groß).

Das Bild zeigt die Amplitude der Kondensatorspannung in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz eimal für geringe und einmal für starke Dämpfung. Die Eigenfrequenz des ungedämpften Schwingkreises ist mit fo markiert, die Amplitude der Anregungsspannung mit UA. Wie man sieht, weicht die Resonanzfrequenz ein wenig von der Eigenfrequenz des ungedämpften Schwingkreises ab. Je größer die Dämpfung, desto größer die Abweichung.



➔ Extrem kleine Frequenzen

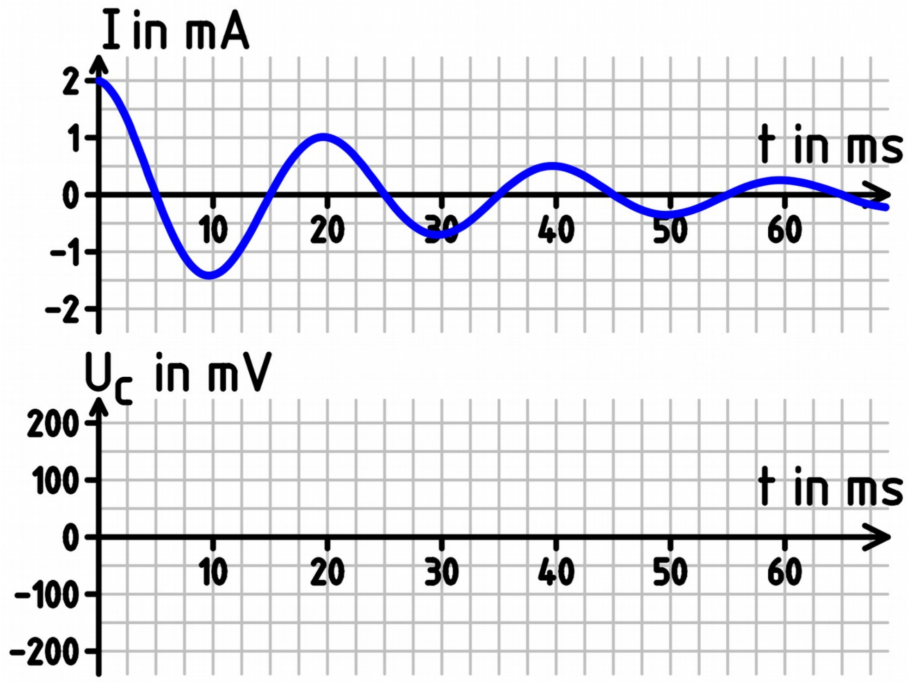
Bei extrem kleinen Frequenzen (Gleichspannung) liegt am Kondensator einfach die Spannung der Gleichspannungsquelle an. Wenn man am Spannungsregler der Gleichspannungsquelle dreht folgt die Kondensatorspannung dieser langsamen Bewegung.

➔ Extrem hohe Frequenzen

Bei extrem hohen Frequenzen kann der Schwingkreis nicht mehr folgen. Er reagiert so gut wie gar nicht mehr und am Kondensator liegt keine Spannung an.

Aufgabe 11.221:

Das Bild zeigt das t-I-Diagramm eines sich selbst überlassenen Schwingkreises mit den Werten C = 40 µF, L = 0,25 H und einem Widerstand R = 20 Ω.



a) Wie viel Prozent seiner Energie verliert der Schwingkreis jeweils im Verlauf einer Schwingungsperiode (Schwingungsdauer).

b) Weshalb ist die Verlustleistung nicht zu allen Zeitpunkten gleich groß? Zu welchen Zeitpunkten ist sie Null, zu welchen Zeitpunkten ist sie maximal? Bestimme die erste maximale Verlustleistung. (Kontrolle: 80 µW)

c) Bestimme die Energie des Schwingkreises zu den Zeitpunkten t = 0; 10 ms; 20 ms ... bis 60 ms. (Kontrolle: 0,5 µJ; 0,25 µJ; 0,125 µJ; 0,0625 µJ; 0,031 µJ; 0,016 µJ; 0,008 µJ)

d) Wie lange würde es bei konstant maximaler Verlustleistung aus b) dauern, bis der Schwingkreis völlig stillsteht? (Kontrolle: 6,2 ms)

Im weiteren gehen wir davon aus, dass sich die Schwingungsenergie im Verlauf einer viertel Schwingungsperiode um 30% auf 70% des vorherigen Wertes reduziert.

e) Zu welchen Zeitpunkten ist die Kondensatorspannung betragsmäßig maximal. Bestimme mit Hilfe der Werte aus c) die jeweiligen Kondensator-Energien und damit die dazugehörigen Kondensator-Spannungen für diese Zeitpunkte und zeichne das t-U-Diagramm für die Kondensator-Spannung.

(Kontrolle: Energien -> 0,35 µJ; 0,18 µJ; 0,09 µJ; 0,044 µJ; 0,022 µJ; 0,011 µJ; 0,005 µJ; Spannungen (Beträge) -> 132 mV; 94 mV; 66 mV; 47 mV; 33 mV; 23 mV; 17 mV)

f) Bestimme mit Hilfe eines Steigungsdreiecks im gegebenen t-I-Diagramm die Induktionsspannung an der Spule für t = 15 ms und vergleiche mit der in e) gefundenen Kondensatorspannung. Plausibel? (Kontrolle: dI/dt = 0,42 A/s; U = 105 mV)

11.5 Mathematische Beschreibung der Schwingung

Hier geht's nicht um Herleitungen, sondern nur um das Beschreiben der relevanten Funktionen Q(t), I(t) und U(t) mit Hilfe von Sinus- und Kosinus.

Zusammenhänge zwischen Q, I und U:

Q ist die Ladung auf dem Kondensator, I ist die Stromstärke, die an jeder Stelle des Schwingkreises gleich groß ist. Und zwar: $\boxed{I=\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{dQ}{dt}=\dot{Q}(t)}$

Bei dem U haben wir ein kleines Problem.

U ist entweder die Spannung am Kondensator: $\boxed{U_C=-\frac{1}{C}\cdot Q}$

oder die Selbstinduktionsspannung an der Spule: $\boxed{U_i=-L\cdot\dot{I}}$

oder die am Widerstand abfallende Spannung: $\boxed{U_R=-R\cdot I}$

D.h. bei der Spannung müssen wir jedes mal dazu sagen, welche Spannung wir meinen.

Kreisfrequenz (Winkelgeschwindigkeit):

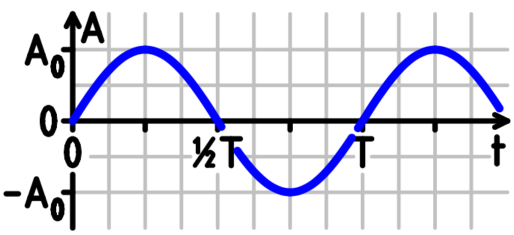
Das Argument einer Sinus- oder Kosinus-Funktion lässt sich als Winkel interpretieren. Die Geschwindigkeit mit der sich dieser Winkel ändert nennt man Winkelgeschwindigkeit oder Kreisfrequenz ω (<- kleines griechisches omega).

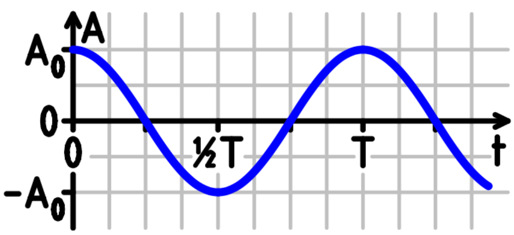
$$\boxed{\omega=\frac{2\cdot\pi}{T}}$$

Funktionen:

Eine Schwingung mit Schwingungsdauer T besitzt die Funktion:

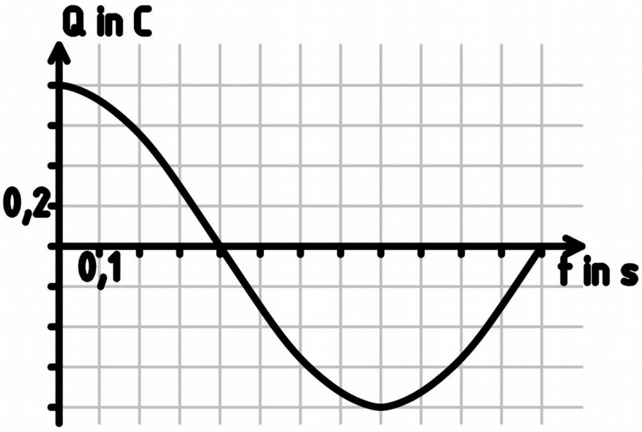
$$\boxed{A(t)=A_0\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi}{T}\cdot t\right)=A_0\cdot\sin(\omega\cdot t) \quad \text{bzw.} \quad A(t)=A_0\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{T}\cdot t\right)=A_0\cdot\cos(\omega\cdot t)}$$





Aufgabe 11.222:

Das Bild rechts zeigt das t-Q-Diagramm eines freien Schwingkreises ohne ohmschen Widerstand, mit einem Kondensator der Kapazität 1,5mF.



a) Bestimme die Ladungsfunktion Q(t).

b) Bestimme die Stromstärke als Funktion der Zeit I(t). Gib die Amplitude der Stromstärke an.

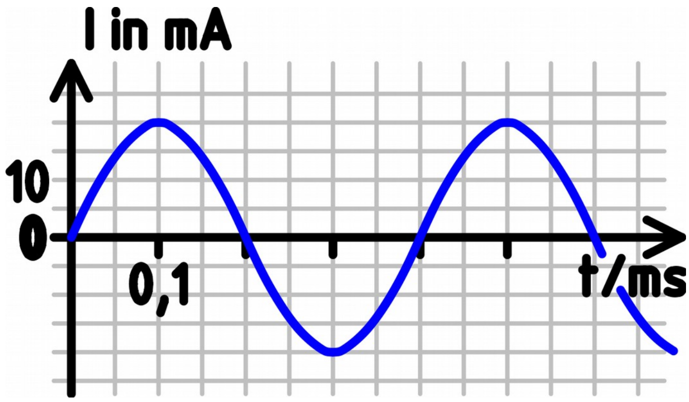
c) Bestimme die Kondensatorspannung in Abhängigkeit von der Zeit und gib ihre Amplitude an.

d) Gib die Selbstinduktionsspannung an der Spule in Abhängigkeit von der Zeit an.

e) Bestimme die Induktivität der Spule.

Aufgabe 11.223:

Das Bild zeigt das t-I-Diagramm eines freien, ungedämpften Schwingkreises mit Induktivität L=5,0mH.



a) Bestimme die Funktion I(t) und gib ihre Amplitude an.

b) Bestimme die Schwingungsenergie des Schwingkreises.

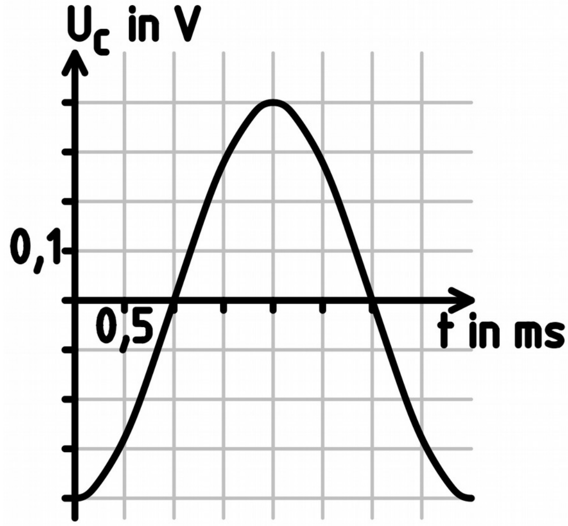
c) Bestimme mit Hilfe der Ableitung von a) die Selbstinduktionsspannung an der Spule als Funktion der Zeit.

d) Bestimme die Kapazität des Schwingkreises.

e) Bestimme mit Hilfe der Energieerhaltung die maximale Spannung am Kondensator und vergleiche mit der Amplitude der Selbstinduktionsspannung der Spule.

Aufgabe 11.224:

Das Bild zeigt das t-U-Diagramm der Kondensatorspannung eines freien, ungedämpften Schwingkreises mit einer Kapazität von 20µF.



a) Bestimme die Kondensatorspannung als Funktion der Zeit und gib ihre Amplitude an.

b) Bestimme mit Hilfe von a) die Ladung des Kondensators als Funktion der Zeit.

c) Bestimme mit Hilfe von b) die Stromstärke im Schwingkreis als Funktion der Zeit.

d) Bestimme zeichnerisch die maximale Tangentensteigung des Graphen von $U_C(t)$ und damit die Amplitude der Stromstärke im Schwingkreis $I_0 = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{max}$ und vergleiche mit c).

11.6 Analogie zu mechanischen Schwingungen

Wir vergleichen eine elektromagnetische Schwingung mit der Schwingung eines Körpers, der an einer Feder befestigt ist. Die aktuelle Position des Körpers bei der Federschwingung x(t) kann man dann vergleichen mit der momentanen Ladung des Kondensators im Schwingkreis Q(t).

Analoge Größen:

Ausgehend von x(t) entspricht Q(t) können wir schlussfolgern, welche anderen Größen bzw. Phänomene dann einander entsprechen.

Wegen $\frac{\Delta x}{\Delta t}=\dot{x}(t)=v(t)$ und $\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\dot{Q}(t)=I(t)$ sind dann v(t) und I(t) einander entsprechende Größen.

Weil die kinetische Energie von v abhängt ($E_{kin}=1/2\cdot m\cdot v^2$) und die magnetische Energie von I abhängt ($E_{mag}=1/2\cdot L\cdot I^2$) und weil v und I einander entsprechen, sind kinetische und magnetische Energie analoge Größen.

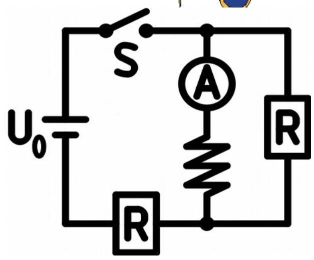
Die Energie, die noch übrig ist, steckt bei der mechanischen Schwingung in der potentiellen Energie und bei der elektromagnetischen Schwingung in der elektrischen Energie. Deshalb müssen diese beiden Energien analog zueinander sein.

Tabelle: Analoge Größen und Phänomene

mechanische Schwingung	elektromagnetische Schwingung
Auslenkung x(t)	Kondensatorladung Q(t)
Geschwindigkeit v(t)	Stromstärke I(t)
potentielle Energie	elektrische Energie
kinetische Energie	magnetische Energie
andauernde Umwandlung von potentieller Energie in kinetische Energie und wieder zurück	andauernde Umwandlung von elektrischer Energie in magnetische Energie und wieder zurück
Dämpfung durch Reibung (Luftwiderstand, innere Reibung in der Feder)	Dämpfung durch ohmschen Widerstand

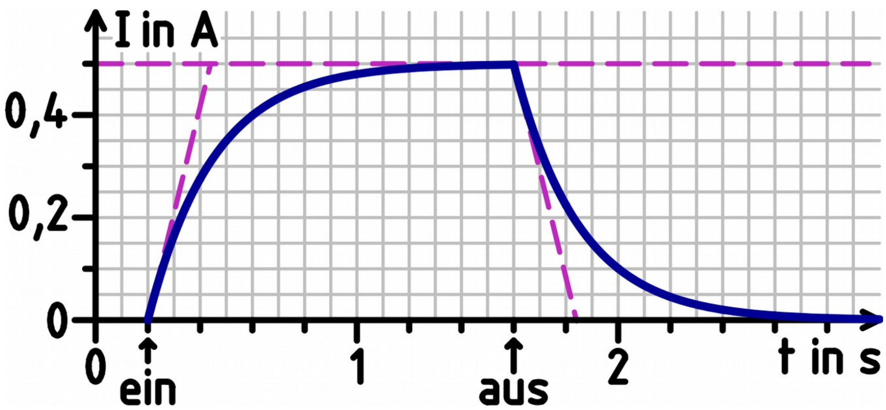
Die Analogie hat auch ihre Grenzen. Ein elektromagnetischer Schwingkreis gibt z.B. wegen seiner beschleunigten Ladungen immer elektromagnetische Strahlung an die Umgebung ab. Ein Federpendel gibt keine Strahlung ab.

11.7 Ein- und Ausschaltvorgänge nochmal

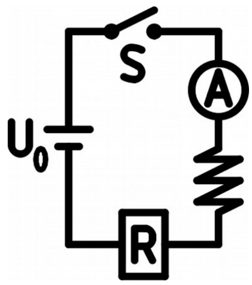


Damit beim Ausschalten die Spule noch einen Stromkreis besitzt, muss man rechts von der Spule einen zweiten Stromkreis mit Widerstand aufbauen. Gemessen wird beim Einschalten und beim Ausschalten der Strom durch die Spule.

<u>Aufgabe 11.225:</u>



Beim Schließen und wieder Öffnen des Schalters in der Schaltung oben (Spannungsquelle, Uo = 20 V) wird das im nebenstehenden Bild gezeigte t-I-Diagram aufgenommen.

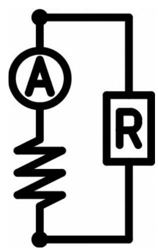


Beim Einschalten betrachten wir nur den linken Teil der Schaltung.

a) Erkläre weshalb beim Einschalten zuerst die gesamte Quellspannung Uo an der Spule abfällt.

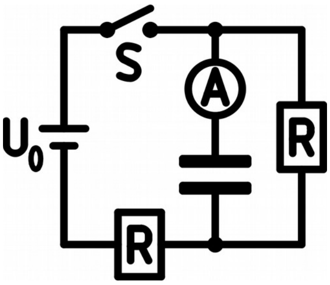
b) Erkläre weshalb der Spulenstrom zuerst sehr steil ansteigt, und der Anstieg des Spulenstroms im weiteren Verlauf immer flacher wird.

c) Gib die maximale Stromstärke nach dem Einschalten in Abhängigkeit von U_0 und R an.

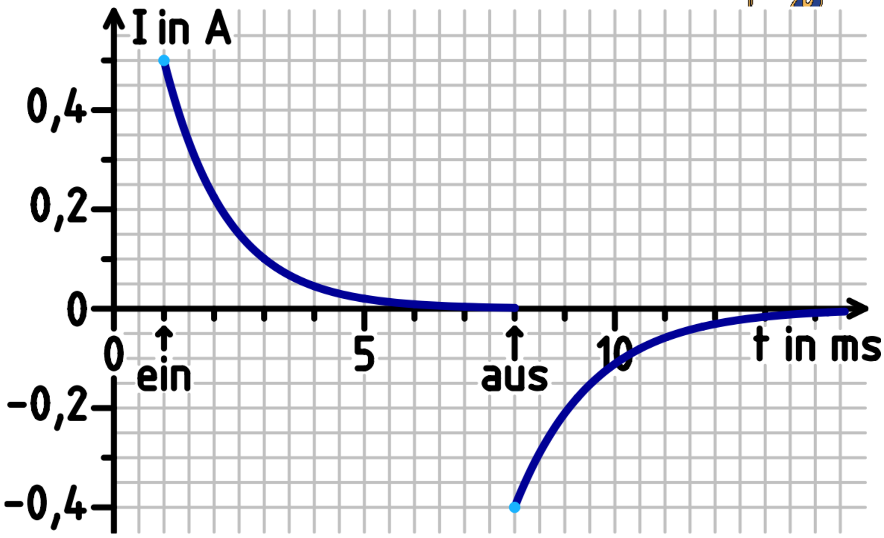


Beim Ausschalten betrachten wir nur den rechten Teil der Schaltung. Beachte, dass beim Ausschalten durch die Spule der maximale Strom von oben fließt, dass die Spule versucht den Stromfluss aufrechtzuerhalten, und dass die Spule dafür die Stromrichtung im Widerstand umkehren muss. Ganz zu Anfang des Ausschaltvorgangs fließt also durch den Widerstand der maximale Spulenstrom von oben.

d) Erkläre weshalb bei abnehmender Stromstärke zugleich das t-I-Diagramm flacher werden muss.



Aufgabe 11.226:

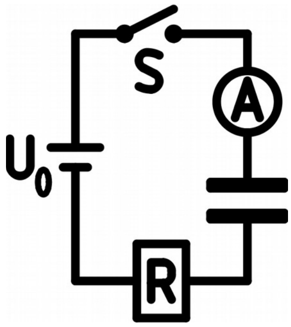


Tauscht man die Spule durch einen Kondensator aus, erhält man ein ganz anderes Diagramm.

(Uo = 20 V; andere - verschiedene - Widerstände also vorher)

a) Erkläre weshalb der Strom beim Ausschalten seine Richtung ändert.

Beim Einschalten betrachten wir nur den linken Teil der Schaltung.



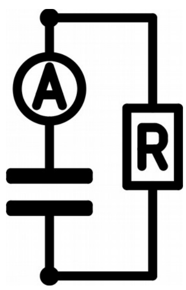
b) Weshalb fällt zu Anfang (bei "ein") die ganze Spannung am Widerstand ab?

c) Weshalb wird die am Widerstand abfallende Spannung im Verlauf der Zeit kleiner?

d) Weshalb fällt die Stromstärke bei Einschalten?

e) Wie groß muss in Abhängigkeit von C und Uo die Ladung auf dem Kondensator sein, damit die Stromstärke schließlich auf Null fällt?

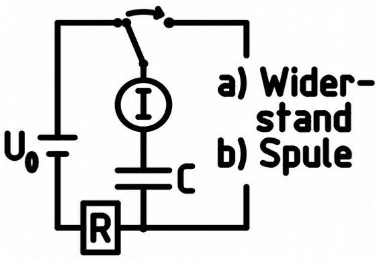
Beim Ausschalten betrachten wir nur den rechten Teil der Schaltung.



f) Weshalb wird beim Ausschalten die am Widerstand abfallende Spannung immer kleiner?

g) Weshalb sinkt die Stromstärke beim Ausschalten immer weiter ab?

h) Skizziere das t-U-Diagramm für die Kondensatorspannung beim Ein- und Ausschalten.



Aufgabe 11.227:

Ein Kondensator wird durch eine Spannungsquelle aufgeladen, und anschließend a) über einen Widerstand, b) über eine Spule entladen. Skizziere die entstehenden t-I-Diagramme für den Zeitraum nach dem umlegen des Schalters.

Aufgabe 11.228: ISB, Link-Ebene Lehrplan; Mech. und EM-Schwingung

Die ungedämpfte harmonische Schwingung eines Federpendels ist ein mechanisches Analogon zur ungedämpften Schwingung eines elektromagnetischen Schwingkreises. Dabei wird die (momentane) Auslenkung x(t) des Federpendels als die zur (momentanen) Ladung Q(t) des Kondensators analoge Größe betrachtet.

a) Begründen Sie, dass dann der (momentanen) Geschwindigkeit des Federpendels die (momentane) Stromstärke I im Schwingkreis entspricht.

b) Geben Sie an, welche Formen elektromagnetischer Energie im Rahmen dieser Analogiebetrachtung der kinetischen Energie bzw. der potentiellen Energie des Federpendels entsprechen. Geben Sie eine kurze Begründung an.

c) Beschreiben Sie die Phasen der EM-Schwingung, die den Phasen maximaler Auslenkung bzw. maximaler Geschwindigkeit des Federpendels entsprechen.

d) Q_{max} sei die maximale Ladung des Kondensators, I_{max} seid er Maximalwert der Stromstärke in der Spule des Schwingkreises. Erläutern Sie, warum folgende Gleichung gilt: $\frac{1}{2} \cdot L \cdot I_{max}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{C} \cdot Q_{max}^2$

e) Geben Sie an, was im elektromagnetischen Fall dem Luftwiderstand entspricht.

Aufgabe 11.229: ISB, Link-Ebene Lehrplan; Schwingkreis

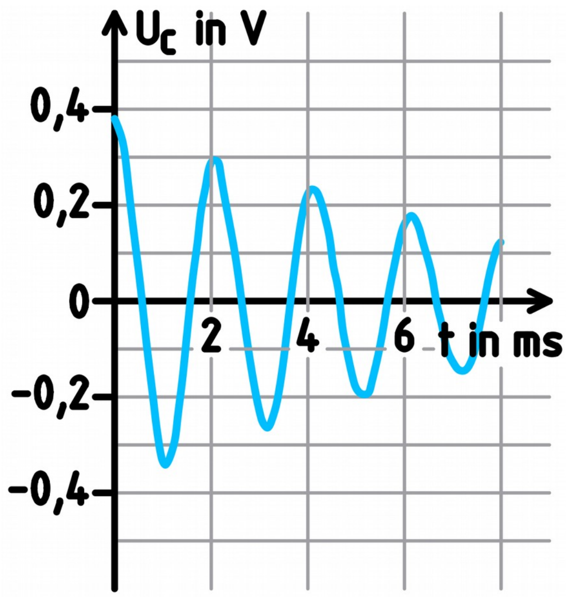
An einen Kondensator mit der Kapazität $C = 300\,\mu F$ ist zunächst die Spannung $U_0 = 0{,}40\,V$ angelegt. Die Stromquelle wird danach abgetrennt und der Kondensator über eine Spule mit der Induktivität $L = 0{,}35\,mH$ entladen. Während des Entladens wird der zeitliche Verlauf der Spannung U_C am Kondensator mit einem Oszilloskop dargestellt.

a) Fertigen Sie einen Schaltplan zur Durchführung des obigen Versuchs an.

b) Berechnen Sie die Schwingungsdauer T dieses zunächst als ideal angenommenen Schwingkreises.

c) Nehmen Sie an, dass während der ersten Periode der Schwingung die Energie im Schwingkreis konstant bleibt. Berechnen Sie unter dieser Annahme den maximalen Spulenstrom I_0 in diesem Zeitraum.

d) Das Diagramm zeigt den realen Verlauf von U_C. Geben Sie zu den folgenden Aussagen an, ob sie richtig oder falsch sind und begründen Sie jeweils kurz ihre Antwort.



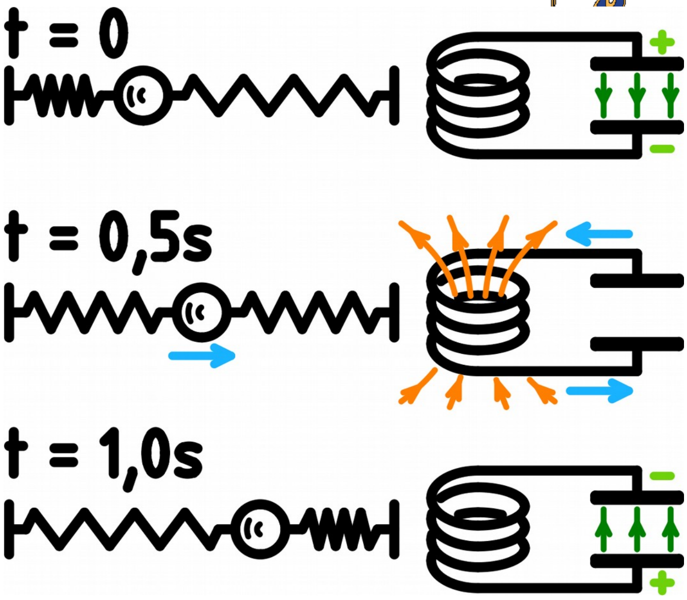
i) Nach 2,5 Perioden ist die Energie im Schwingkreis auf etwa 25% der Anfangsenergie abgesunken.

ii) Das Produkt aus U_C und I_L ist zeitlich konstant.

iii) Die Spule erwärmt sich.

Aufgabe 11.230:

Das Bild zeigt den Zustand einer Federschwingung und einer elektromagnetischen Schwingung, die beide eine Schwingungsdauer von T = 2,0 s besitzen, für drei aufeinander folgende Zeitpunkte. Zum Zeitpunkt t = 0 ist der schwingende Körper maximal ausgelenkt und der Kondensator des Schwingkreises maximal geladen. Der schwingende Körper hat eine Masse von m = 0,40 kg und eine maximale Geschwindigkeit von 0,20 m/s. Der Kondensator des Schwingkreises hat eine Kapazität von C = 160 µF und eine maximale Ladung von 1,6 mC.

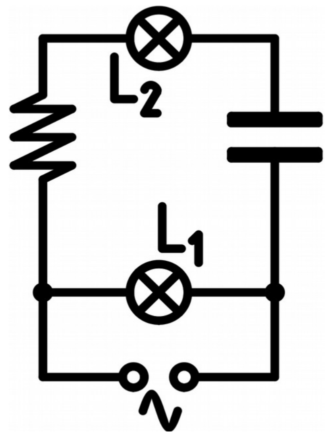


a) Skizziere in einem einzigen skalierten Diagramm den zeitlichen Verlauf der kinetischen Energie, der potentiellen Energie (Spannenergie) und der gesamten Schwingungsenergie der Federschwingung für den Zeitraum t = 0 bis t = 2,5 s für den Fall einer ungedämpften Schwingung.

b) Skizziere in einem einzigen Diagramm den zeitlichen Verlauf der magnetischen Energie (in der Spule), der elektrischen Energie (im Kondensator) und der gesamten Schwingungsenergie der elektromagnetischen Schwingung für den Zeitraum t = 0 bis t = 2,5 s für den Fall einer ungedämpften Schwingung.

Aufgabe 11.231:

Aus einer Spule, einem Kondensator und zwei identischen Lämpchen L1 und L2 wird die Schaltung im Bild aufgebaut. Die Schaltung ist an ein Wechselspannungsquelle mit regelbarer Frequenz (Sinusgenerator) angeschlossen, die eine konstante Spannungsamplitude von 6,0 V besitzt.



Was lässt sich beobachten, wenn man die Frequenz der Spannungsquelle beginnend bei extrem kleinen Frequenzen bis hin zu extrem hohen Frequenzen langsam hoch regelt?

11.8 Abi

Aufgabe 11.232: Abi 1999

Ein elektromagnetischer Schwingkreis, bestehend aus einer Spule mit einem Eisenkern der Induktivität $L = 0{,}25$ H und einem Kondensator der Kapazität $C = 0{,}13\ \mu F$, schwingt ungedämpft mit seiner Eigenfrequenz f. Als Nachweisgerät dient ein Lautsprecher.

a) Berechnen Sie die Frequenz f des vom Lautsprecher abgegebenen Tons.

b) Erläutern Sie, wie sich die Tonhöhe verhält, wenn man den Eisenkern nach und nach aus der Spule herauszieht.

Ist der Eisenkern ganz entfernt, beträgt die Tonfrequenz $f_o = 4{,}2$ kHz.

c) Berechnen Sie die Induktivität L_o der eisenlosen Spule.

d) Der Schwingkreis soll nun mit der Eigenfrequenz $2 \cdot f_o$ schwingen. Geben Sie eine Möglichkeit für eine entsprechende Veränderung des Schwingkreises an. Begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe 11.233: Abi 1999, stark modifiziert

Ein kleiner Dezimeterwellensender für Experimentierzwecke im Unterricht hat die Eigenfrequenz f = 454 MHz. Durch ein zusätzliches Gerät wird die Schwingung in der Eigenfrequenz als ungedämpfte Schwingung aufrechterhalten. Die gesamte Schwingungsenergie beträgt im eingeschwungenen Zustand 14 nJ. Der ohmsche Widerstand des Schwingkreises wird für alle Rechnungen als vernachlässigbar klein angenommen.

a) Die Induktivität des Schwingkreises beträgt L = 0,10 μH. Berechnen Sie den Scheitelwert (Amplitude) der Stromstärke im Schwingkreis. (Kontrolle: 0,53 A)

b) Berechnen Sie die Kapazität des Schwingkreises. (Kontrolle: C = 1,2 pF)

c) Berechnen Sie die maximale Ladung Q der Kapazität im Schwingkreis bei dieser ungedämpften Schwingung. (Kontrolle: Q = 0,18 nC)

d) Berechnen Sie die mittlere Stromstärke zwischen zwei aufeinander folgenden Zeitpunkten zu denen die Kapazität maximal, aber entgegengesetzt geladen ist.

e) Berechnen Sie die maximale Selbstinduktionsspannung an der Induktivität des Schwingkreises und damit die maximale Änderungsrate dI/dt der Stromstärke im Schwingkreis in A/ns. (Kontrolle: 1,5 A/ns)

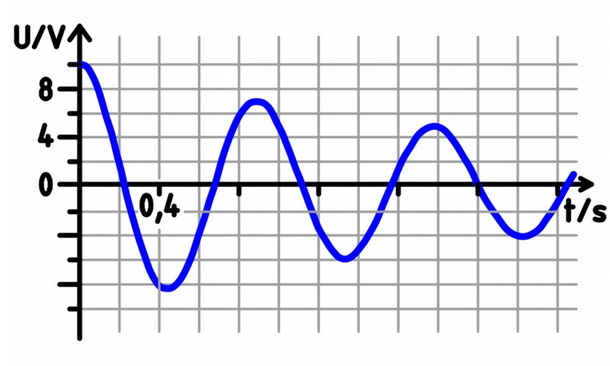
f) Fertigen Sie unter Ausnutzung der gewonnenen Ergebnisse ein Skaliertes t-I-Diagramm dieser Schwingung für eine vollständige Schwingungsdauer T an. Skalierung: t-Achse 1 cm <-> 0,2 ns ; I-Achse 1cm <-> 0,1 A.

g) Ohne ständige Energiezufuhr kann die ungedämpfte Schwingung eines realen Schwingkreises nicht aufrechterhalten werden. Geben Sie den hauptsächlichen Grund dafür an.

<u>Aufgabe 11.234: Abi 2007</u>

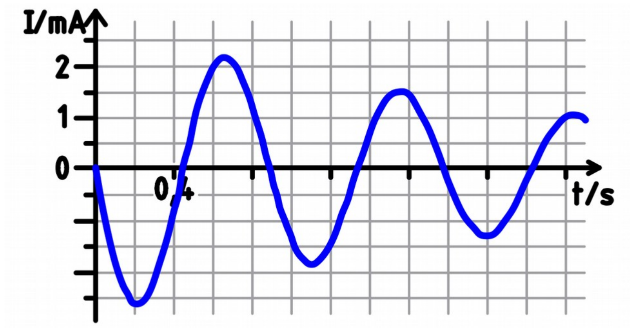
Ein elektromagnetischer Schwingkreis enthält einen Kondensator der Kapazität 40µF und eine Spule der Induktivität 500 H.

Die Diagramme zeigen jeweils den zeitlichen Verlauf der Kondensatorspannung U, der Stromstärke I in der Spule und der gesamten Schwingungsenergie E dieses gedämpften Schwingkreises.



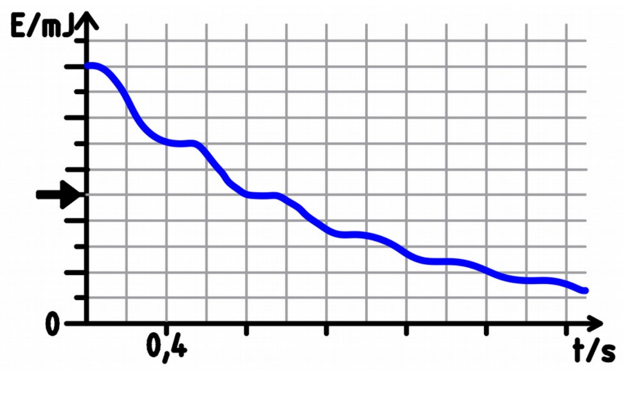
a) Wodurch wird die Schwingung eines elektromagnetischen Schwingkreises gedämpft?

b) Lesen Sie aus einem der Diagramme die Periodendauer der gedämpften Schwingung ab. Zeigen Sie, dass diese Periodendauer in guter Näherung übereinstimmt, mit der Periodendauer eines ungedämpften Schwingkreises mit den angegebenen Werten für Induktivität und Kapazität.



c) Begründen Sie, dass die Energieachse des t-E-Diagramms an der mit dem Pfeil markierten Stelle mit dem Wert 1,0 mJ beschriftet werden muss.

d) Bestimmen Sie mit Hilfe des t-E-Diagramms die Verlustleistung zum Zeitpunkt t = 0,67 s (bei maximaler Stromstärke). (Kontrolle: P = 2,0 mW)



e) Bestimmen Sie mit dem in d) gefundenen Wert und mit Hilfe des t-I-Diagramms den ohmschen Widerstand des Schwingkreises.

f) Abgesehen von einer gewissen Welligkeit nimmt die Schwingungsenergie exponentiell ab. Entnehmen Sie dem t-E-Diagramm die "Halbwertszeit" für die Schwingungsenergie und berechnen Sie damit, nach welcher Zeit der Schwingkreis 99% seiner anfänglichen Energie verloren hat.

Aufgabe 11.235: Abi 2000

Ein Kondensator mit der Kapazität C und eine Spule mit der Induktivität L bilden einen elektromagnetischen Schwingkreis, der ungedämpft mit der Eigenfrequenz f_0 schwingt. Die Kapazität des Kondensators beträgt C = 22 nF. Bei der Spule handelt es sich um eine lang gestreckte Spule mit der Querschnittsfläche A = 31 cm^2, der Länge l = 30 cm und der Windungszahl N = 20 000.

a) Berechnen Sie die Induktivität der Spule. (Kontrolle: L = 5,2 H)

b) Untersuchen Sie, ob sich mit den gegebenen Bauteilen ein Schwingkreis aufbauen lässt, dessen Eigenfrequenz höchstens um 10% von 500 Hz abweichen soll.

c) Berechnen Sie den Maximalwert I_m der Stromstärke in diesem Schwingkreis, wenn der Maximalwert der Spannung U_m = 3,8 V beträgt.

Aufgabe 11.236: Abi 2002; Schwingungen

Die harmonische Schwingung eines Federpendels mit der Masse m und der Federkonstante D ist ein mechanisches Analogon zur ungedämpften Schwingung eines elektromagnetischen Schwingkreises. Dabei wird die (momentane) Auslenkung x des Federpendels als die zur (momentanen) Ladung Q des Kondensators analoge Größe betrachtet.

a) Begründen Sie, dass dann der (momentanen) Geschwindigkeit des Federpendels die (momentane) Stromstärke I im Schwingkreis entspricht.

b) Welche Formen elektromagnetischer Energie entsprechen im Rahmen dieser Analogiebetrachtung der kinetischen Energie bzw. der potentiellen Energie des Federpendels, welche durch $E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2$ gegeben ist? Geben Sie eine kurze Begründung an.

c) Charakterisieren Sie die Phasen der elektromagnetischen Schwingung, die den Phasen maximaler Auslenkung bzw. maximaler Geschwindigkeit des Federpendels entsprechen.

Q_{max} sei die maximale Ladung des Kondensators, I_{max} sei der Scheitelwert der Stromstärke in der Spule des Schwingkreises.

d) Erläutern Sie, warum folgende Gleichung gilt: $\frac{1}{2} \cdot L \cdot I_{max}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{C} \cdot Q_{max}^2$

Umax sei der Scheitelwert der Spannung am Kondensator des Schwingkreises.

e) Entwickeln Sie (unter Verwendung der bei Teilaufgabe d) angegebenen Gleichung) die Beziehung $I_{max}=2\pi\cdot f_0\cdot C\cdot U_{max}$, wenn fo die Eigenfrequenz des Schwingkreises bezeichnet.

In einem ungedämpft mit der Frequenz fo = 2,0 Hz schwingenden Schwingkreis S beobachtet man die Scheitelwerte Umax = 15 V und Imax = 7,5 mA.

f) Berechnen Sie Kapazität C und Induktivität L des Schwingkreises.

Mit dem oben genannten Schwingkreis S wird ein Schwingkreis S' mit gleicher Kapazität C' = C und einer zwischen 4·L und L veränderlichen Induktivität L' zu erzwungenen Schwingungen angeregt.

g) Beschreiben Sie qualitativ, wie sich die Frequenz bzw. die Amplitude der erzwungenen Schwingung des Schwingkreises S' verhält, wenn L' allmählich von 4·L auf L verringert wird.

Aufgabe 11.237: Abi 2003

Ein Kondensator wird mit der Ladung Qo aufgeladen. Anschließend wird er zunächst über einen ohmschen Widerstand und - nach erneuter vollständiger Aufladung - über eine Spule vollständig entladen. Der ohmsche Widerstand der Spule sei klein, aber nicht vernachlässigbar.

a) Zeichnen Sie für jeden Entladungsvorgang qualitativ das Zeit-Ladungs-Diagramm.

b) Erklären Sie, weshalb es bei der Entladung über die Spule zu einer Umladung des Kondensators kommt.

Aufgabe 11.238: Abi 2003; Erzwungene Schwingungen

Ein ungedämpfter eletromagnetischer Schwingkreis schwingt mit der konstanten Frequenz fo = 1,5 kHz. Er wird induktiv mit einem weiteren elektromagnetischen Schwingkreis gekoppelt, der aus einer Spule der Induktivität 20 mH und einem Drehkondensator besteht, dessen Kapazität zwischen 0,31 µF und 1,30 µF variiert werden kann.

Untersuchen Sie durch geeignete Rechnung, ob hier der Resonanzfall eintreten kann.

Aufgabe 11.239: Abi 2004

Ein idealer Schwingkreis, der aus der Kapazität $C = 44$ pF und der Induktivität $L = 3{,}0$ μH besteht, schwingt ungedämpft. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist der Kondensator vollständig aufgeladen; die Spannung beträgt dann 12 V.

a) Berechnen Sie die Schwingungsdauer T. (Kontrolle: T = 72 ns)

b) Ermitteln Sie den Zeitpunkt, zu dem der Kondensator nach $t = 0$ erstmals vollständig entladen ist. Bestimmen Sie rechnerisch die Stromstärke I zu diesem Zeitpunkt. (Kontrolle: I = 46 mA)

c) Zeichnen Sie mit Hilfe der Teilaufgabe a) und b) den zeitlichen Verlauf der Spannung und den der Stromstärke innerhalb einer Schwingungsdauer.

d) Warum kann ein realer Schwingkreis nur mit Einfluss von außen zu ungedämpften Schwingungen angeregt werden? Was ist dazu prinzipiell notwendig?

Aufgabe 11.240: Abi 2006; Resonanz

Aus einer Spule (Länge l = 25,0 mm, Durchmesser 6,0 mm, 160 Windungen) und einem Kondensator der Kapazität 4,2 nF wird ein Schwingkreis aufgebaut.

a) Durch einen Resonanzversuch soll die Eigenfrequenz bestimmt werden. Es steht ein Frequenzgenerator sowie ein Oszilloskop zur Verfügung. Skizzieren Sie einen geeigneten Versuchsaufbau und beschreiben Sie, wie die Eigenfrequenz am Oszilloskop bestimmt werden kann.

b) Berechnen Sie die Frequenz, für die Resonanz zu erwarten ist.

c) Die tatsächlich gemessene Resonanzfrequenz stimmt mit dem Ergebnis von Teilaufgabe b) nicht genau überein. Geben Sie eine kurze Begründung dafür an.

Aufgabe 11.241: Abi 2007; Elektromagnetischer Schwingkreis

An einen Kondensator der Kapazität $C = 300\ \mu F$ ist zunächst die Spannung $U_0 = 0{,}40$ V angelegt. Die Stromquelle wird danach abgetrennt und der Kondensator über eine Spule mit der Induktivität $L = 0{,}35$ mH entladen. Während des Entladens wird der zeitliche Verlauf der Spannung U_C am Kondensator mit einem Oszilloskop dargestellt.

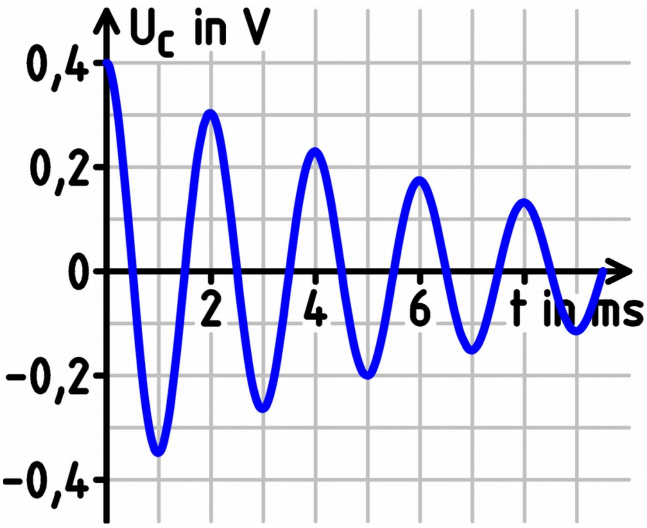
a) Fertigen Sie eine Schaltskizze zur Durchführung des obigen Versuchs an.

b) Berechnen Sie die Schwingungsdauer T dieses zunächst als ideal angenommenen Schwingkreises. (Kontrolle: $T = 2{,}0$ ms)

c) Nehmen Sie an, dass während der ersten zwei Perioden der Schwingung die Energie im Schwingkreis konstant bleibt. Berechnen Sie unter dieser Annahme den maximalen Spulenstrom I_0 in diesem Zeitraum. (Kontrolle: $I_0 = 0{,}37$ A)

d) Zeichnen Sie für die Annahmen aus Teilaufgabe c) den Verlauf der Kondensatorspannung U_C und des Spulenstroms I_L in ein t-U_C- bzw. t-I_L-Diagramm. Begründen Sie, warum U_C und I_L nicht gleichzeitig ihre Maximalwerte annehmen.

e) Das nebenstehende Diagramm zeigt den realen Verlauf von U_C. Geben Sie zu den folgenden Aussagen an, ob sie richtig oder falsch sind und begründen Sie jeweils kurz ihre Antwort.



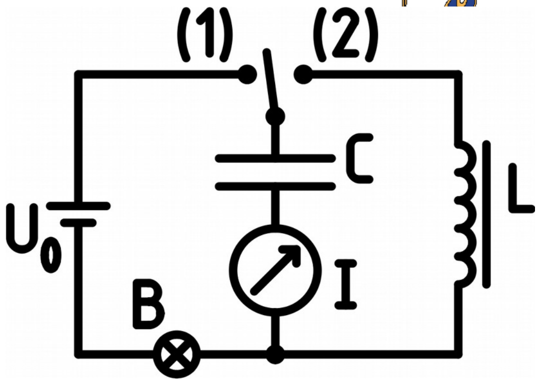
i) Nach 2,5 Perioden ist die Energie im Schwingkreis auf etwa 25% der Anfangsenergie gesunken.

ii) Das Produkt aus U_C und I_L ist zeitlich konstant.

iii) Die Spule erwärmt sich.

Aufgabe 11.242: Abi 2008; Schwingkreis

In der abgebildeten Schaltung ist die Kapazität des Kondensators C = 1,2 mF und die Spannung an der Spannungsquelle U_0 = 5,0 V. Die Resonanzfrequenz des Schwingkreises beträgt f_0 = 2,0 Hz.



a) Wenn der Schalter in Stellung (1) gebracht wird, leuchtet das Lämpchen B kurz auf. Erklären Sie diese Beobachtung.

b) Der Schalter wird nun in Stellung (2) gebracht. Beschreiben und erläutern Sie die zu erwartende Beobachtung am Strommessgerät über einen längeren Zeitraum.

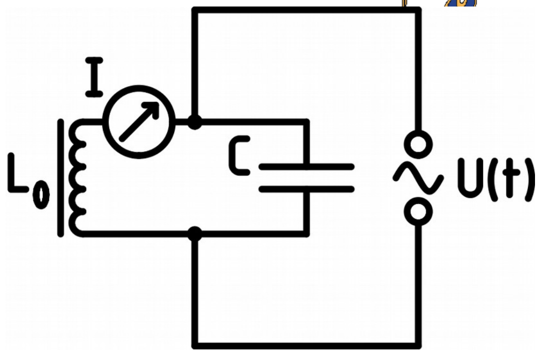
c) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Kondensatorspannung $U_C(t)$ für die erste Sekunde nach dem Umschalten auf (2).

d) Berechnen Sie die Induktivität L. Die ohmschen Widerstände von Messgerät und Spule können dabei vernachlässigt werden. (Kontrolle: L = 5,3 H)

e) Um wie viel Prozent ändert sich die Resonanzfrequenz f_0, wenn man den Kondensator durch einen sonst baugleichen Kondensator mit doppelter Plattenfläche ersetzt. Wird f_0 kleiner oder größer?

Aufgabe 11.243: Abi 2011; Foto bei Rot

Um Fahrzeuge, die trotz roter Ampel eine Kreuzung befahren, fotografisch erfassen zu können, ist zwischen Haltelinie und Kreuzungsmitte eine rechteckige Drahtspule in den Straßenbelag eingelassen. Ihre Ausdehnung in Fahrtrichtung ist gegenüber der Fahrzeuglänge vernachlässigbar. Die Spule ist Bestandteil eines Schwingkreises, der von hochfrequentem Wechselstrom durchflossen wird.



Die Abbildung zeigt die Schaltskizze eines Modellexperiments. Ein Schwingkreis, gebildet aus einer Spule mit der Induktivität L = 200 μH und einem Kondensator mit der Kapazität C = 0,14 μF, wird von einer hochfrequenten Wechselspannung in Resonanz angeregt. Die Stromstärke I im Schwingkreis wird gemessen.

a) Bestimmen Sie die Eigenfrequenz f des Schwingkreises. (Kontrolle: f = 30 kHz)

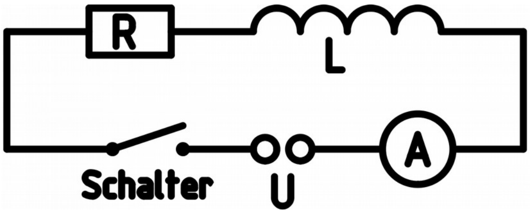
Befindet sich ein Fahrzeug im Bereich der Drahtspule, so ändert sich deren Induktivität. Im Modellversuch wird dazu ein Eisenkern in die Spule geschoben.

b) Die Eigenfrequenz ändert sich dabei um 1,0 kHz. Geben Sie an, ob die Eigenfrequenz steigt oder sinkt und begründen Sie ihre Entscheidung. Berechnen Sie die prozentuale Änderung der Induktivität.

c) Erläutern Sie, wie sich die Änderung der Eigenfrequenz an der Stromstärke I im Schwingkreis bemerkbar macht, wenn sich die Anregungsfrequenz nicht ändert.

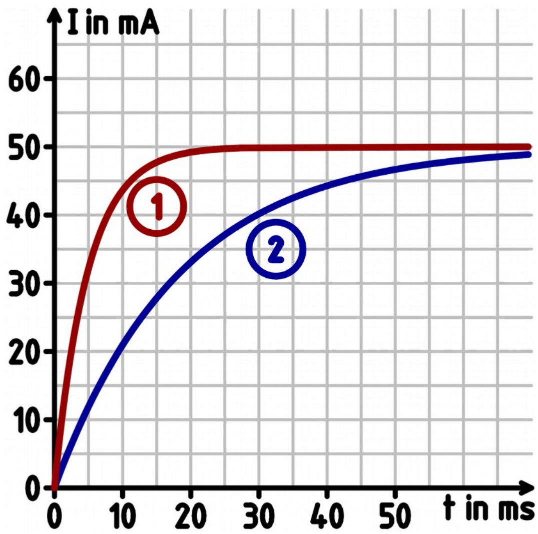
d) Ein Fahrzeug über der Schleife wird durch die Änderung der Stromstärke im Schwingkreis registriert. Schätzen Sie ab, wie lange diese Änderung für einen PKW im Ortsverkehr andauert. Wählen Sie hierzu sinnvolle Ausgangsgrößen.

Aufgabe 11.244: G8 Abi 2011; Spulenexperimente



Eine Spule mit vernachlässigbarem ohmschen Widerstand, in die ein Eisenkern eingeführt werden kann, wird mit einem Widerstand R in Reihe gechaltet. Die elektrische Quelle liefert eine konstante Spannung von 10 V. Beim Einschaltvorgang wird die Stromstärke in Abhängigkeit von der Zeit aufgenommen.

Es wird sowohl eine Messung ohne als auch eine Messung mit Eisenkern durchgeführt. Man erhält die beiden Messkurven im nebenstehenden Diagramm.



a) Erklären Sie, weshalb in beiden Fällen die Stromstärke nicht sofort ihren Maximalwert erreicht. Entscheiden und begründen Sie, bei welcher Messung der Eisenkern verwendet wurde.

b) Begründen Sie, warum sich in beiden Fällen nach einiger Zeit die gleiche Stromstärke einstellt. Bestimmen Sie mit Hilfe des Diagramms die Größe des verwendeten Widerstands R -> Zusatzfrage -> und die Induktivität der Spule mit der Kurve (2).

Die Spule besitzt mit Eisenkern eine Induktivität von 3,8 H (mit dieser Zahl soll weitergearbeitet werden). Aus dieser Spule und einem Kondensator soll ein Schwingkreis mit der Schwingungsdauer 20 ms aufgebaut werden.

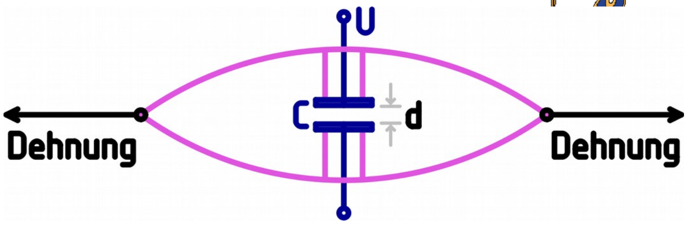
c) Berechnen Sie, welche Kapazität der Kondensator haben muss.

Der Kondensator wird auf 10 V aufgeladen, von der Quelle getrennt und mit der Spule verbunden.

d) Skizzieren Sie das zu erwartende t-Uc-Diagramm für die ersten 40 ms, wobei Uc die Spannung am Kondensator ist. Geben Sie zudem die Periodendauer für die im Kondensator gespeicherte Energie an.

e) Der Eisenkern wird nun aus der Spule entfernt. Erklären Sie, wie sich dies qualitativ auf die Frequenz der Schwingung auswirkt.

Aufgabe 11.245: Abi 2012; Kapazitiver Dehnungsmessstreifen



In einem Dehnungsmessstreifen wird der Plattenabstand d eines eingebauten Messkondensators durch Dehnung verringert. Als Kondensator wird ein luftgefüllter Plattenkondensator mit quadratischen Platten der Seitenlänge 4,0 mm verwendet, der im ungedehnten Ausgangszustand des Messstreifens einen Plattenabstand von 1,0 mm hat.

a) Berechnen Sie die Kapazität C des Messkondensators im Ausgangszustand und seine Ladung bei einer anliegenden Spannung von 12,0 V. (Kontrolle: $C = 0{,}14$ pF)

b) Der Messkondensator wird nach dem Ladevorgang von der Stromquelle getrennt. Beschreiben und begründen Sie, ob und gegebenenfalls wie sich die Ladung, die Kapazität und die Spannung des Kondensators bei Dehnung des Messstreifens ändern.

Nun bildet der Messkondensator zusammen mit einer Spule ($L = 20$ mH) einen elektromagnetischen Schwingkreis.

c) Berechnen Sie die Eigenfrequenz des Schwingkreises ohne Dehnung des Messstreifens.

d) Leiten Sie eine Formel für die Eigenfrequenz f des Schwingkreises in Abhängigkeit vom Plattenabstand d her. Wie verändert sich die Eigenfrequenz des Schwingkreises, wenn aufgrund einer Dehnung des Messstreifens der Plattenabstand halbiert wird?

12 Elektromagnetische Wellen

Die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen allein durch die in ihnen enthaltenen Felder – ohne Hilfe einer elektrischen Ladung - zeigt, dass die Felder tatsächlich real existieren und nicht nur ein geistiger Krückstock sind, um die Wechselwirkungen zwischen Ladungen zu beschreiben.

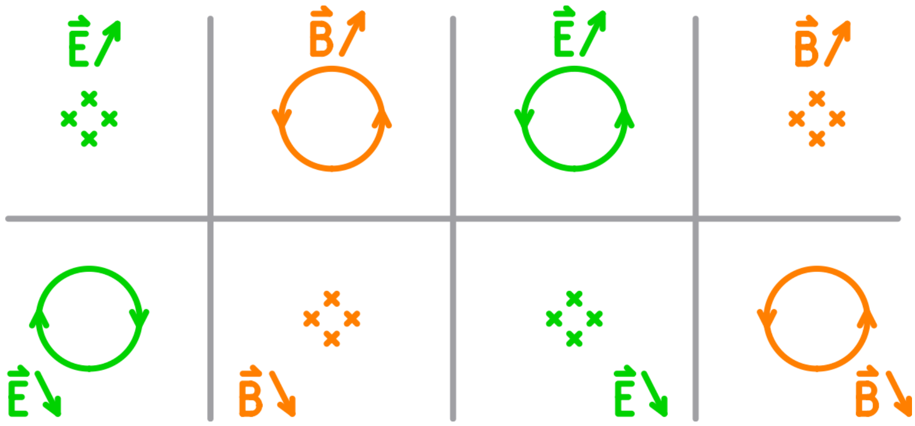
12.1 Ausbreitung im Vakuum

Sich verändernde elektrische oder magnetische Felder erzeugen "ringförmige" magnetische oder elektrische Felder, welche das ursprüngliche Feld "umschließen". Für die Richtung der so erzeugten "ringförmigen" Felder benutzen wir Regeln für die rechte Hand (Daumen ausgestreckt, Finger gekrümmt).

- ➔ Der Daumen zeigt entgegen der Änderung des magnetischen Feldes, die gekrümmten Finger geben die Richtung des dadurch entstehenden elektrischen Feldes (Induktionsgesetz).
- ➔ Der Daumen zeigt in Richtung der Änderung des elektrischen Feldes, die gekrümmten Finger geben die Richtung des dadurch entstehenden magnetischen Feldes.
- ☠ Nur wenn ein Feld sich verändert, dann erzeugt es ein anderes.

<u>Aufgabe 12.246:</u>

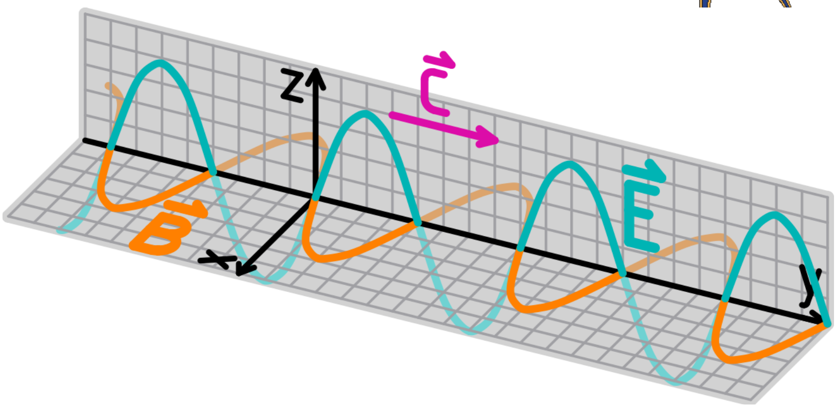
Die Bilder zeigen sich verändernde Felder. Zeichne jeweils die dadurch entstehenden Felder in der Zeichenebene ein.



<u>Wellenausbreitung:</u>

Ein sich periodisch veränderndes elektrisches Feld erzeugt ein Magnetfeld, das sich auch wieder periodisch ändert. Dieses erzeugt dann wieder ein elektrisches Feld, das sich auch wieder periodisch ändert usw.

Gestalt der Welle:



Das Bild zeigt die Felder einer sich in y-Richtung ausbreitenden Welle. Die elektrischen Feldvektoren schwingen in z-Richtung. Die magnetischen Feldvektoren schwingen in x-Richtung. Im Vakuum schwingen die beiden Feldvektoren der Welle an jedem Punkt gleichphasig.

Ausbreitungsrichtung:

Die Ausbreitungsrichtung ergibt sich aus der Dreifinger-Regel der rechten Hand. Der Daumen zeigt in die Richtung des E-Feldes an einem beliebigen Punkt. Der Zeigefinger zeigt in die Richtung des B-Feldes im selben Punkt. Der Mittelfinger gibt die Richtung der Ausbreitung.

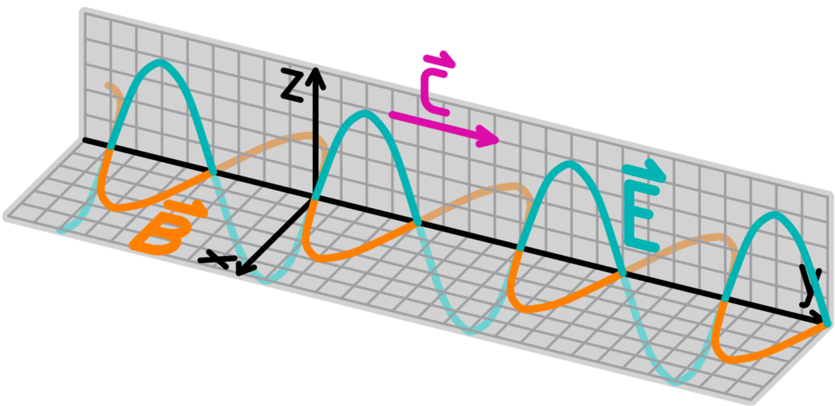
Ausbreitungsgeschwindigkeit:

Im Vakuum breiten sich elektromagnetische Wellen mit Lichtgeschwindigkeit c aus. Für die Lichtgeschwindigkeit c gilt der Zusammenhang:

$$c=\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\cdot\mu_0}}$$

In einem Medium ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit etwas geringer (Brechzahl). Falls nicht ausdrücklich anders verlangt benutzen wir grundsätzlich den genäherten Wert $c=3\cdot 10^8 m/s$, d.h. in einer Nanosekunde bewegt sich eine Welle um 0,3m vorwärts.

Aufgabe 12.247:

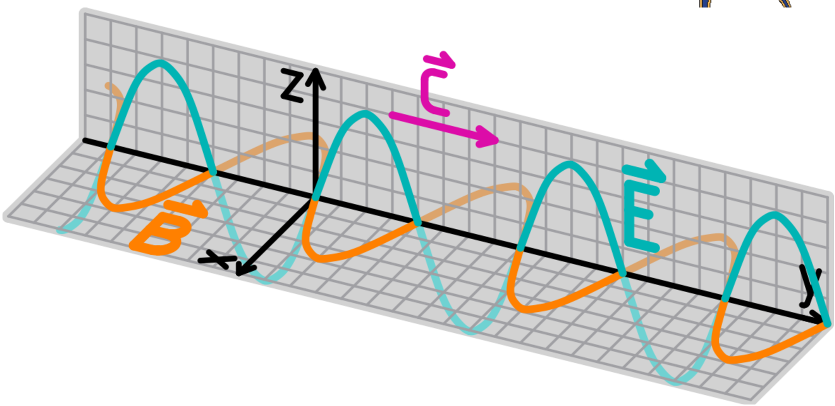


Das Bild rechts zeigt eine EM-Welle zum Zeitpunkt t=0. In y-Richtung entspricht ein Kästchen 3cm.

a) Skizziere in das selbe Bild die Gestalt der Welle für den Zeitpunkt t=0,2ns.

b) Skizziere die Welle zum Zeitpunkt t=0,4ns.

c) Wie groß sind Wellenlänge und Frequenz der Welle?

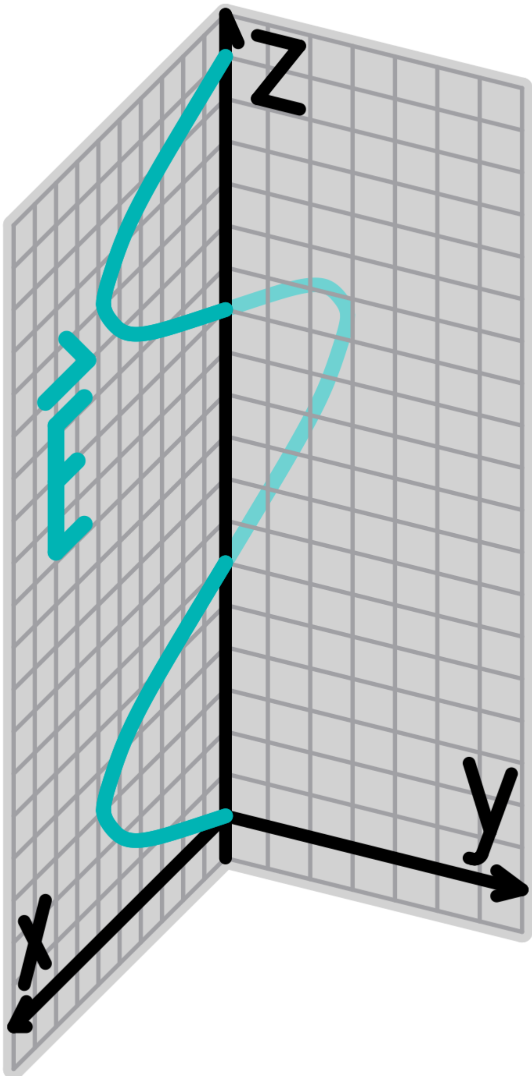


Aufgabe 12.248:

Das Bild zeigt das Elektrische Feld einer sich in positive z-Richtung ausbreitenden Welle zum Zeitpunkt t=0. Der elektrische Feldvektor schwingt in x-Richtung. In z-Richtung entspricht ein Kästchen 3cm.

a) Skizziere das Magnetfeld dieser Welle zum Zeitpunkt t=0.

b) Skizziere das elektrische Feld der Welle zum Zeitpunkt t=0,3ns.

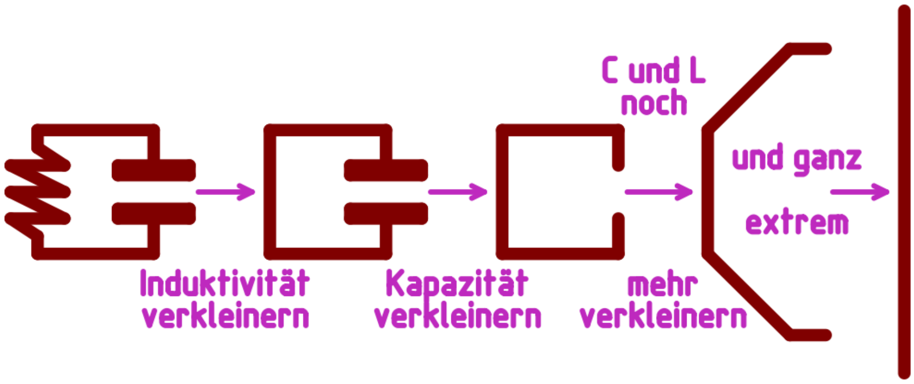


Bevor sich eine EM-Welle ausbreiten kann, muss sie zuerst mal erzeugt werden. Davon handelt der folgende Abschnitt.

12.2 Erzeugung von EM-Wellen: Hertzscher Dipol

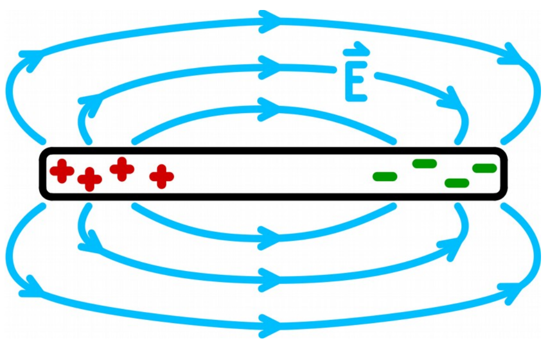
Für die Frequenz eines EM-Schwingkreises gilt die Thomsongleichung

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$



Je kleiner Induktivität L und Kapazität C des Schwingkreises, desto höher ist die Eigenfrequenz. Für eine sehr hohe Frequenz braucht man also eine Spule mit sehr wenig Windungen und einen Kondensator mit sehr kleiner Plattenfläche und großem Plattenabstand. Im Extremfall erhält man als Schwingkreis ein gerades Leiterstück wie eine Antenne, einen Hertzschen Dipol.

<u>Schwingung im Dipol (analog zum bekannten Schwingkreis)</u>

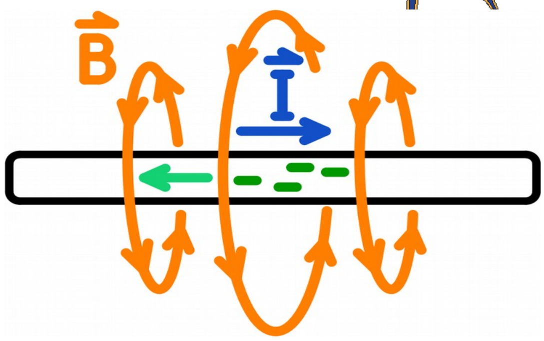


Zu Anfang seien die Leitungselektronen am rechten Ende des Dipols gehäuft. Wie der Ausgangszustand hergestellt wurde, soll jetzt nicht unser Problem sein. Der Dipol besitzt ein elektrisches Feld, das an den Enden des Dipols besonders stark ist. In der Mitte des Dipols ist es am schwächsten. Die Energie liegt als elektrische Energie vor (Kondensator geladen).

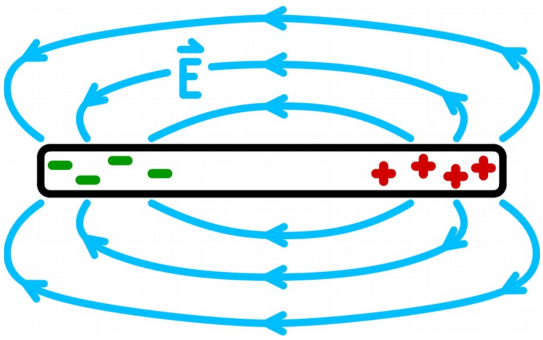
➔ Das elektrische Potential ist am größten direkt an der Quelle des elektrischen Feldes und am kleinsten direkt an der Senke des elektrischen Feldes, also an den Rändern des Stabes. In der Mitte des Stabes ist das Potential gleich Null.

Durch elektrische Kräfte angetrieben bewegen sich die verschobenen Elektronen nach links und erzeugen einen Strom und damit ein Magnetfeld. Die Energie liegt als magnetische Energie vor. Durch die Mitte des Dipols müssen alle Elektronen durch. Je weiter man an ein Ende des Dipols geht, desto geringer ist der Anteil der Elektronen, die an dieser Stelle vorbei fließen.

➔ Deshalb sind Stromstärke und Magnetfeld in der Mitte des Stabes am größten, ganz am Rand des Dipols sind B-Feld und Stromstärke gleich Null.



Zum Zeitpunkt des Ladungsausgleichs sind keine elektrischen Kräfte mehr vorhanden um den Strom anzutreiben und die Stromstärke sinkt.



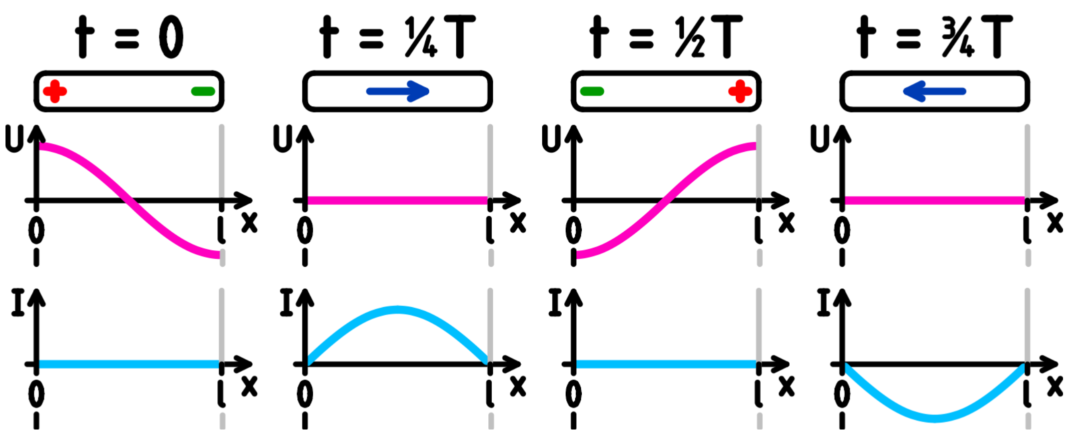
Das zusammenbrechende Magnetfeld induziert dann eine Spannung im Dipol, die nach der Regel von Lenz versucht den Strom aufrecht zu erhalten. Dadurch entsteht eine erneute Ladungstrennung und der Ausgangszustand ist spiegelverkehrt wieder hergestellt.

Auf diese Weise erzeugt der Dipol in seiner Nähe sich ständig verändernde E-und B-Felder, die anschließend zur Wellenausbreitung führen.

Wenn sich also Elektronen durch ein Stück Draht bewegen (elektrischer Stromfluss) entstehen keine EM-Wellen. Erst wenn sich die Elektronen hin und her bewegen, also ständig beschleunigt werden, entstehen EM-Wellen. Ganz allgemein gilt:

Wenn eine elektrische Ladung beschleunigt wird, dann erzeugt sie elektromagnetische Wellen.

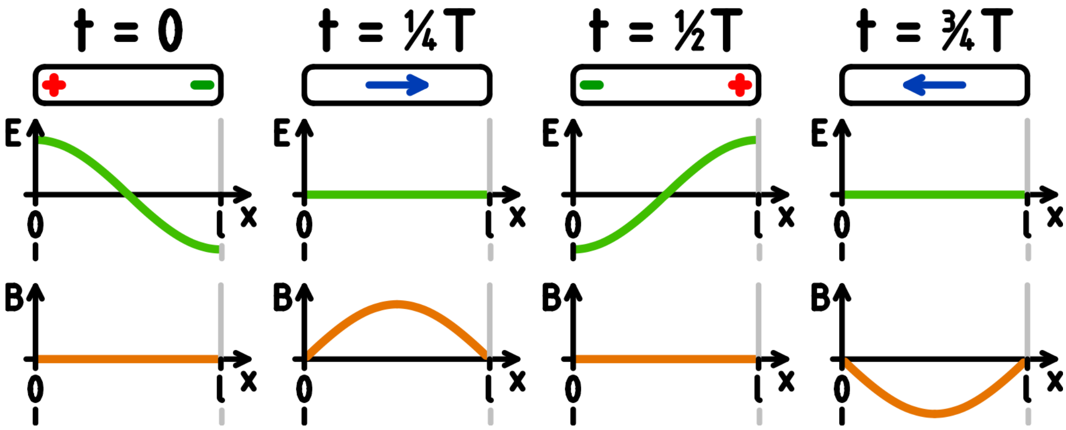
<u>Spannung, Stromstärke, Feldstärken und Ladungsdichte entlang des Dipols</u>



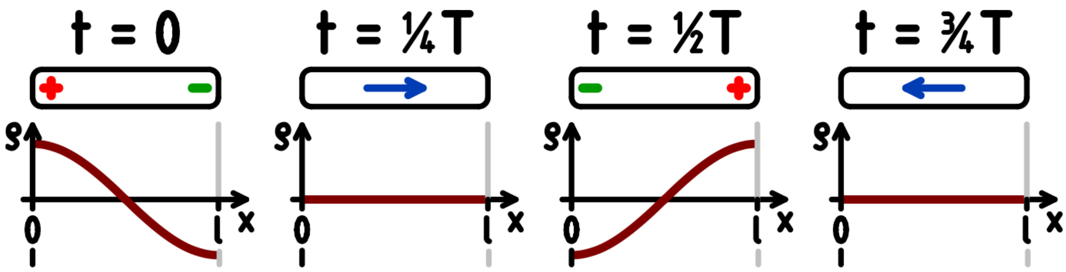
Die Überlegungen oben führen zu den im Bild gezeigten Diagrammen. Mit Spannung meint man eigentlich Potential, also die Spannung zwischen dem jeweiligen Punkt und dem Nullpotential. Spannung und Stromstärke bilden also eine stehende Welle im Dipol von einer halben

Wellenlänge. Die Spannung hat am Rand Schwingungsbäuche, die Stromstärke hat am Rand Schwingungsknoten.

Dasselbe kann man natürlich auch mit der elektrischen Feldstärke und der magnetischen Flussdichte machen (siehe Bild).

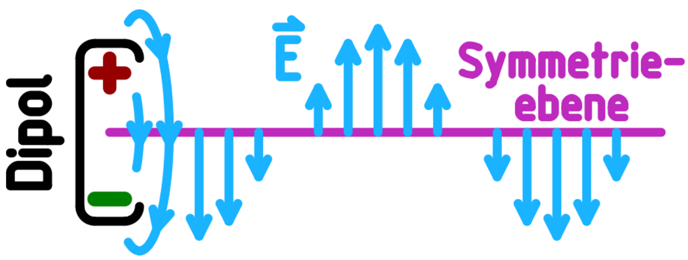


Die Diagramme sehen alle gleich aus. Man muss nur wissen, welche Größen am Rand maximal sind und welche Größen in der Mitte maximal sind. Damit wir für die Ladungsverteilung längs des Dipols ein Diagramm zeichnen können, brauchen wir ein neues Formelzeichen. Für die Ladungsdichte schreibt man ρ (kleines griechisches "rho"). An Punkten mit einem positiven Ladungsüberschuss ist die Ladungsdichte positiv, bei negativem Ladungsüberschuss negativ.



In der Mitte des Dipols gleichen sich positive (Atomrümpfe) und negative (Leitungselektronen) Ladungen zu jedem Zeitpunkt aus, deshalb ist hier die Ladungsdichte immer Null.

Polarisation

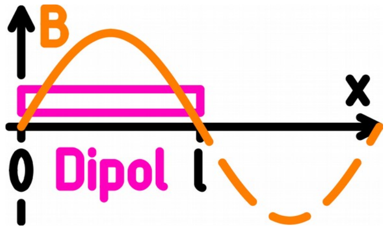


Wir betrachten die elektrischen Feldvektoren in der Symmetrieebene des Dipols. In dieser Ebene sind die E-Feld-Vektoren alle parallel zum Dipol, insbesondere sind alle parallel zueinander.

Ein Wellenfeld, bei dem alle E-Feld-Vektoren parallel zueinander sind nennt man polarisiert. Die B-Feld-Vektoren sind dann auch alle parallel zueinander, und zwar senkrecht zu den E-Feld-Vektoren.

Die meisten Strahlungsquellen liefern nicht polarisierte EM-Wellen. Um ein Wellenfeld zu polarisieren braucht man eine für die spezielle Wellenlänge geeignete Vorrichtung.

Frequenz der Dipolschwingung



Betrachtet man zum Beispiel die Amplitude des Magnetfeldes längs des Dipols, erkennt man einen Schwingungsbauch in der Mitte und Schwingungsknoten an den Enden des Dipols. Die Länge des Dipols ist also die Hälfte der Wellenlänge der EM-Welle. Die Frequenz des Wellenfeldes erhält man aus $c = \lambda \cdot f$.

Hertzscher Dipol: $l = \frac{\lambda}{2}$ -> Eigenfrequenz: $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2 \cdot l}$

Ein solcher Dipol heißt deshalb auch Lambda-Halbe-Dipol. Wie jedes schwingungsfähige System schwingt der Dipol mit der Frequenz, mit der er angeregt wird.

➔ Die Anregung funktioniert aber am besten (Resonanz), wenn der Dipol mit seiner Eigenfrequenz angeregt wird.

Wird der Dipol von einer EM-Welle angeregt, dann werden die Elektronen im Dipol durch die Kraft des elektrischen Feldes der Welle zum Schwingen gebracht. Die Schwingung kann jedoch nur in Richtung des Stabes erfolgen. Deshalb funktioniert

➔ die Anregung am besten, wenn der E-Feld-Vektor der anregenden Welle parallel zum Dipol ist, wenn also

➔ Sende- und Empfangsdipol parallel zueinander sind.

Bemerkung: Das alles war die Grundschwingung des Dipols. Der Hertzsche Dipol kann auch in einer Oberschwingung gut angeregt werden. Dafür muss man nur berücksichtigen, dass die stehende Welle im Dipol an der Rändern des Dipols Schwingungsknoten hat. Dadurch ergibt sich für die möglichen Wellenlängen:

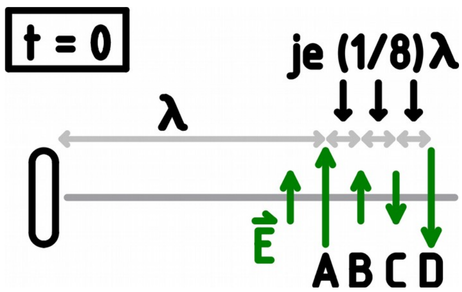
$$\boxed{l = k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad ; \quad k \in \mathbb{N}}$$

12.3 Feldlinien der Dipolwelle

In großem Abstand vom Dipol erzeugen sich E- und B-Felder gegenseitig und die Wirkung des Dipols selbst ist gar nicht mehr spürbar. In der Nähe des Dipols dagegen dominiert die Wirkung des Dipols und die gegenseitige Beeinflussung der Felder ist vernachlässigbar. Im Modell stellen wir uns eine positive und eine negative Punktladung vor, die innerhalb unseres Dipols schwingen.

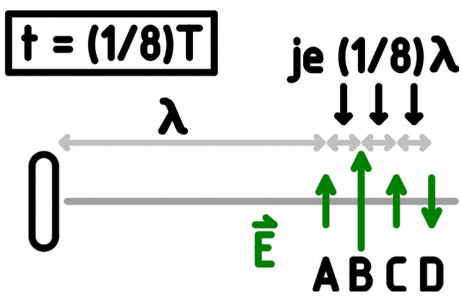
Um die Gestalt der Felder zu verstehen, muss man berücksichtigen, dass sich die EM-Felder mit Lichtgeschwindigkeit $c = \lambda \cdot f = \lambda / T$ ausbreiten. Das bedeutet, dass die momentane Gestalt der Felder an einem Punkt P1 in einer Entfernung von $1 \cdot \lambda$ vom Dipol nicht von der momentanen Ladungsverteilung und Stromstärke im Dipol erzeugt wird, sondern von derjenigen, die in der Zeit um $1 \cdot T$ zurückliegt. Je weiter weg ein Punkt vom Dipol ist, desto später spürt er also die Veränderungen von Ladungsverteilung und Stromstärke im Dipol. Um sich die Gestalt der EM-Felder in der Umgebung des Dipols zu überlegen, müsste man also für alle Punkte entsprechend ihrer Entfernung vom Dipol in der Zeit zurückdenken, wie damals die Ladungsverteilung und Stromstärke im Dipol war. Dafür reicht aber der Arbeitsspeicher der meisten Menschen nicht aus, deshalb werden wir zuerst mal einen Trick entwickeln, mit dem wir viel einfacher überlegen können.

Als Beispiel betrachten wir die vier Punkte A, B, C und D, die einen paarweisen Abstand von $\frac{1}{8} \cdot \lambda$ haben. Wir gehen davon aus, dass wir die Felder zum Zeitpunkt $t = 0$ kennen und wollen rausfinden, wie die Felder zum Zeitpunkt $t = \frac{1}{8} \cdot T$ aussehen.



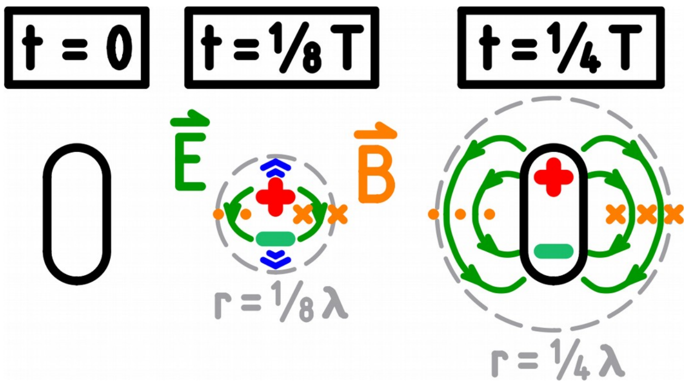
Das momentane Feld im Punkt A wird von der Ladungsverteilung zum Zeitpunkt $t = -1 \cdot T$ erzeugt, das im Punkt B von der Ladungsverteilung zum Zeitpunkt $t = -1\frac{1}{8} \cdot T$. Wenn wir in der Zeit um $\frac{1}{8} \cdot T$ voranschreiten, dann wird das Feld im Punkt B von der Ladungsverteilung zum Zeitpunkt $t = -1\frac{1}{8} \cdot T + \frac{1}{8} \cdot T = -1 \cdot T$ erzeugt, also von d e r Ladungsverteilung, die das momentane ($t = 0$) Feld im Punkt A erzeugt.

Deshalb ist das Feld im Punkt B zum späteren Zeitpunkt $t = \frac{1}{8} \cdot T$ ziemlich genau so, wie es im Moment ($t = 0$) gerade im Punkt A ist. Der Punkt B erbt also das Feld von A, C erbt von B und D erbt von C. Die Feldvektoren wandern in der Zeitspanne $\Delta t = \frac{1}{8} \cdot T$ um $\frac{1}{8} \cdot \lambda$ vom Dipol weg nach außen.



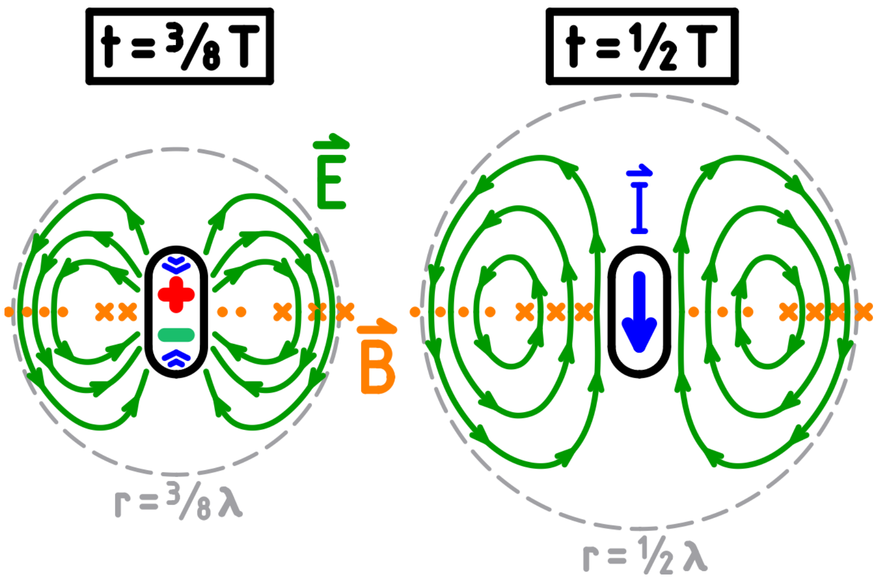
Das erleichtert das Nachdenken erheblich. Wir können im Verlauf der Zeit einfach alle Feldlinien vom Dipol weg nach außen schieben und müssen uns nur die Feldlinien, die direkt am Dipol entstehen, neu überlegen.

Wir betrachten einen Dipol, der zum Zeitpunkt $t = 0$ zu schwingen beginnt. Vorher gibt es keinen Strom und keine Ladungstrennung, also auch keine Felder.



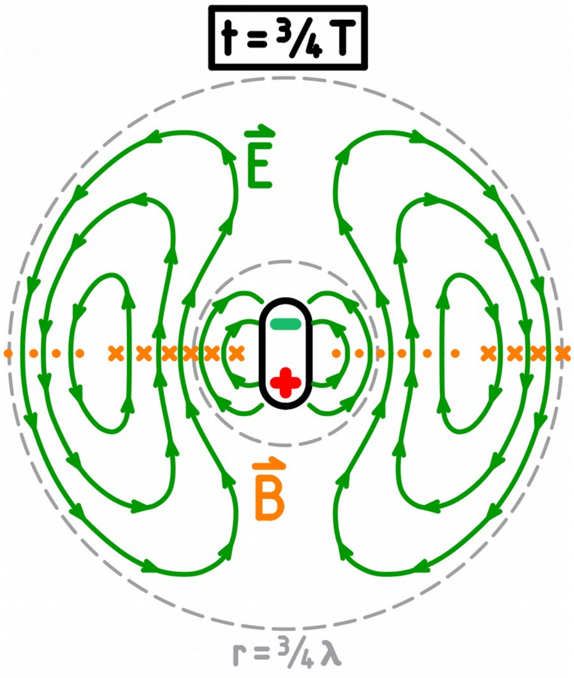
Zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnen sich die positive und negative Ladung zu trennen. Zum Zeitpunkt $t = \frac{1}{8}\cdot T$ haben wir einen nach oben gerichteten Strom und eine Ladungstrennung. Dadurch entstehen das eingezeichnete elektrische und magnetische Feld.

Zum Zeitpunkt $t = \frac{1}{4}\cdot T$ erreichen die beiden Ladungen ihre maximale Auslenkung. Die Stromstärke ist gerade Null und es entstehen k e i n e magnetischen Feldlinien direkt am Dipol. Die magnetischen Feldlinien in geringer Entfernung vom Dipol werden von dem Strom erzeugt, der vorher geflossen ist.



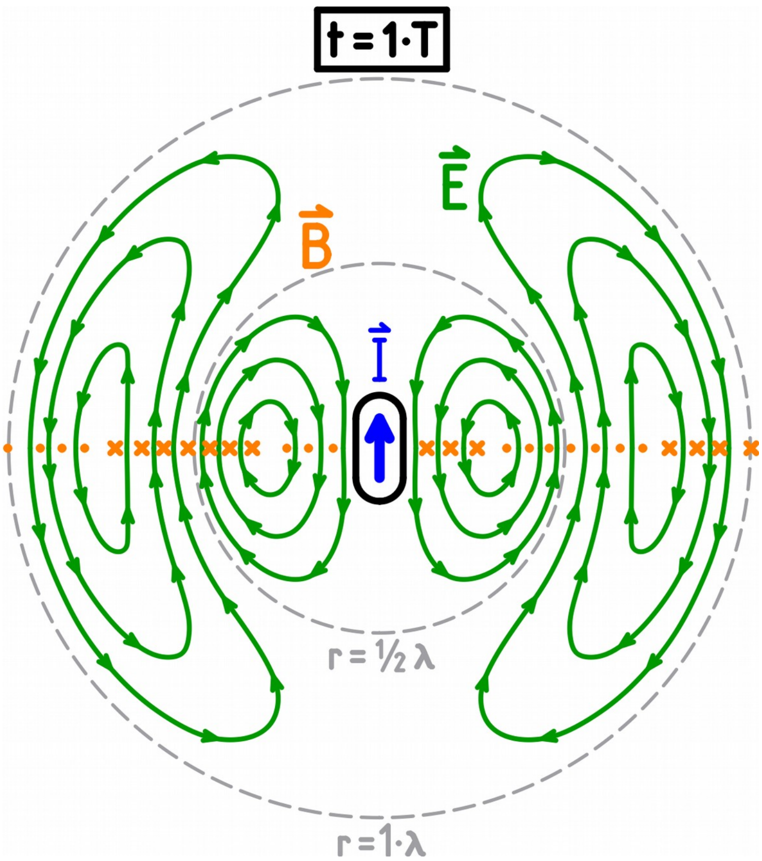
Im weiteren Verlauf wandern die bereits existierenden Feldlinien nach außen. Die beiden Ladungen wandern wieder in Richtung Ruhelage. Stromrichtung und deshalb auch die Richtung der magnetischen Feldlinien direkt am Dipol kehren die Richtung um. Zum Zeitpunkt $t = \frac{1}{2}\cdot T$ kommt es zu vollständigem Ladungsausgleich. D.h. zum Zeitpunkt $t = \frac{1}{2}\cdot T$ entstehen direkt am Dipol keine elektrischen Feldlinien. Im weiteren Verlauf der Zeit werden die entstandenen Schleifen im E-Feld vom Dipol weg nach außen wandern, genauso die magnetischen Feldlinien. Beachten Sie auch, dass im Raum außerhalb der Kugel mit Radius $r = \frac{1}{2}\cdot\lambda$ bis jetzt - wegen der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der Felder - noch gar kein Feld existiert.

Das war die erste Halbschwingung. Danach kommt Ladungstrennung in umgekehrter Richtung usw..



Merke:

- ➔ Die bereits bestehenden Feldlinien wandern im Verlauf der Zeit vom Dipol weg nach außen.
- ➔ Bei größter Ladungstrennung ($t = \frac{1}{4}T$, $\frac{3}{4}T$, ...) ist die Stromstärke im Dipol gleich Null und es entstehen keine neuen magnetischen Feldlinien.
- ➔ Die elektrischen Feldlinien schmiegen sich an Kugelschalen im Abstand einer halben Wellenlänge an.
- ➔ Bei maximaler Stromstärke ($T = \frac{1}{2}T$, $1T$,...) herrscht völliger Ladungsausgleich und es bilden sich die Schleifen in den elektrischen Feldlinien, die anschließend nach außen wandern.
- ➔ Obwohl die Felder sich hier nicht gegenseitig erzeugen, sondern vom Dipol erzeugt werden, funktioniert die Drei-Finger-Regel für die Ausbreitungsrichtung (Daumen -> E-Feld, Zeigefinger -> B-Feld, Mittelfinger -> Ausbreitungsrichtung).



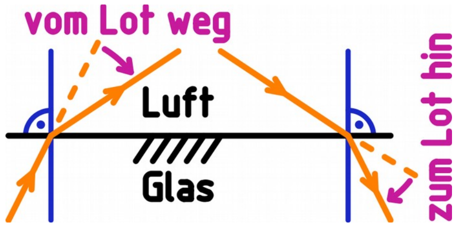
12.4 Wellenphänomene

Genauso wie bei Schallwellen oder anderen Wellen lassen sich bei EM-Wellen die bekannten Wellenphänomene beobachten. (siehe Buch S.163)

Polarisation:

Wie oben erwähnt auch ein Wellenphänomen, das allerdings nur bei Transversalwellen auftritt. Es kann auch zur Identifikation von Transversalwellen benutzt werden (Schallwellen lassen sich nicht polarisieren).

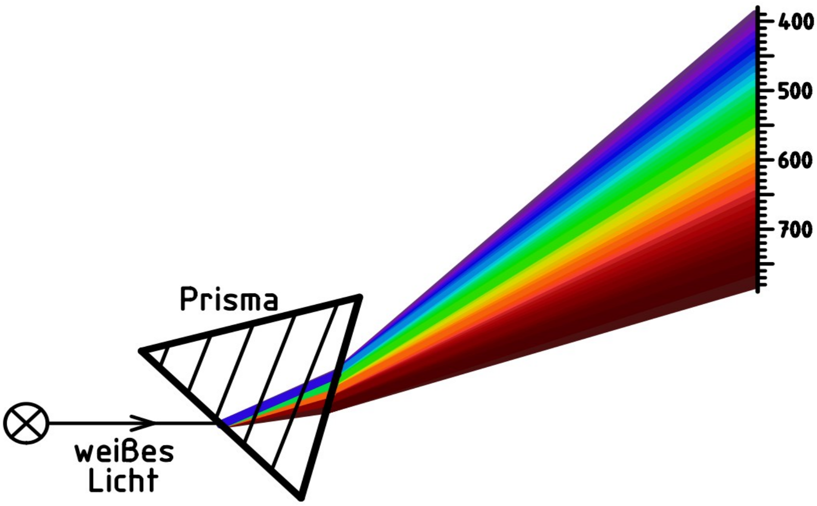
Brechung:



Die Welle ändert beim Übergang von einem Medium in ein anderes ihre Ausbreitungsrichtung. Darauf beruht die Funktionsweise von Linsen.

Beim Übergang ins optisch dünnere Medium wird "vom Lot weg" gebrochen, ins optisch dichtere Medium hinein wird "zum Lot hin" gebrochen. Bei einem Prisma wird immer "um das dicke Ende herum" gebrochen.

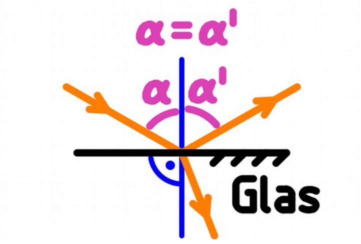
Unterschiedliche Wellenlängen werden unterschiedlich stark gebrochen (Dispersion). Normalerweise werden kleinere Wellenlängen stärker gebrochen. Auf diesem Effekt beruht die Entstehung eines Regenbogens oder die spektrale Zerlegung von Licht durch ein Prisma.



Reflexion:

Die Welle wird an der Grenzschicht beim Übergang von einem Medium in ein anderes teilweise zurückgeworfen (reflektiert). Die Reflexion ist so gut wie nie vollständig, ein Teil der Welle dringt in das andere Medium ein. Eventuell wird auch ein Teil der Welle absorbiert (Energieumwandlung).

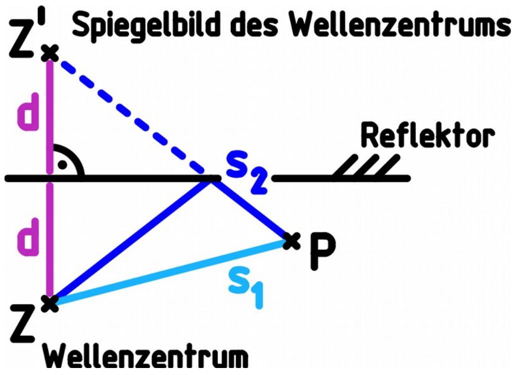
Reflexionsgesetz



Das Reflexionsgesetz sagt:

Einfallswinkel = Reflexionswinkel

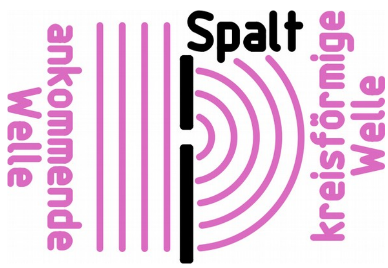
Die beiden Winkel werden vom Lot aus gemessen. Für später interessant ist die Länge des Laufwegs, den die reflektierte Welle bis zu einem beliebigen Punkt P zurücklegt. Dieser ist genauso lang, wie der Weg vom Spiegelbild des Wellenzentrums bis zum Punkt P (plus eventuelle Laufwegkorrektur).



Huygenssches Prinzip:

Jeder Punkt der Wellenfront lässt sich als Ausgangspunkt einer kreisförmigen (bzw. kugelförmigen) Elementarwelle betrachten.

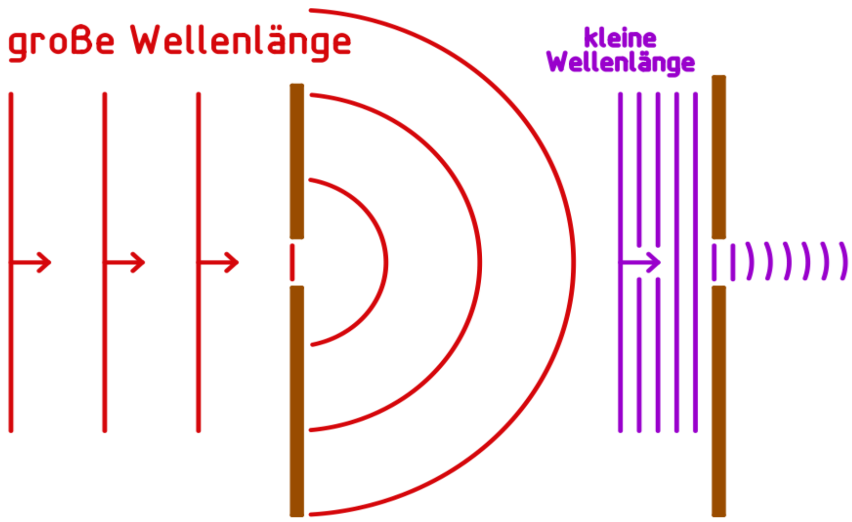
Für uns ist das insbesondere deshalb wichtig, weil wir später durch schmale Spalte solche "Elementarwellen" erzeugen werden, um diese zur Interferenz zu bringen.



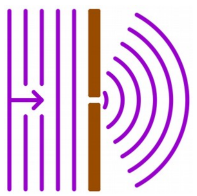
Beugung:

Die Welle erzeugt an einem Hindernis zusätzliche Ausbreitungsrichtungen und dringt in den Raum hinter dem Hindernis ein. Grundsätzlich gilt:

➔ Große Wellenlängen werden stärker gebeugt als kleine.



Deshalb dringen Schallwellen oder Radiowellen bei offener Tür besser ins Nachbarzimmer ein als Licht. Die Interferenz ist ein Spezialfall der Beugung, deshalb sagt man auch Beugungsgitter.



Wenn aber die Spaltbreite nicht mehr viel größer als die Wellenlänge ist - oder sogar kleiner als die Wellenlänge - , dann werden auch kleine Wellenlängen gebeugt.

12.5 Schlussbemerkungen

Frage: Wann entstehen elektromagnetische Wellen?

Immer dann, wenn eine elektrische Ladung beschleunigt wird, dann strahlt sie elektromagnetische Wellen ab.

Nahfeld und Fernfeld bei Dipolwellen

In der Nähe des Dipols werden die Felder vom Dipol erzeugt, weit weg vom Dipol erzeugen sich die Felder gegenseitig. Deshalb haben die Felder und also auch die Wellen in der Nähe des Dipols eine völlig andere Gestalt als in großer Entfernung. Erst in großer Entfernung vom Dipol entstehen sinusförmige Wellen mit gleichphasig schwingenden E- und B-Feldern.

Das elektromagnetische Spektrum

λ		E
km bis m	Radiowellen	neV bis μeV
dm bis cm	Mikrowellen	μeV bis meV
	Infrarot (IR)	
780 nm bis 390nm	rot orange gelb grün blau violett	1,6 eV bis 3,2 eV
	Ultraviolett (UV)	
nm bis pm	Röntgenstrahlen Gammastrahlen	keV bis MeV

Die erste Spalte gibt die Wellenlänge λ von groß nach klein. In der dritten Spalte stehen die Photonenenergien. Der Teil des Spektrums, der für das menschliche Auge sichtbar ist, wird als sichtbares Licht oder einfach nur als Licht bezeichnet. Die Zahlenwerte sind abgesehen vom Licht nur als grobe Richtwerte (Größenordnung) zu verstehen, sollten aber auswendig gekonnt werden. Auch die Energien der Photonen, besonders für das sichtbare Licht, sind manchmal nützlich zu wissen.

13 Interferenz

Mit Interferenz meint man die Überlagerung zweier Wellen gleicher Wellenlänge, die dann automatisch auch dieselbe Frequenz haben (Wieso?). Worauf es dabei ankommt, ist ob sich die Wellen an einem bestimmten Punkt P im Raum verstärken (konstruktive Interferenz; Maximum) oder gegenseitig teilweise auslöschen (destruktive Interferenz; Minimum). Die Interferenz ist ein Spezialfall der Beugung, deshalb sagt man auch "Beugungsgitter".

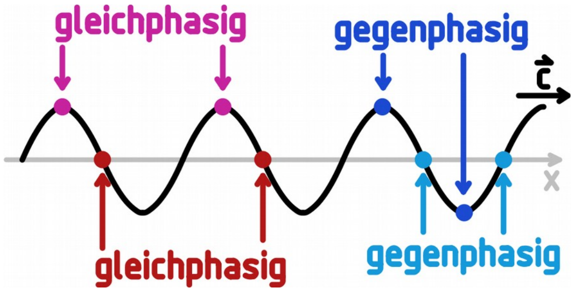
13.1 Kriterien

Aufgabe 13.249:

Das Bild zeigt die Momentaufnahme einer nach rechts laufenden Welle. Auf der Welle sind acht Punkte markiert.

a) Gib die Abstände zwischen aufeinander folgenden Punkten in Vielfachen der Wellenlänge an.

b) In welche Richtung (nach oben oder nach unten) schwingt (bewegt sich) jeder der eingezeichneten Punkte als nächstes?



Begriffe:

➔ Zwei Punkte schwingen gleichphasig, wenn sie zu jedem Zeitpunkt die gleiche Auslenkung haben.

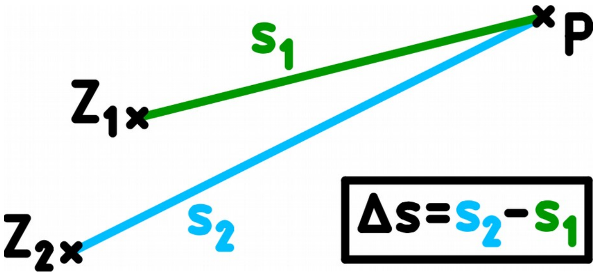
➔ Zwei Punkte schwingen gegenphasig, wenn sie zu jedem Zeitpunkt entgegengesetzte Auslenkung haben.

Zwei Punkte einer Welle im Abstand λ (oder 2λ; 3λ; ...) schwingen gleichphasig.

Zwei Punkte im Abstand λ/2 (oder λ/2 + λ; λ/2 + 2λ; ...) schwingen gegenphasig.

Kriterium: Allgemeingültig

Wenn zwei Wellen am Punkt P gleichphasig schwingen, kommt es zu Verstärkung, wenn die beiden Wellen am Punkt P gegenphasig schwingen kommt es zu Auslöschung.



In der speziellen Situation zweier gleichphasig schwingender Wellenzentren vereinfacht sich das Kriterium zu einem rein geometrischen. Man kann sich dann auf die Betrachtung des Laufwegunterschieds Δs (Gangunterschieds) zurückziehen.

Kriterium: Für Gleichphasige Wellenzentren

Verstärkung für $\Delta s = 0\ ;\ 1\cdot\lambda\ ;\ 2\cdot\lambda\ ;\ 3\cdot\lambda\ ;\ \ldots \quad = k\cdot\lambda\ ;\quad k\in\mathbb{Z}$

Auslöschung für $\Delta s = \frac{1}{2}\cdot\lambda\ ;\ 1\frac{1}{2}\cdot\lambda\ ;\ 2\frac{1}{2}\cdot\lambda\ ;\ \ldots = (2\cdot k+1)\cdot\frac{\lambda}{2}\ ;\quad k\in\mathbb{Z}$

Die Voraussetzung gleichphasiger Wellenzentren ist nicht so abenteuerlich, wie sie auf den ersten Blick aussieht. Häufig hat man es nur mit einem einzigen Wellenzentrum zu tun, von dem aus die Welle auf verschiedenen Wegen zum Punkt P gelangen kann. Einen allgemeingültigen Trick zur Bestimmung des Laufwegunterschieds gibt es nicht.

Aufgabe 13.250:

Eine EM-Welle mit niedriger Frequenz (kHz-Bereich) läuft über den Punkt P.

a) Was lässt sich beobachten (messen) wenn man a u s s c h l i e ß l i c h den Punkt P - und kein bisschen links oder rechts davon - beobachtet (am Punkt P misst).

Nun erzeugen zwei verschiedene Wellenzentren EM-Wellen der gleichen Frequenz, die über den Punkt P laufen und am Punkt P e x a k t gegenphasig schwingen.

b) Begründe, dass die beiden Wellen dieselbe Wellenlänge besitzen.

c) Weshalb kommt es fast mit Sicherheit nicht zu v o l l s t ä n d i g e r Auslöschung der beiden Wellen am Punkt P?

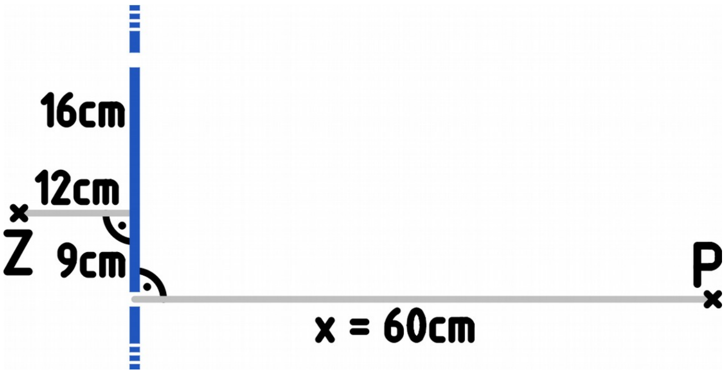
Nun betrachten wir einen zweiten Punkt Q, an dem sich die beiden Wellen verstärken. Am Punkt P kommt es nach wie vor zu Auslöschung, jedoch nicht vollständig.

d) Da es am Punkt P nicht zu vollständiger Auslöschung kommt gibt es am Punkt P eine sich periodisch verändernde elektrische Feldstärke, genauso wie im Punkt Q. Was ist der wesentliche Unterschied im Verhalten der elektrischen Feldstärken an den Punkten P und Q?

Aufgabe 13.251:

Mikrowellen der Wellennlänge 5cm können vom Zentrum Z aus entweder durch den oberen oder den unteren Spalt zum Punkt P gelangen.

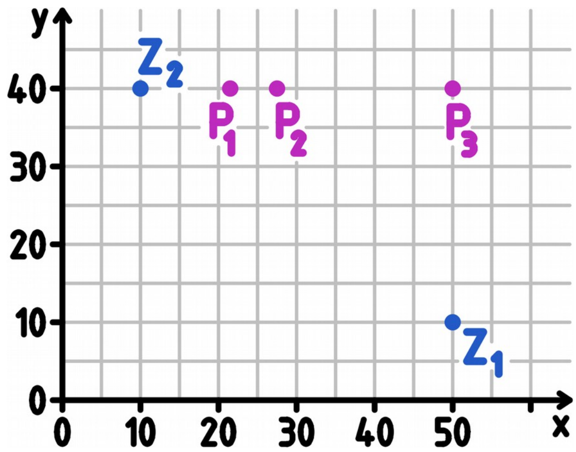
a) Bestimme die beiden Laufwege und den Laufwegunterschied im Punkt P. Welche Interferenzerscheinung liegt vor?



b) Wenn man den Punkt P nach links schiebt wird der Laufwegunterschied größer. Wie weit muss man nach links schieben, um das Maximum 3.Ordnung zu erreichen?

Aufgabe 13.252:

Das KOSY im Bild ist in Zentimetern skaliert. Z1 und Z2 sind gleichphasig schwingende Wellenzentren die EM-Wellen der Frequenz 1,50 GHz aussenden. Die y-Koordinate der Punkte P1, P2 und P3 ist bei allen 40. Die x-Koordinaten der drei Punkte sind 21,5 ; 27,5 und 50. Die Koordinaten von Z1 und Z2 können abgelesen werden.



a) Bestimme die Wellenlänge der von Z1 und Z2 ausgesandten EM-Wellen.

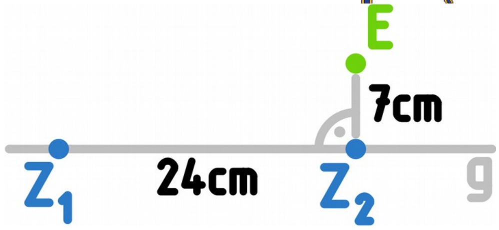
b) Untersuche rechnerisch ob in den Punkten P1 bis P3 Maxima oder Minima des Interferenzmusters vorliegen.

c) Am Punkt P3 befindet sich ein Minimum, bei P2 ein Maximum. Auf der Gerade durch P1, P2 nd P3 befindet sich zwischen den Punkten P2 und P3 noch ein Maximum 0. Ordnung und ein weiteres Minimum. Bestimme die x-Koordinaten dieser beiden Punkte.

d) Der Punkt P3 wird nun von seiner aktuellen Position aus vertikal nach unten verschoben, bis der Punkt Z1 erreicht ist. Begründe, wie viele Maxima auf diesem Weg passiert werden.

Aufgabe 13.253:

Z1 und Z2 sind zwei gleichphasig schwingende Sender, die EM-Wellen der Wellenlänge 9,0 cm aussenden. Ein Empfänger befindet sich in einem Abstand von 7,0 cm von Z2 in der Stellung im Bild.



a) Welche Interferenzerscheinung liegt am Ort des Empfängers vor?

b) Beschreibe und begründe die Entwicklung der Empfangsintensität bei E, wenn man den Sender Z2 langsam entlang der Gerade g bis ganz nahe an Z1 heran schiebt.

Alles wieder auf Startposition (siehe Bild).

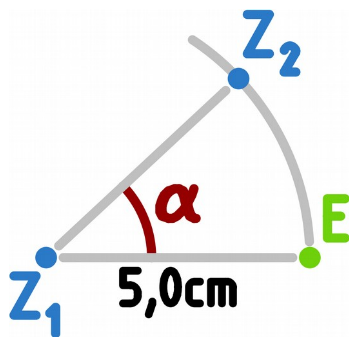
c) Wie weit muss man den Sender Z2 von seiner Startposition aus nach rechts schieben, damit am Ort des Empfängers ein Maximum 0. Ordnung auftritt.

Nochmal alles auf Startposition (siehe Bild).

d) Der Empfänger E wird nun von seiner Startposition aus parallel zur Gerade g nach links verschoben, bis er exakt vertikal über Z1 ist. Wie viele Minima werden dabei registriert.

Aufgabe 13.254:

Z1 und Z2 sind gleichphasig schwingende Sender, die EM-Wellen der Wellenlänge 2,0 cm aussenden. E ist ein Empfänger. Der Sender Z2 wird auf einem Kreis mit Radius 5,0 cm um den Sender Z1 bewegt. Der Winkel α durchläuft dabei Werte von 60° bis 180°.

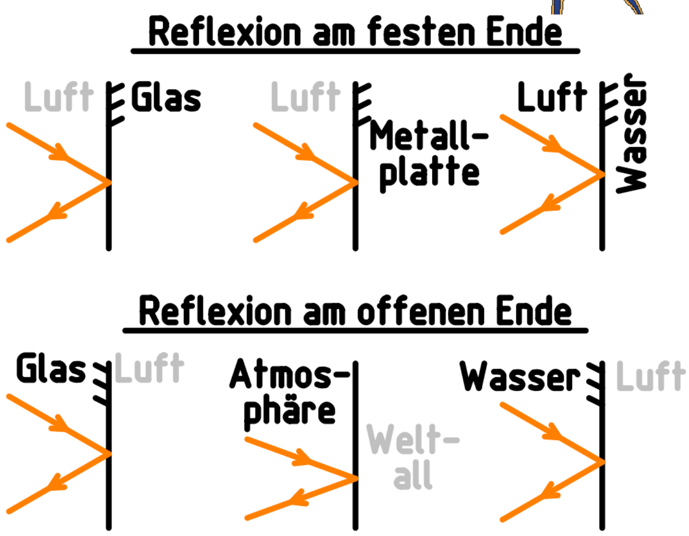


a) Begründe, dass für α = 60° bei E ein Empfangsmaximum 0. Ordnung vorliegt.

b) Zeige rechnerisch, dass für α ≈ 90° ein Maximum 1. Ordnung vorliegt.

c) Wie viele weitere Maxima entstehen noch zwischen α = 90° und α = 180°?

Phasensprung

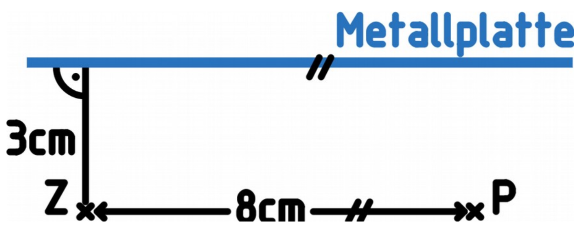


Bei Reflexion am festen Ende wird ein Wellenberg als -tal reflektiert. Deshalb muss bei Reflexion am festen Ende ein zusätzlicher Laufweg als Korrektur mit eingerechnet werden.

$$\boxed{s_{korr.} = \frac{\lambda}{2}}$$

Bei Reflexion am offenen Ende findet kein Phasensprung statt, und es muss keine Laufwegkorrektur vorgenommen werden.

Aufgabe 13.255:

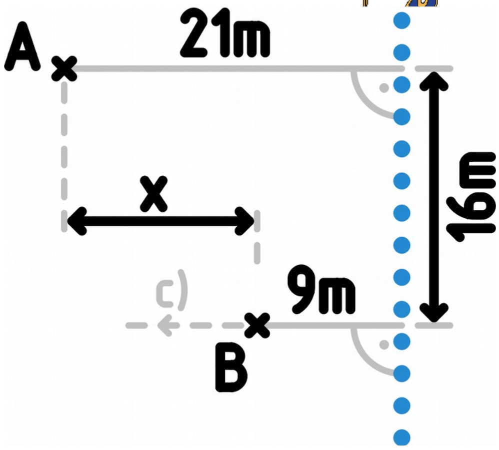


Mikrowellen der Wellenlänge 4cm werden an einer Metallplatte reflektiert und überlagern sich im unteren Halbraum mit den direkt von Z ausgehenden.

a) Bestimme den Laufwegunterschied inklusive Korrektur im Punkt P. Welche Interferenzerscheinung liegt im Punkt P vor?

b) Wenn man den Punkt P parallel zur Metallplatte nach links schiebt, dann wird der Laufwegunterschied größer. Wie weit muss man nach links schieben, um ein Minimum zu finden?

Aufgabe 13.256:



Anton und Bernhard haben Funkgeräte, die mit einer Frequenz von 150 Mhz arbeiten. Die beiden spielen damit in der Nähe eines Metallzauns (gepunktete Linie), der als ebener Reflektor angesehen werden kann, und befinden sich auf den im Bild gezeigten Positionen.

a) Bestimme die Wellenlänge, mit der die Funkgeräte arbeiten. (Kontrolle: 2,0m)

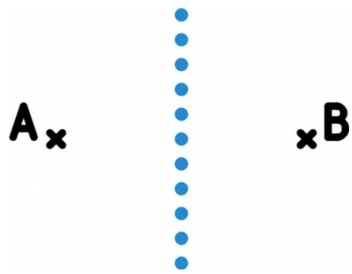
b) Zeige rechnerisch, dass an der momentanen Position von Bernhard ein Empfangsminimum vorliegt.

Nun bewegt sich Bernhard wie im Bild eingezeichnet lotrecht vom Zaun weg

c) Begründe anhand einer Zeichnung, dass der Laufwegunterschied zwischen direkt von Anton aus ankommender Welle und reflektierter Welle dabei größer wird.

Im Bild oben ist bereits eine Variable x eingeführt. Bernhard geht nun nach links.

d) Bestimme einen Term für den Gangunterschied der beiden relevanten Laufwege in Abhängigkeit von x und finde mit Hilfe der Tabellen-Funktion des Taschenrechners auf ±1cm genau wie weit Bernhard nach links gehen muss um das nächste Empfangsmaximum zu finden.

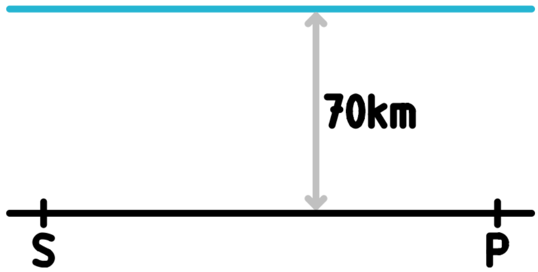


Der Zaun besteht aus dicken Metallstäben, die alle exakt vertikal ausgerichtet sind. Wenn Bernhard auf der anderen Seite des Zauns steht, hat er fast keinen Empfang.

e) Erkläre, wie und warum Anton und Bernhard durch die Ausrichtung ihrer beiden Antennen erreichen können, dass der Empfang von Bernhard fast so gut wird als ob gar kein Zaun da wäre.

Aufgabe 13.257:

Der Sender Europe 1 ist der stärkste Radiosender in Deutschland (2 x 1000 kW) und arbeitet mit einer Frequenz von 183 kHz.



a) Bestimme die Wellenlänge mit welcher der Sende arbeitet und erkläre, weshalb sich eine Stabantenne in Form eines Hertzschen Dipols nicht als Empfänger eignet.

Die Radiowellen werden an einer Atmosphärenschicht (Ionosphäre) in einer Höhe von 70km über dem Boden reflektiert. Bei dieser Reflexion findet auch ein Phasensprung statt, wie bei Reflexion am festen Ende.

b) Zeige rechnerisch, dass es am Punkt P in einer Entfernung von 848km vom Sender S durch die Reflexion zu einem Empfangsminimum kommt.

c) Zeige rechnerisch, dass ein Flugzeug, das sich in einer Höhe von 5,0km exakt über dem Punkt P befindet guten Empfang hat.

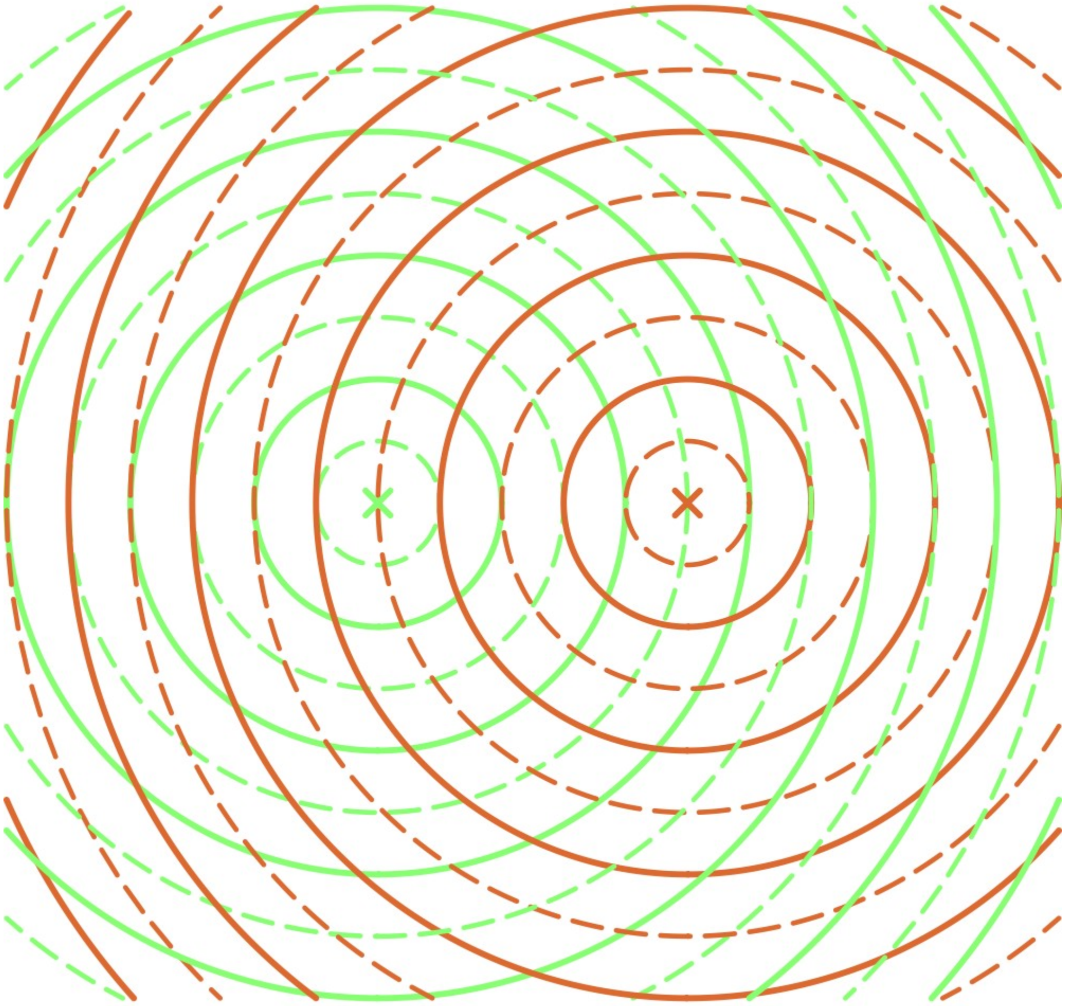
d) Wenn man den Punkt P in Richtung des Senders verschiebt, wird der Laufwegunterschied der beiden Wellen größer. Wie weit muss man den Punkt P verschieben, um ein Empfangsmaximum zu erreichen?

e) Langwellensender wie diesen installiert man, wenn man mit einem einzigen Sender große Flächen - mit Radien in der Größenordnung von 1000 km und mehr - abdecken will. Worin liegt dabei der Vorteil von Langwellen gegenüber Kurzwellen?

Aufgabe 13.258: Ortskurven der Maxima und Minima

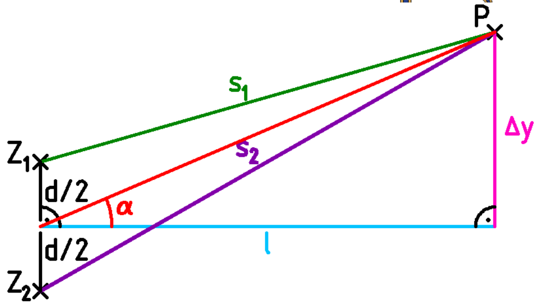
Das Bild zeigt die Momentaufnahme zweier Wellen. Die beiden gleichphasig schwingenden Wellenzentren sind mit Kreuzen markiert. Die durchgezogenen Kreise zeigen jeweils momentane Wellenberge, die gestrichelten Kreise zeigen jeweils momentane Wellentäler. An den Schnittpunkten der verschiedenen Kreise erkennt man Maxima und Minima.

a) Markiere mit zwei verschiedenen Farben so viele Maxima und Minima wie möglich.



b) Zeichne die Ortskurven der Maxima und Minima ein. Beschrifte die Ortskurven der Maxima mit ihrer Ordnung.

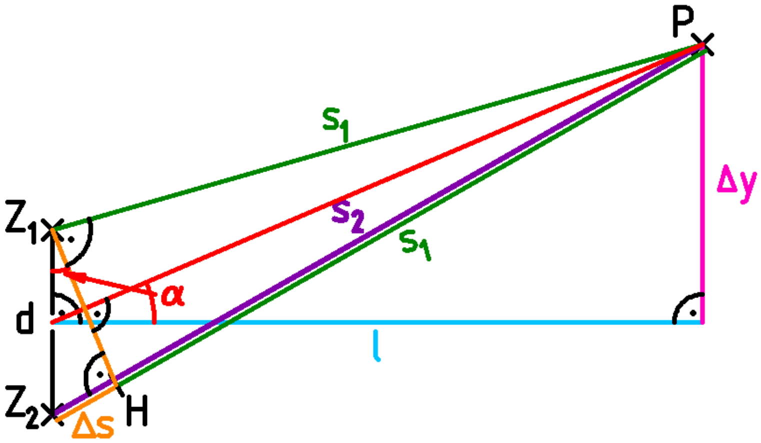
13.2 Näherungsformeln



Näherungsformeln gibt es nur für die rechts dargestellte spezielle Situation. Zwei Wellenzentren im Abstand d und ein Schirm parallel zu d im Abstand l. Als Parameter zur Angabe des Punktes P benutzt man entweder den Winkel α oder das eingezeichnete Δy.

Näherung 1: P weit weg von den Wellenzentren

Wir übertragen die Strecke s_1 nach unten und erhalten das gleichschenklige Dreieck HPZ_1 mit gleich großen Basiswinkeln. Wegen des großen Abstands von P zu den Wellenzentren sind die Basiswinkel ungefähr 90°.



Deshalb ist das Dreieck HZ_1Z_2 auch rechtwinklig. In diesem Dreieck taucht auch der Winkel α auf. In diesem Dreieck gilt dann:

$\sin\alpha = \frac{\Delta s}{d}$ also ist:

$$\boxed{\Delta s = d \cdot \sin\alpha}$$

Wenn P weit weg von den Wellenzentren ist

Näherung 2: KLeinwinkelnäherung; zusätzlich kleine Winkel α

Wenn der Winkel α kleiner als 10° ist, dann ist der Sinus ungefähr gleich dem Tangens, und damit gilt:

$$\Delta s = d \cdot \sin\alpha = d \cdot \tan\alpha = d \cdot \frac{\Delta y}{l}$$

$$\boxed{\Delta s = d \cdot \tan\alpha = d \cdot \frac{\Delta y}{l}}$$

Wenn P weit weg von den Wellenzentren und α sehr klein

Obwohl die Näherungsformel $\Delta s = d \cdot \sin\alpha$ nur weit weg von den Wellenzentren gilt lässt sie sich doch benutzen, um ganz grundsätzliche Aussagen abzuleiten. Man kann ja in Gedanken immer weit von den Zentren weg gehen.

Wann gibt es überhaupt Maxima?

Damit es überhaupt ein Maximum gibt, muss der Laufwegunterschied mindestens so groß wie die Wellenlänge sein. Also muss gelten:

$$\Delta s \geqslant \lambda$$
$$d \cdot \sin\alpha \geqslant \lambda$$

Weil der Sinus höchstens 1 sein kann muss gelten:

$$d \geqslant \lambda$$

Der Abstand der Wellenzentren muss also mindestens so groß wie die Wellenlänge sein, damit es außer dem Hauptmaximum überhaupt noch Maxima geben kann. Wenn jedoch der Abstand der Wellenzentren zu groß ist, dann wird wegen

$$k \cdot \lambda = \Delta s = d \cdot \sin\alpha \rightarrow \sin\alpha = \frac{k \cdot \lambda}{d}$$

der Sinus von α und damit der Winkel selbst so klein, dass man nicht mehr vernünftig messen kann. Manchmal wird als Faustregel benutzt, dass der Abstand der Wellenzentren noch in der Größenordnung (Zehnerpotenz) der Wellenlänge liegen sollt.

➔ Der Abstand der Wellenzentren muss für Interferenzversuche größer als die Wellenlänge sein, er darf aber nicht zu groß sein, weil sonst die Maxima zu eng beieinander liegen.

Wie viele Maxima gibt es?

$$\Delta s = k \cdot \lambda$$
$$d \cdot \sin\alpha = k \cdot \lambda$$

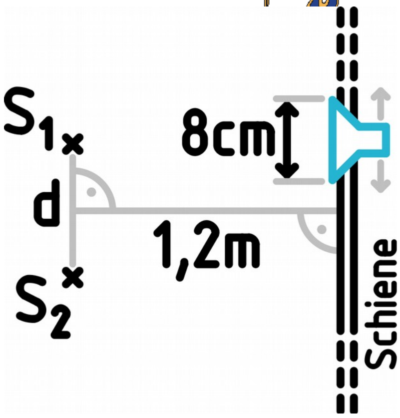
$$k = \frac{d \cdot \sin\alpha}{\lambda}$$

Der Sinus ist kleiner gleich 1, also ist

$$k \leqslant \frac{d}{\lambda}$$

Auf diese Weise findet man die maximal auftretende Ordnung. Für die Anzahl der Maxima auf einer Seite der Wellenzentren nimmt man das mal zwei (links und rechts) und noch plus eins (Nullter Ordnung).

Aufgabe 13.259: Abstand der Wellenzentren



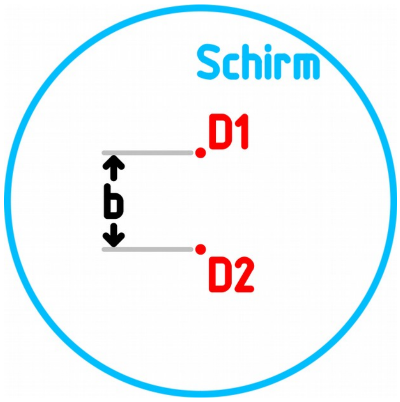
Mit zwei gleichphasig schwingenden Mikrowellensendern, deren Strahlung eine Wellenlänge von 0,5 cm hat, soll ein Interferenzmuster erzeugt werden. Der Empfänger steht auf einer geraden Schiene 1,2 m hinter den Sendern und hat einen relativ großen Trichterförmigen Einlass mit einem Durchmesser von 8,0 cm.

a) Wie groß muss der Abstand der beiden Sender mindestens sein, damit man überhaupt ein Interferenzmuster erzeugt?

b) Damit man im Experiment das Maximum 1. Ordnung vom Hauptmaximum trennen kann, müssen die beiden mindestens einen Abstand von 8,0 cm haben. Wie groß darf der Abstand der beiden Sender höchstens sein, damit man sinnvoll messen kann?

c) Wie viele voneinander getrennte Maxima kann man mit dem in b) ermittelten Abstand der Sender dann auf der Seite des Empfängers feststellen?

Aufgabe 13.260:



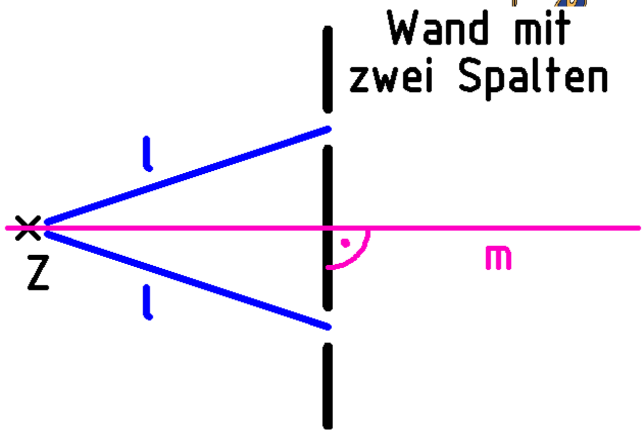
Zwei gleichphasig schwingende Dipole befinden sich im Abstand b = 8,0 cm und emittieren elektromagnetische Wellen mit λ = 2,0 cm.

Um die beiden Dipole herum befindet sich ein kreisförmiger Schirm auf dem Interferenzminima und -maxima festgestellt werden können.

a) Wie viele Minima lassen sich auf dem kreisförmigen Schirm registrieren?

b) Wie viele Maxima lassen sich auf dem kreisförmigen Schirm registrieren?

Erzeugung gleichphasiger Wellenzentren



Platziert man ein Wellenzentrum auf der Mittelsenkrechten zweier Spalte, dann ist das Zentrum von beiden Spalten gleich weit entfernt und die beiden Spalte schwingen gleichphasig. Im Raum rechts hinter den Spalten kann man dann die beiden entstandenen Wellen zur Interferenz bringen. Bei Verwendung eines Gitters mit vielen Spalten gilt unsere Formel mit dem Abstand zweier benachbarter Spalte, der Gitterkonstante.

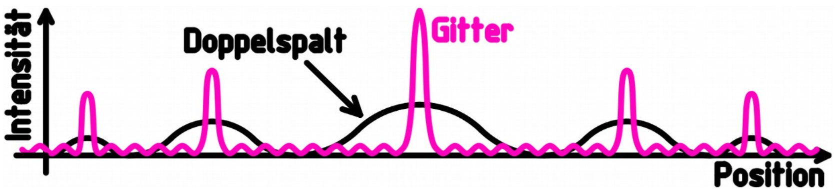
Die Verwendung eines Gitters mit vielen Spalten hat den Vorteil, dass sich die hohe Intensität auf einen viel engeren Bereich um die Maxima konzentriert. Wegen der Energieerhaltung muss in diesem engen Bereich dann die Intensität im Vergleich zum Doppelspalt auch viel größer sein.

Gittervorteile:

1) Die Maxima sind enger; also schärfer - nicht so verschmiert

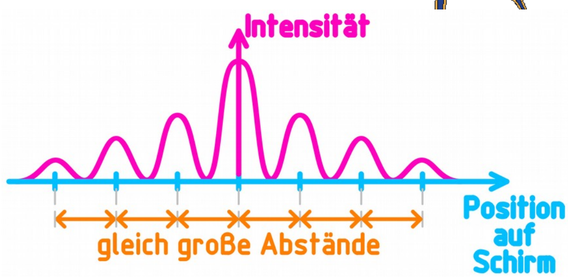
2) Die Maxima haben in ihrem engen Bereich eine höhere Intensität

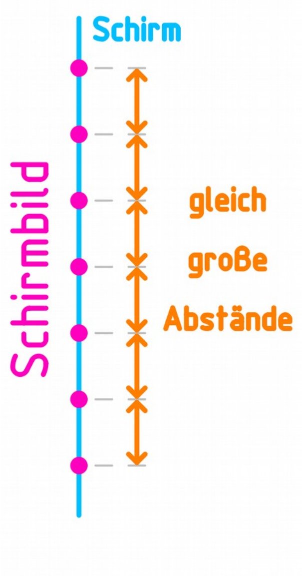
Zwischen den großen Maxima treten beim Gitter kleine Nebenmaxima auf, die aber wenigstens uns beim Messen gar nicht auffallen.



Äquidistante Maxima

In der Kleinwinkelnäherung ergibt sich für die Lage der Maxima:





$$k \cdot \lambda = \Delta s = d \cdot \frac{\Delta y}{l}$$

$$\Delta y = \frac{k \cdot \lambda \cdot l}{d} = \frac{\lambda \cdot l}{d} \cdot k$$

Also ist Δy direkt proportional zur Ordnung des Maximums k, mit Proportionalitätskonstante (λ·l)/d .

Deshalb ist zwischen zwei benachbarten Maxima immer derselbe Abstand. Das gilt allerdings nur, solange die Winkel der Maxima klein sind.

☠ Solange die Kleinwinkelnäherung gilt

➔ sind die Maxima äquidistant.

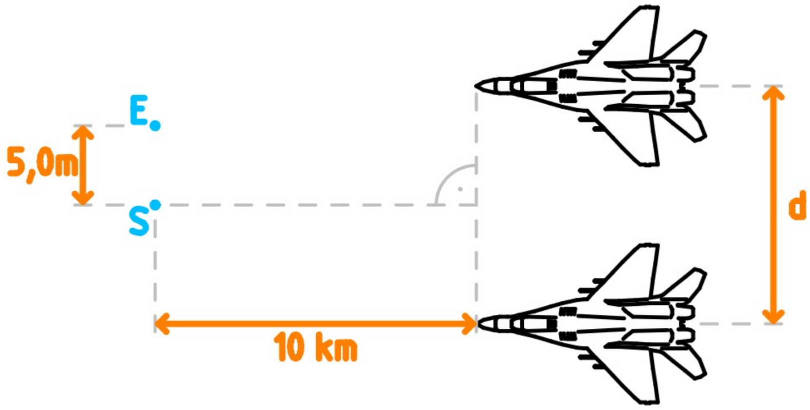
Aufgabe 13.261: Zu den Näherungsformeln, oder?

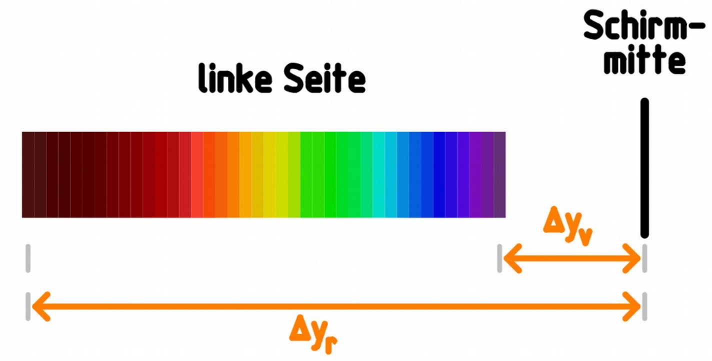
a) Laserlicht unbekannter Wellenlänge wird an einem Gitter mit 20 Strichen pro mm gebeugt. Die beiden Maxima 3. Ordnung haben auf dem Schirm, der sich 2,0 m hinter dem Gitter befindet einen Abstand von 9,6 cm. Berechne die Wellenlänge des Laserlichts. Welche Farbe hat das Licht?

b) Mit Hilfe eines Gitters soll die Wellennatur von Röntgenstrahlung nachgewiesen werden. Der Schirm steht 50 cm hinter dem Gitter und die Wellenlänge der Röntgenstrahlung schätzen wir auf 10 pm. Das Schirmbild wird mit einem Mikroskop betrachtet. Damit man zwei Maxima getrennt voneinander wahrnehmen kann, müssen sie einen Abstand von mindestens 1,0 µm haben. Welche Größe muss die Gitterkonstante dazu haben?

c) Rotes Laserlicht der Wellenlänge 680 nm wird an einem Gitter mit 250 Strichen pro mm gebeugt. Wie nahe muss man den Schirm der Breite 60 cm an das Gitter stellen, wenn man die Maxima bis zur 4. Ordnung auf dem Schirm beobachten will?

d) Sender und Empfänger einer Radarstation, die mit Mikrowellen der Wellenlänge λ = 3,0 cm arbeitet, befinden sich in einem Abstand von 5,0 m voneinander. Bestimme den kleinsten Abstand d der beiden Jets in einer Entfernung von 10 km von der Radarstation, damit am Ort des Empfängers ein Minimum ist, die Jets also unsichtbar sind?





e) sichtbares Licht hat eine Wellenlänge im Bereich von 390 nm (violett) bis 780 nm (rot). Das weiße Licht einer Glühbirne wird an einem Gitter mit 50 Strichen pro mm gebeugt. Der Schirm steht 2,5 m hinter dem Gitter. Auf beiden Seiten der Schirmmitte erscheinen Spektren verschiedener Ordnung. Im Bild sichtbar ist das Spektrum 1. Ordnung auf der linken Seite des Schirms.

i) Weshalb ist das Maximum in der Schirmmitte weiß?

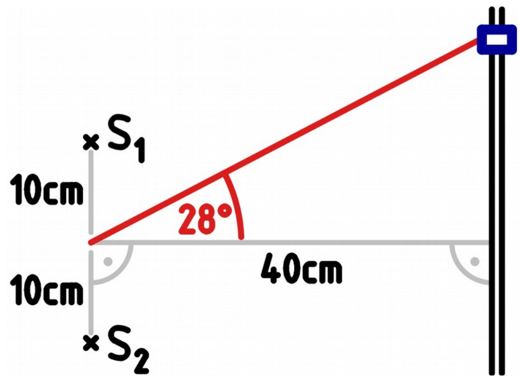
ii) Weshalb wird das rote Licht stärker gebeugt als das violette?

iii) Zeige, dass sich die Spektren 1. und 2. Ordnung nicht überlagern.

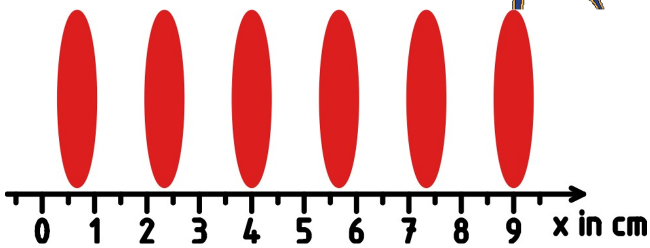
iv) Zeige, dass sich die Spektren 2. und 3. Ordnung schon überlagern.

f) Zwei gleichphasig schwingende Sender befinden sich in einem Abstand von 20cm. 40cm hinter den Sendern befindet sich ein auf einer Schiene verschiebbarer Detektor, der unter einem Winkel von 28° das Maximum erster Ordnung registriert.

Bestimme die Wellenlänge mit der die beiden Sender arbeiten.

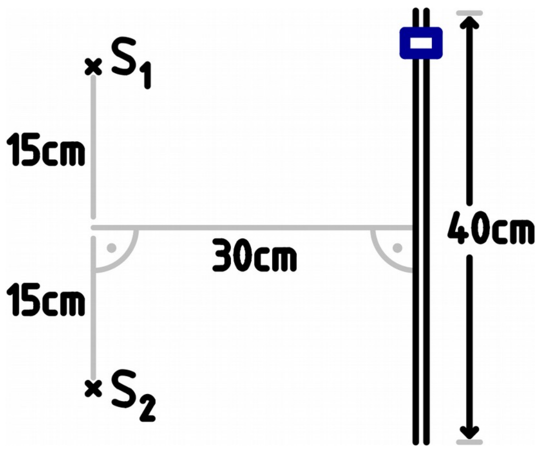


g) Ein Doppelspalt mit einem Abstand der Spaltmitten von 0,2 mm wird mit dem Licht eines roten Lasers beleuchtet. 5,0 m hinter dem Doppelspalt steht ein Schirm, auf dem das im Bild gezeigte Interferenzmuster entsteht.



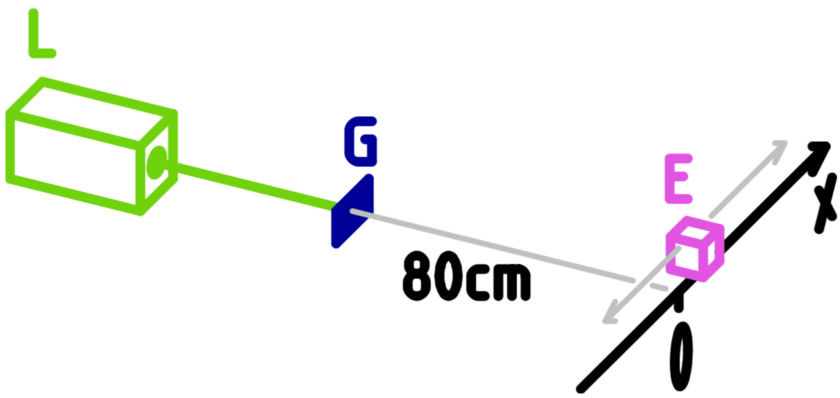
Bestimme die Wellenlänge des Lasers.

h) Zwei gleichphasig schwingende Mikrowellensender S1 und S2 befinden sich in einem Abstand von 30cm und strahlen Mikrowellen der Wellenänge 7,5cm ab. Auf einer 40cm langen Schiene in einem Abstand von 30cm von den Sendern (siehe Planfigur) befindet sich ein auf der Schiene verschiebbarer Empfänger. Dabei ist die Mitte der Schiene an der Mittelsenkrechten der beiden Sender ausgerichtet.



Berechne, wie viele Maxima bei dieser Anordnung mit dem Empfänger festgestellt werden können.

i) Mit einem Laser L der Wellenlänge 500 nm wird ein Gitter G mit 50 Strichen pro mm beleuchtet. Ein Empfänger E ist auf der x-Achse 80 cm hinter dem Gitter verschiebbar und registriert die Intensität des auftreffenden Lichts.



Die Anordnung wird so ausgerichtet, dass das Hauptmaximum bei x = 0 erscheint und die x-Achse parallel zur Gitterebene ist.

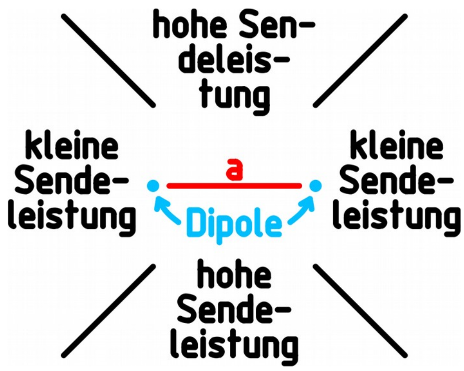
Bestimme die x-Koordinaten der Maxima 1. Ordnung.

Skizziere für $-5cm \le x \le 5$ cm den Verlauf der vom Empfänger gemessenen Intensität in Abhängigkeit von x in einem x-I-Diagramm. Dabei soll die x-Achse skaliert werden, die Intensitäts-Achse jedoch nicht.

k) Das Licht eines Lasers wird mit einem Gitter mit 100 Strichen pro mm gebeugt. Auf einem Schirm 0,20 m hinter dem Gitter sind eine Reihe von Maxima sichtbar. Benachbarte Maxima haben dabei einen Abstand von 0,8 cm. Bestimme die Wellenlänge des Laserlichts.

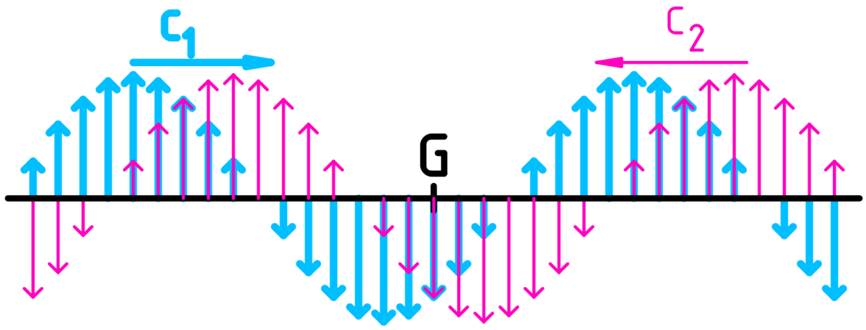
Aufgabe 13.262: Richtwirkung von Dipol-Paaren

Zwei Sendeantennen können in eine bestimmte Richtung bei richtiger Anordnung weit mehr als die doppelte Sendeleistung einer einzelnen bringen.



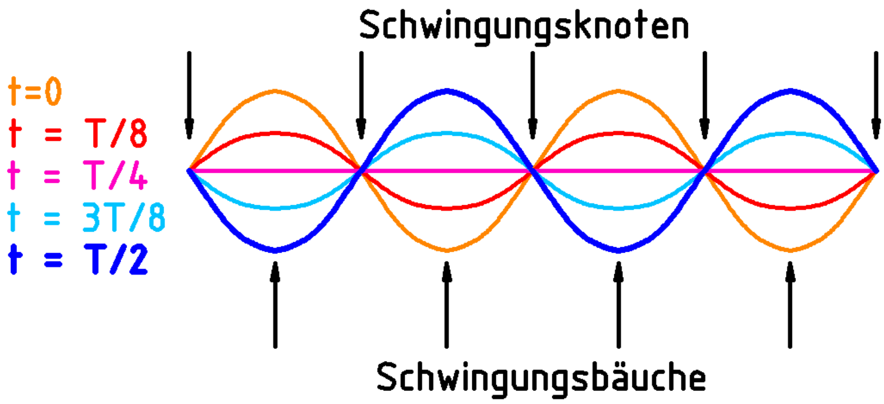
In welchem Abstand a muss man die beiden Dipole aufstellen, um die im Bild dargestellte Forderung zu erfüllen? (Energieerhaltung beachten, weniger links und rechts heißt automatisch mehr oben und unten)

13.3 Stehende Wellen



Eine stehende Welle entsteht immer dann, wenn zwei Wellen gleicher Wellenlänge entlang einer Gerade gegeneinander laufen. Da sich die Phasenlage (Laufweg) der beiden Wellen entlang der Gerade kontinuierlich ändert gibt es irgendwo auf der Gerade einen Punkt G, in dem die beiden Wellen gleichphasig schwingen also ein Maximum.

Geht man von diesem Punkt aus um $\lambda/4$ nach rechts wird der eine Laufweg um $\lambda/4$ länger und der andere um $\lambda/4$ kürzer, der Laufwegunterschied ändert sich also um $\lambda/2$, was zu einem Minimum führt. Eine Bewegung nach links oder rechts um $\lambda/4$ erzeugt also eine Veränderung des Laufwegunterschieds um $\lambda/2$.

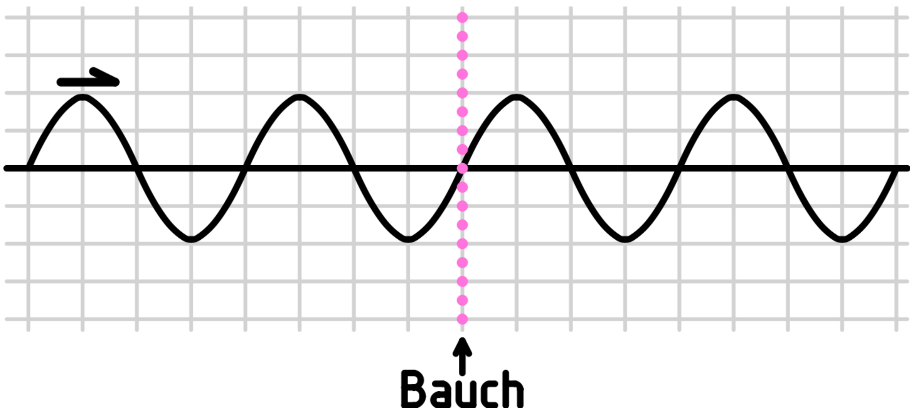


Man erhält deshalb auf der Gerade abwechselnd Maxima und Minima jeweils im Abstand $\lambda/4$. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Maxima beträgt $\lambda/2$. Die Minima befinden sich genau in der Mitte zwischen zwei Maxima. Die Minima nennt man Schwingungsknoten, die Maxima nennt man Schwingungsbäuche.

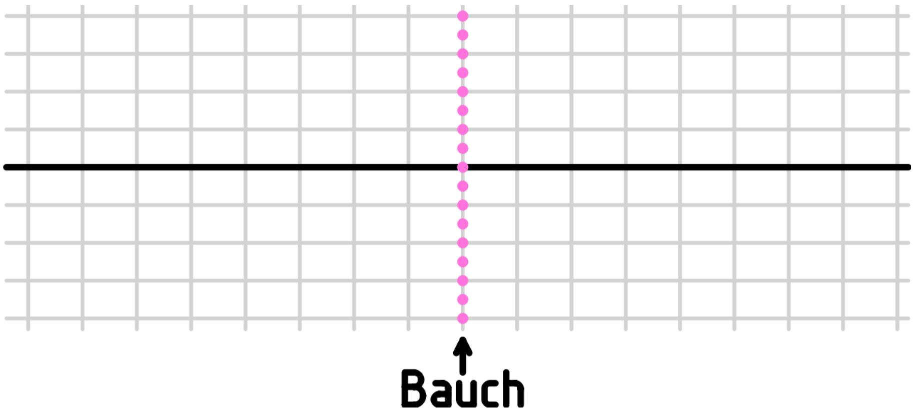
Aufgabe 13.263:

Das Bild zeigt die Momentaufnahme einer nach rechts laufenden Welle zum Zeitpunkt t = 0. Diese interferiert mit einer nach links laufenden Welle so, dass an der markierten Stelle ein Schwingungsbauch entsteht. Beachte, dass die beiden Wellen am Punkt eines Schwingungsbauches gleichphasig schwingen müssen.

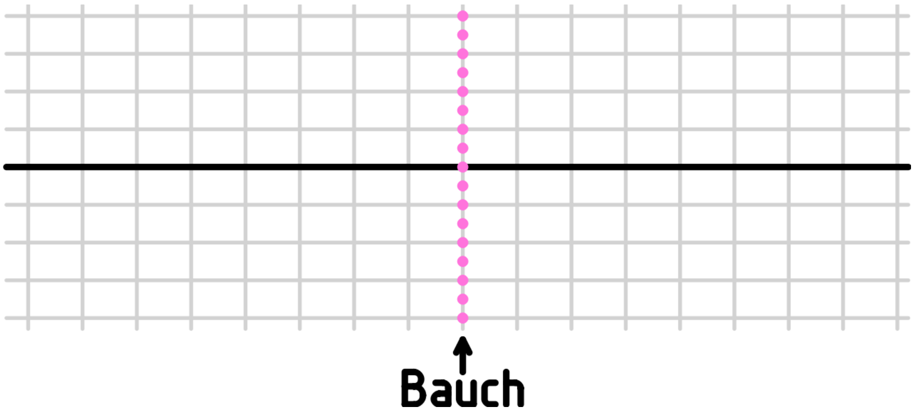
a) Zeichne in dasselbe Bild die Momentaufnahme der nach links laufenden Welle zum selben Zeitpunkt. Zeichne auch das Erscheinungsbild der resultierenden Welle ein.



b) Zeichne in das Bild rechts die beiden interferierenden Wellen und die resultierende Welle zum späteren Zeitpunkt t = T/4.



c) Wie b) für den Zeitpunkt t = 3/4 T.

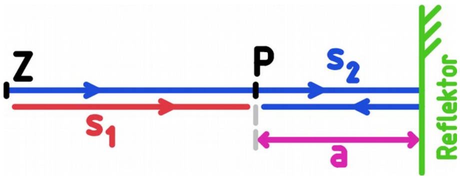


13.4 Stehende Welle durch Reflexion

Berechnung mit Laufwegunterschied:

Die eine Welle läuft direkt von Z zum Punkt P. Die reflektierte Welle muss weiter laufen. Die Länge der Strecke, die sie weiter läuft ist der Laufwegunterschied.

Die reflektierte Welle läuft die Strecke a über den Punkt P hinaus und anschließend wieder die Strecke a zurück. Zusätzlich muss man noch die Laufwegkorrektur bei Reflexion am festen Ende berücksichtigen. Damit erhält man für den Laufwegunterschied:



$$\Delta s = 2 \cdot a + \frac{\lambda}{2}$$

Schwingungsbäuche (Maxima):

$$\Delta s = k \cdot \lambda$$

$$2 \cdot a + \frac{\lambda}{2} = k \cdot \lambda \rightarrow \underline{\underline{a = k \cdot \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4}}} \quad \leftarrow \text{Schwingungsbäuche}$$

Der Punkt für k = 0 befindet sich hinter den Reflektor, macht also hier keinen Sinn, weshalb man bei k = 1 beginnt. Schwingungsknoten (Minima) erhält man für:

$$2 \cdot a + \frac{\lambda}{2} = \frac{(2k+1) \cdot \lambda}{2} \rightarrow \underline{\underline{a = k \cdot \frac{\lambda}{2}}} \quad \leftarrow \text{Schwingungsknoten}$$

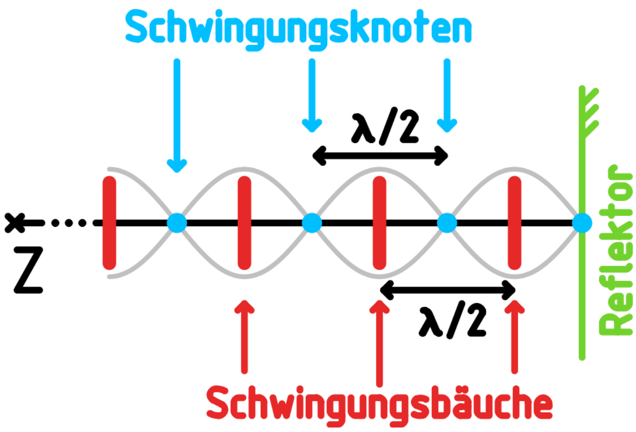
Der Punkt für k = 0 befindet sich direkt am Reflektor. Wir setzen die ersten Paar Werte für k ein und erhalten

Knoten bei k = 0; 1; 2; 3; 4; ... also bei

$$a = 0 \; ; \; \frac{\lambda}{2} \; ; \; \lambda \; ; \; \frac{3}{2} \cdot \lambda \; ; \; 2 \cdot \lambda \; ; \ldots$$

Bäuche bei k = 1; 2; 3; ... also bei

$$a = \frac{\lambda}{4} \; ; \; \frac{3}{4} \cdot \lambda \; ; \; \frac{5}{4} \cdot \lambda \; ; \ldots$$

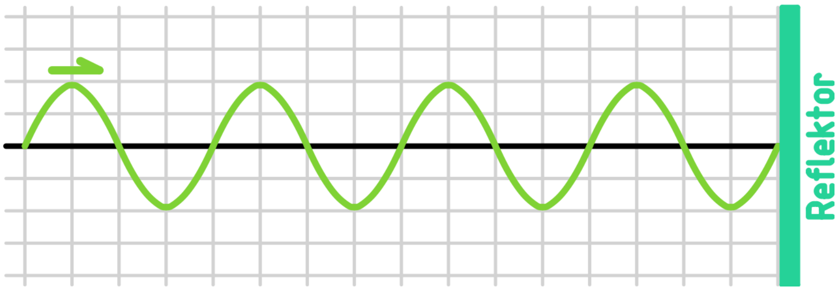


Es entsteht also ein Schwingungsknoten direkt am Reflektor und anschießend jeweils im Abstand λ/4 abwechselnd Bäuche und Knoten.

Aufgabe 13.264:

Das Bild zeigt die zum Reflektor hin laufende Welle zum Zeitpunkt t = 0 .
Beachte dass am festen Ende ein Wellenberg als Tal reflektiert wird.

a) Zeichne die reflektierte Welle und das Erscheinungsbild der resultierenden Welle zum selben Zeitpunkt in das selbe Bild.



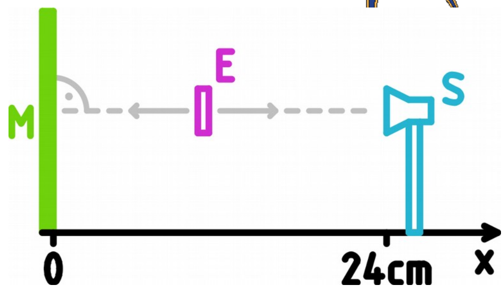
b) Zeichne die drei Wellen zum Zeitpunkt t = T/4.

c) Zeichne die drei Wellen zum Zeitpunkt t = T/2.

d) Zeichne die drei Wellen zum Zeitpunkt t = 3/4 T und markiere in dem entstandenen Bild Schwingungsknoten und -bäuche.

e) Angenommen ein Beobachter steht irgendwo auf der Gerade und weiß nichts von unserem Experiment, kann aber elektromagnetische Wellen mit einem Messgerät nachweisen. Welche der drei Wellen kann dieser Beobachter messen?

Aufgabe 13.265:



Ein Mikrowellensender S steht 24 cm weit entfernt von einer Metallplatte M und sendet Strahlung mit einer Wellenlänge von 8,0 cm aus. Auf der Lotstrecke zwischen Sender und Metallplatte wird ein Empfänger E bewegt, der die Intensität I der Mikrowellenstrahlung messen kann.

a) Skizziere ein x-I-Diagramm für $0 \leq x \leq 8\text{cm}$ mit skalierter x-Achse, das die vom Empfänger gemessene Intensität I in Abhängigkeit von x zeigt. Die I-Achse soll nicht skaliert werden.

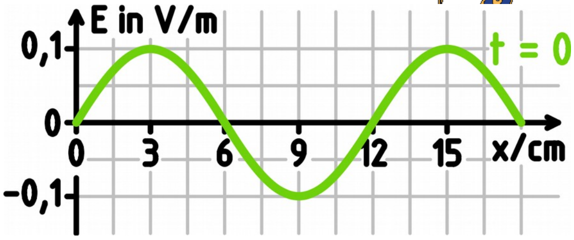
b) Erkläre, weshalb die Minima mit zunehmendem Abstand von der Metallplatte immer schlechter ausgeprägt sind, die Intensität bei den Minima mit zunehmendem Abstand von der Metallplatte also immer größer wird.

Nun stellen wir den Empfänger E auf die x-Koordinate eines Schwingungsknotens und lassen ihn da stehen.

c) Wie ändert sich die Empfangsintensität, wenn man den Sender um 2,0 cm nach rechts verschiebt? Wie ändert sich die Empfangsintensität, wenn man die Metallplatte um 2,0 cm nach links verschiebt?

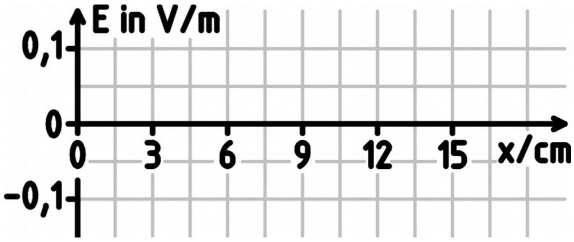
Aufgabe 13.266:

Entlang der x-Achse laufen zwei Wellen in entgegengesetzte Richtung und erzeugen eine stehende Welle. Das Bild zeigt den momentanen Zustand der elektrischen Feldstärke dieser stehenden Welle entlang der x-Achse zum Zeitpunkt $t = 0$, wenn die Schwingungsbäuche maximale Auslenkung besitzen.



a) Zeichne in dasselbe Bild den Zustand der elektrischen Feldstärke der stehenden Welle für die Zeitpunkte $t = \frac{1}{8}T$ (<- ungefähr) und $t = \frac{1}{4}T$ (<- genau).

b) Zeichne in das nächste Bild den Zustand der elektrischen Feldstärke der stehenden Welle für die Zeitpunkte $t = \frac{3}{8}T$ (<- ungefähr) und $t = \frac{1}{2}T$ (<- genau).



c) Bei $x = 3{,}0$ cm befindet sich ein Schwingungsbauch. Gib die x-Koordinaten aller Punkte mit $0 \leq x \leq 18{,}0$ cm an, bei denen der elektrische Feldvektor der stehenden Welle gleichphasig mit diesem Schwingungsbauch schwingt.

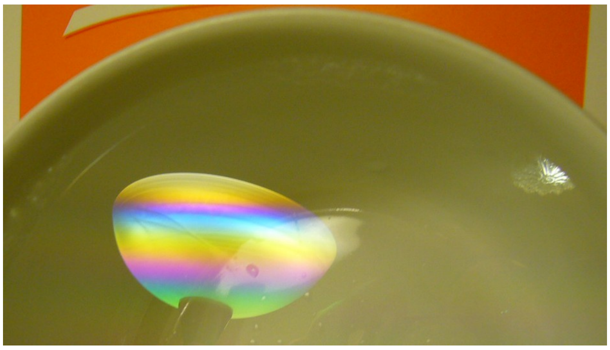
d) Obwohl die elektrischen Feldvektoren an den Punkten aus c) gleichphasig schwingen, sind die Punkte nicht alle gleichwertig. Worin unterscheiden sich die meisten?

e) Zeichne in einem skalierten t-E-Diagramm den zeitlichen Verlauf der elektrischen Feldstärke dieser Welle bei $x = 3{,}0$ cm.

13.5 Interferenz an dünnen Schichten

Typische Beispiele für dünne Schichten sind die Seifenhaut (Seifenblase) oder der Luftspalt zwischen aufeinander liegenden Gläsern. Das Licht wird an beiden Grenzschichten der dünnen Schicht reflektiert wodurch zwei unterschiedlich lange Laufwege entstehen. Den Laufwegunterschied Δs können wir in unsere Bedingungen für Verstärkung oder Auslöschung einsetzen.

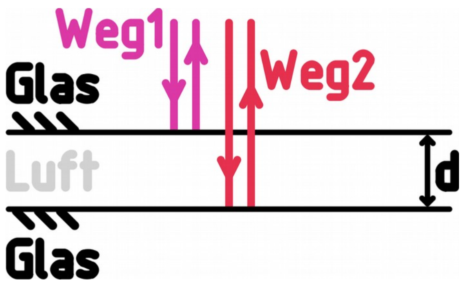
Das Bild zeigt die Reflexion einer Lampe an einer - auf eine kleine Schüssel gezogenen - Seifenhaut. Durch die Schwerkraft dünnt die Seifenhaut oben aus und wird nach unten dicker. Die Farben - von oben nach unten gelb, orange, rot, violett, blau, grün - entstehen subtraktiv durch Auslöschung von violett, blau, grün, gelb, orange, rot in dieser Reihenfolge.



Obwohl es viele Effekte gibt, in denen der Betrachtungswinkel eine entscheidende Rolle spielt beschränken wir uns der Einfachheit halber bei rechnerischen Untersuchungen auf senkrecht auf die Grenzflächen einfallende Lichtstrahlen.

<u>Beispiel 1: Sehr dünne Schicht</u>

Sehr dünn soll hier bedeuten, dass die Dicke der Platte klein ist im Vergleich zur Wellenlänge des Lichts, ein typisches Beispiel ist der Luftspalt zwischen zwei aufeinander liegenden Gläsern.



Die Welle, die an der Rückseite der Luftschicht reflektiert wird (Weg2) hat einen zusätzlichen Laufweg von $\lambda/2$ (Reflexion am festen Ende). Der zusätzliche Laufweg von 2d ist vernachlässigbar, weil die Dicke d im Vergleich zur Wellenlänge klein ist.

Der Laufwegunterschied der beiden reflektierten Wellen ist also unabhängig von der Wellenlänge immer ungefähr $\lambda/2$ (<- das stimmt auch bei einer sehr dünnen Seifenhaut; überlege). Das bedeutet, dass sich die beiden reflektierten Wellen gegenseitig auslöschen, daß also kein Licht reflektiert wird. Die dünne Schicht erscheint in Reflexion schwarz. Da gar kein Licht reflektiert wird, geht das ganze Licht durch die dünne Schicht durch (<- Energieerhaltung).

Optische Dichte

In einem Medium bewegt sich das Licht nicht mit der bekannten Vakuumlichtgeschwindigkeit c sondern langsamer.

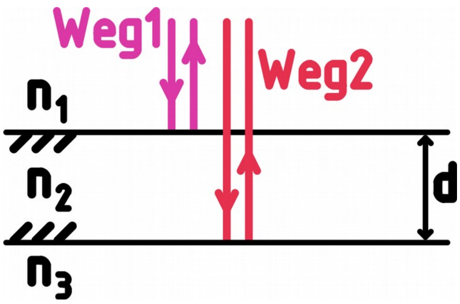
$$\boxed{c' = \frac{c}{n}}$$

Mit der Brechzahl n (Zahlenwerte siehe Formelsammlung). Eine Reflexion am optisch dichteren Medium (größeres n) entspricht einer Reflexion am festen Ende, eine Reflexion am optisch dünneren Medium entspricht einer Reflexion am offenen Ende.

Laufweg im Medium

Wenn Licht in ein Medium eindringt, verringert sich seine Ausbreitungsgeschwindigkeit. Da die Frequenz sich nicht ändert, muss die Wellenlänge im Medium kleiner werden, was sich auf die Phasenlage der Welle in Abhängigkeit vom Laufweg auswirkt. Der Laufweg im Medium muss deshalb mit dem Faktor n korrigiert werden.

Beispiel 2: Nicht ganz so dünne Schicht



a) $\underline{n_1 < n_2 < n_3} \;\Rightarrow\; \Delta s = 2 \cdot n_2 \cdot d$

b) $\underline{n_1 < n_3 < n_2} \;\Rightarrow\; \Delta s = 2 \cdot n_2 \cdot d - \frac{\lambda}{2}$

Damit erhält man Verstärkung oder Auslöschung nur für ganz bestimmte Wellenlängen.

Aufgabe 13.267: Seifenhaut

Eine vertikal hängende Seifenhaut, die von unten nach oben hin immer dünner wird (Schwerkraft), wird mit weißem Licht (kontinuierliches Spektrum, alle Wellenlängen) bestrahlt. Die Brechzahl der Seifenhaut ist n = 1,25. Wir gehen von senkrechtem Lichteinfall aus. Auf der Seifenhaut erscheint ein Spektrum. Von unten nach oben die Farben grün, blau, violett, rot, orange, gelb, weiß. Der oberste Teil der Seifenhaut erscheint schwarz. Die Farben entstehen subtraktiv durch Auslöschung der Komplementärfarben rot (700 nm), orange (600 nm), gelb (580 nm), grün (540 nm), blau (450 nm) und violett (400 nm).

a) Erkläre, weshalb der oberste Teil der Seifenhaut kein Licht reflektiert.

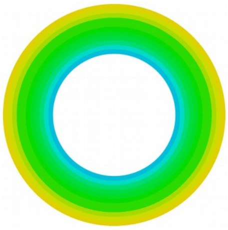
b) Begründe das die dünnste Seifenhautschicht zur selektiven Auslöschung einer bestimmten Wellenlänge λ eine Dicke von $d = 0{,}4 \cdot \lambda$ hat.

c) Erkläre, weshalb die Farben genau in dieser Reihenfolge von oben nach unten auftreten.

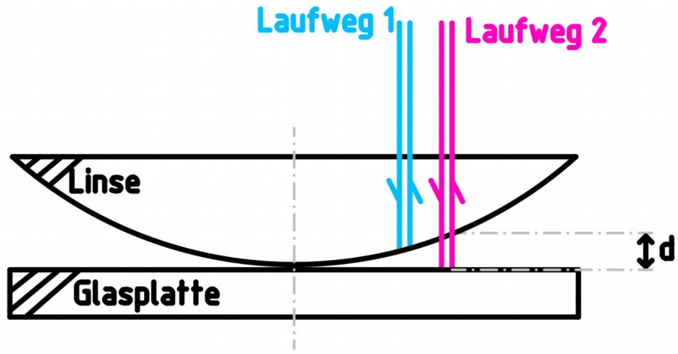
d) Gib die Dicke der Seifenhaut am oberen (gelb) und am unteren Ende (grün) des erscheinenden Farbspektrums an.

e) Erkläre das Zustandekommen der weißen Schicht zwischen der gelben und der schwarzen.

Aufgabe 13.268: Newtonsche Ringe



Blickt man von oben auf eine Linse, die auf einer Glasplatte liegt, und von oben mit weißem Licht beleuchtet wird, erscheinen Farbige Ringe auf der Linse. Die Farben entstehen hauptsächlich subtraktiv durch Auslöschung der Komplementärfarbe.



Der relevante Laufwegunterschied kommt durch den Luftspalt zwischen Linse und Glasplatte zustande, der an verschiedenen Stellen eine unterschiedliche Dicke d hat. Die beiden Laufwege im Bild sollten an derselben Stelle, also übereinander liegen, das kann ich aber nicht zeichnen. Die Brechung an der unteren Grenzschicht der Linse ist bei diesem Effekt vernachlässigbar. Die Lichtstrahlen verlaufen an jeder Stelle so gut wie vertikal. Das klingt nur deshalb unglaubwürdig, weil die Krümmung der Linse im Bild extrem übertrieben gezeichnet ist.

a) Begründe, dass für den effektiven Laufwegunterschied gilt: $\Delta s = 2 \cdot d + \frac{\lambda}{2}$

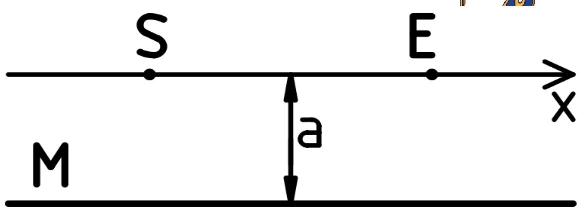
b) Erkläre, weshalb der Bereich um den Mittelpunkt der Linse dunkel (schwarz) erscheint.

c) Für welchen kleinsten Wert von $d > 0$ kommt es für das violette Licht (λ = 400 nm) zum ersten mal zu Auslöschung? Welche Farbe hat dieser Ring?

d) Für welchen kleinsten Wert von $d > 0$ kommt es für das rote Licht (λ = 700 nm) zum ersten mal zu Auslöschung? Welche Farbe hat dieser Ring?

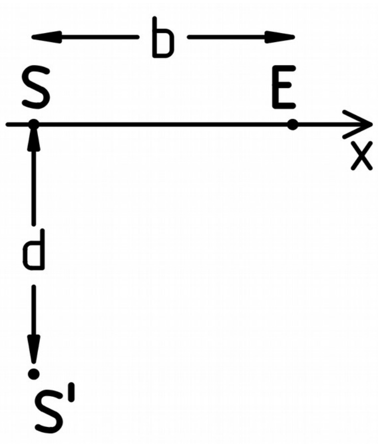
e) Berechne die Radien der beiden Ringe aus c) und d) wenn die Linse einen Krümmungsradius von 4,0 m hat.

Aufgabe 13.269: Link-Ebene Lehrplan; Interferenz Dipolstrahlung



Auf der x-Achse liegen die Mittelpunkte eines Sendedipols S und eines darauf abgestimmten Empfangsdipols E. Sender und Empfänger sind parallel zueinander und stehen senkrecht auf der Zeichenebene. Die ausgesandte elektromagnetische Strahlung hat die Wellenlänge $\lambda = 2{,}75$ cm. Eine Metallplatte M wird parallel zu Sender und Empfänger im Abstand a von der x-Achse angeordnet (vgl. Abb.).

a) Wird der Empfänger E in x-Richtung verschoben, beobachtet man, dass die von E nachgewiesene Intensität zwischen minimalen und maximalen Werten variiert. Erklären Sie an Hand einer beschrifteten Skizze (ohne Rechnung!) das Zustandekommen dieser Erscheinung.



Die unter a) beschriebene Erscheinung würde ähnlich beobachtet werden, wenn anstelle der Platte M ein zweiter zu S paralleler und gleichphasig erregter Sendedipol S' im Abstand d vorhanden wäre.

b) Befindet sich der Empfänger E in der Entfernung b=145cm vom Sender S und besitzt der Abstand von S zu S' den Wert d=20cm, so registriert E ein Minimum. Begründen Sie dies rechnerisch.

c) Berechnen Sie die Sendefrequenz f.

13.6 Abi

Aufgabe 13.270: Abi 1999

Mit einer Quecksilberdampflampe soll ein Gitterspektrum erzeugt werden. Die Lampe erzeugt intensive, sichtbare Spetrallinien im Wellenlängenberich von 405nm bis 579nm. Der Abstand des Schirms vom Gitter beträgt 2,00m. Das Gitter hat 100 Spalte pro Millimeter.

a) Wie breit muss der Schirm mindestens sein, damit er die beiden sichtbaren Spektren 1. Ordnung vollständig erfasst?

b) Zeigen Sie, dass es zu einer Überlappung der sichtbaren Gitterspektren der 3. und 4. Ordnung kommt.

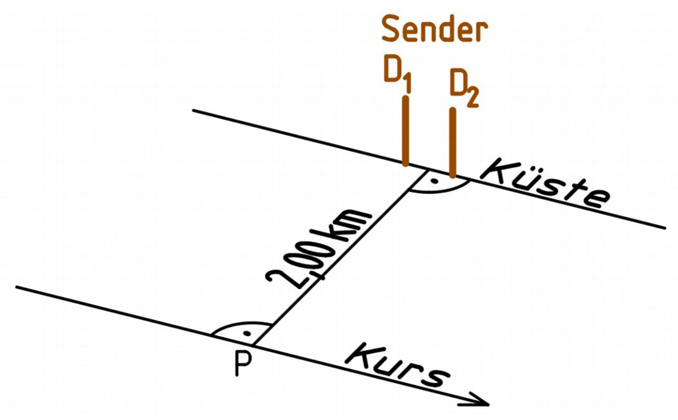
c) Begründe, dass sich die Überlappung auch durch die Verwendung eines feineren Gitters nicht beseitigen lässt.

Aufgabe 13.271: Abi 2000

Die Antennenanlage eines UKW-Senders besteht aus zwei gleich langen, vertikalen Dipolen D1 und D2; die Verbindungsgerade ihrer Mittelpunkte verläuft horizontal. Die Dipole schwingen gleichphasig mit der Frequenz 100 MHz, ihr Abstand beträgt 3,75m.

a) Wie lang muss jeder Sendedipol sein, damit er mit maximaler Amplitude schwingt? Geben Sie zwei möglichst kurze Dipollängen an.

Das Sendesignal soll von einem Schiff empfangen werden, das einen Kurs parallel zur Verbindungsgeraden im Abstand 2,00km hält. Vom Empfangsmaximum nullter Ordnung P aus fährt das Schiff in der eingezeichneten Richtung weiter.



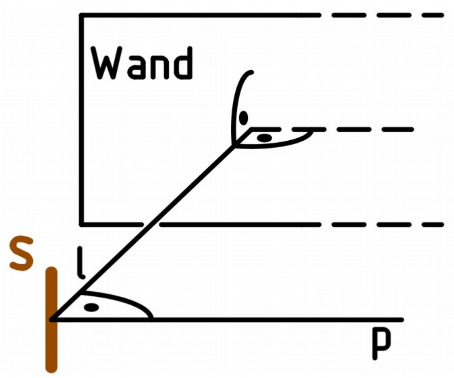
b) In welcher Entfernung von P tritt erstmals minimaler Empfang auf?

c) Begründen Sie, warum die Empfangsleistung gegen Null geht, wenn sich das Schiff weit genug von P entfernt.

Aufgabe 13.272: Abi 2000

Mit einem Beugungsgitter wird das sichtbare Licht einer Bogenlampe untersucht. Das sichtbare Spektrum (380nm bis 750nm) hat auf dem 4,60m vom Gitter entfernten Schirm eine Breite von 25,5cm. Berechnen Sie die Anzahl der Gitterstriche pro Millimeter. Verwenden Sie dabei die Kleinwinkelnäherung.

Aufgabe 13.273: Abi 2001, Dezimeterwellen



Ein vertikaler Sendedipol S ist 50cm entfernt vor einer ebenfalls vertikalen Metallwand W aufgestellt. Die Frequenz der abgestrahlten Welle beträgt 2,0GHz. Beachten Sie den Phasensprung bei der Reflexion an der Wand.

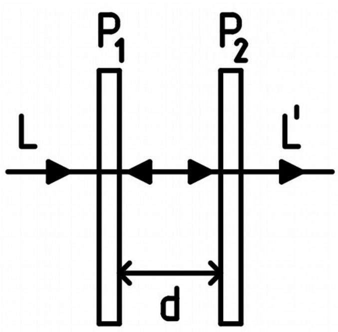
a) Welche Wellenlänge hat die vom Sendedipol abgestrahlte Welle und was ist die kürzeste Länge für einen optimal abgestimmten Empfangsdipol?

Zunächst wird ein vertikaler Empfangsdipol auf der Lotstrecke l bewegt.

b) Erklären Sie, weshalb der Empfangsdipol eine von Ort zu Ort veränderliche Intensität registriert. Skizzieren Sie den Verlauf der Intensität beim Empfangsdipol in Abhängigkeit vom Wandabstand x im Bereich $0 < x < 20\text{cm}$.

c) Nun wird der Empfangsdipol auf der Halbgeraden p aus sehr großer Entfernung auf den Sender zu bewegt. In welcher Entfernung vom Sendedipol ist das erste Maximum zu erwarten?

Aufgabe 13.274: Abi 2004; Vielfachreflexion

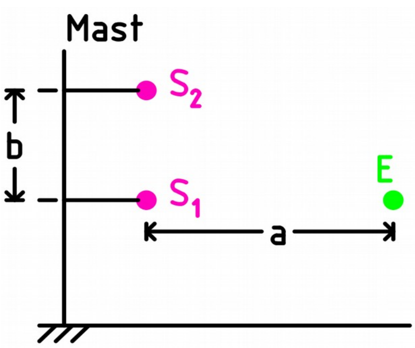


Von zwei ebenen Glasplatten P1 und P2 wird eine planparallele Luftschicht eingeschlossen. Die Breite d des Luftspalts lässt sich mechanisch präzise einstellen. Die den Luftspalt begrenzenden Oberflächen sind teildurchlässig verspiegelt, so dass ein senkrecht zu den Glasplatten eintreffender Lichtstrahl L im Luftspalt sehr oft hin und her reflektiert wird. Der resultierende Lichtstrahl L' ergibt sich durch Interferenz aller austretenden Strahlenteile.

a) Begründen Sie, dass Licht mit den Wellenlängen $\lambda_k = 2 \cdot \frac{d}{k}$; $k \in \mathbb{N}$ optimal durchgelassen wird. Warum haben die Phasensprünge bei der Reflexion keinen Einfluss auf des Ergebnis?

b) Geben Sie die zwei kleinsten Werte von d (d ≠ 0) an, bei denen die Anordnung für die Wellenlänge $\lambda_\circ$ = 589 nm optimal durchlässig ist, und untersuchen Sie für diese beiden d-Werte, ob es neben $\lambda_\circ$ noch weitere Wellenlängen im sichtbaren Bereich (380nm bis 750nm) mit optimaler Durchlässigkeit gibt.

Aufgabe 13.275: Abi 2005; UKW-Sender



Die Sendeanlage eines UKW-Senders besteht aus einem vertikal stehenden Mast, an dem zwei zueinander parallele, horizontal liegende Dipole S1 und S2 übereinander angeordnet sind. Beide schwingen gleichphasig mit derselben Amplitude und einer Frequenz von 100 MHz. Der Einfluss des Mastes und die Reflexion an der Erdoberfläche sollen im Folgenden vernachlässigt werden.

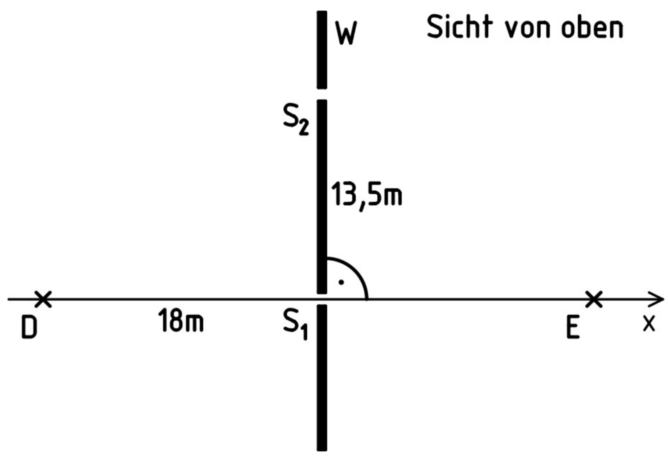
a) Berechnen Sie die Länge der Dipole, die auf die Sendefrequenz agbestimmt sind und in der Grundschwingung angeregt werden.

b) Der Sendedipol S2 befindet sich in einem veränderlichen Abstand b über S1 (vergleiche Skizze). Ein Empfangsdipol E ist parallel zu den Sendedipolen in gleicher Höhe wie der untere Sendedipol S1 im Abstand a = 10,0 m angeordnet. Bestimmen Sie den kleinsten Abstand b, für den sich der Empfangsdipol in einem Interferenzminimum befindet.

c) Wie bei vielen Sendeanlagen üblich, sollen nun die beiden Sendedipole im Abstand b = 0,5λ übereinander angeordnet sein. Begründen Sie, weshalb diese Anordnung als Richtstrahler wirkt. Ermitteln Sie auch, in welchen Richtungen in der Zeichenebene man in großer Entfernung der Sendeanlage maximale bzw. minimale Intensität der Abstrahlung beobachtet.

Aufgabe 13.276: Abi 2006; Dipolstrahlung

Ein UKW-Sender hat die Frequenz 100MHz und gibt seine Strahlung über einen vertikalen Dipol D ab. D steht 18,0m vor einer ebenfalls vertikalen Metallwand W, die zwei spaltförmige Öffnungen S1 und S2 hat, welche parallel zum Dipol im gegenseitigen Abstand 13,5m verlaufen. Entlang der eingezeichneten x-Achse lässt sich ein vertikaler Empfangsdipol E verschieben.



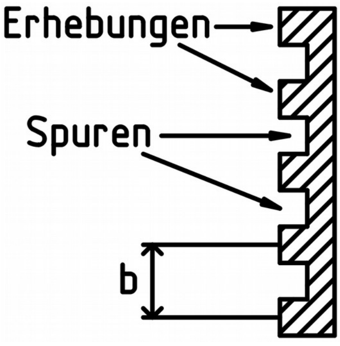
a) Welche Wellenlänge hat die vom Sendedipol abgestrahlte Welle und was ist die kürzeste Länge für einen optimal abgestimmten Empfangsdipol?

Der Empfangsdipol E wird zunächst in einer Entfernung von 18,0m hinter der Wand aufgestellt.

b) Ermitteln Sie, ob ein Empfangsmaximum oder -minimum vorliegt.

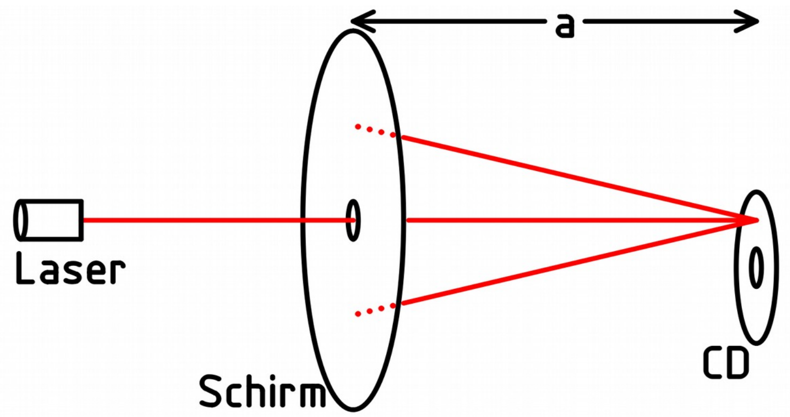
c) Nun wird E langsam auf die Wand zu bewegt. Bestimmen Sie, wie viele Empfangsminima während dieser Bewegung theoretisch auftreten und wo sie liegen.

Aufgabe 13.277: Abi 2007; Interferenz bei einer CD



Auf einer CD ist die Information auf einer spiralförmigen Spur gespeichert. Das Bild zeigt schematisch den stark vergrößerten Teil einer CD-Oberfläche im Querschnitt.Die Erhebungen zwischen benachbarten Spuren reflektieren Licht und können damit als Erregerzentren von Elementarwellen, die miteinander interferieren, aufgefasst werden. Die Oberfläche der CD ist demnach ein Reflexionsgitter mit der Gitterkonstante b.

Wird eine CD, wie im Bild dargestellt, senkrecht mit Laserlicht der Wellenlänge λ=633nm bestrahlt, so beobachtet man auf einem im Abstand a = 30,0cm parallel stehenden Schirm (Radius 50cm) helle, zum Strahl symmetrisch liegende Punkte.



a) Erklären Sie unter Zuhilfenahme einer aussagekräftigen Skizze das Zustandekommen dieser Punkte.

b) Der Abstand der beiden innersten Punkte auf dem Schirm beträgt 25,8cm. Berechnen Sie daraus den Abstand b benachbarter CD-Rillen.

c) Ermitteln Sie, wie viele Punkte man auf dem Schirm beobachten kann.

Aufgabe 13.278: Abi 1998

Ein Schwingkreis regt einen Dipol der Länge l in der Grundschwingung mit der Periodendauer T an. Die auftretende Dipolstrahlung hat die Wellenlänge λ = 70 cm.

a) Bestimmen Sie die Dipollänge l und berechnen Sie die Frequenz des anregenden Schwingkreises sowie dessen Induktivität L, wenn seine Kapazität C = 1,0 pF beträgt.

b) Veranschaulichen Sie jeweils in einem Bild die Stromstärke- bzw. die Ladungsverteilung längs des Dipols zu den Zeiten t = 0, $\frac{1}{4}$T, $\frac{1}{2}$T und $\frac{3}{4}$T, wobei zur Zeit t = 0 kein Strom fließt.

Nun wird ein Punkt A in der Fernzone des Dipolstrahlungsfeldes betrachtet, der sich in einer Ebene befindet, die senkrecht zum Dipol durch seinen Mittelpunkt verläuft (Äquatorebene).

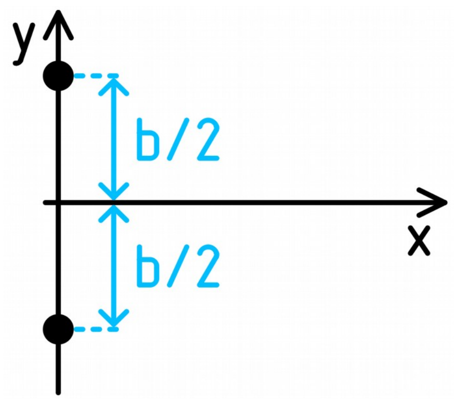
c) Was lässt sich über die Richtung der elektrischen und magnetischen Feldlinien im Punkt A aussagen?

d) Wie ist ein Empfangsdipol in A auszurichten, damit der Empfang optimal ist? Begründen Sie ihre Antwort.

Die Abstimmung des Empfangsdipols auf die Strahlung erfolgt über die Länge l' des Empfangsdipols.

e) Skizzieren Sie qualitativ in einem beschrifteten Diagramm die bei optimal ausgerichtetem Empfangsdipol gemessene Schwingungsamplitude in Abhängigkeit von l'. Beschränken Sie sich auf das Verhalten in der näheren Umgebung von l' = l.

Parallel zum vorhandenen Sendedipol wird ein zweiter Sendedipol gleicher Länge l und gleicher Äquatorebene im Abstand b angebracht. Beide werden zu gleichphasigen Schwingungen mit gleicher Amplitude angeregt. In die Äquatorebene wird ein kartesisches Koordinatensystem gelegt (vgl. Skizze).



f) Beschreiben Sie die Lage aller Punkte der Äquatorebene, die zum Interferenzmaximum 0. Ordnung gehören. Geben Sie eine kurze Begründung.

g) Wie ist der Abstand b der Dipole zu wählen, damit in großer Entfernung die Punkte der Äquatorebene mit y = x zum Interferenzmaximum 1. Ordnung gehören.

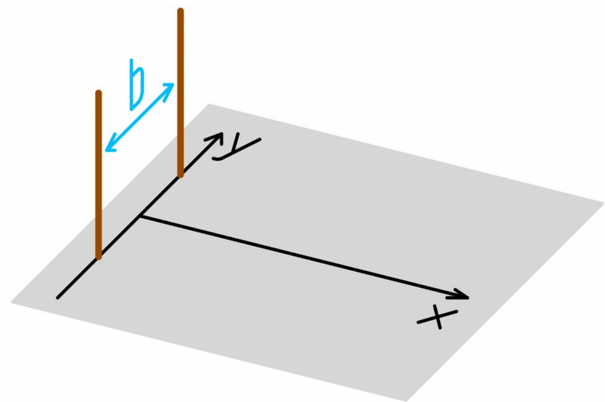
Aufgabe 13.279: Abi 2001

Ein UKW-Sender wird mit einem Schwingkreis betrieben, dessen Drehkondensator im Bereich 4,0 pF bis 6,0 pF eingestellt werden kann und dessen Induktivität $L = 0{,}55\ \mu H$ beträgt. Die Abstrahlung der elektromagnetischen Wellen erfolgt über eine Stabantenne, die senkrecht zur Erdoberfläche steht.

a) Berechnen Sie den Frequenz- und Wellenlängenbereich, in dem die Antenne sendet.

b) Die Stabantenne hat eine Länge von 1,55 m. Bei welcher Frequenz f_o ist die Energieübertragung vom Sendeschwingkreis auf die Antenne optimal? Auf welchen Wert muss die Kapazität des verstellbaren Kondensators dafür eingestellt werden? (Kontrolle: $f_o = 97$ MHz)

Der den Sender speisende Schwingkreis wird nun auf die Frequenz $f_o = 97$ MHz fest eingestellt. Parallel zur vorhandenen Stabantenne wird im Abstand $b = \lambda_o$ eine zweite Sendeantenne mit gleicher Länge aufgestellt (siehe Abbildung; die Stabantennen stehen senkrecht auf der Erde). Beide Sender schwingen mit gleicher Phase und Amplitude.



c) Erläutern Sie, warum die Anordnung beider Sender eine Richtwirkung besitzt.

d) Bestimmen Sie alle Richtungen, in denen das Signal im Fernfeld besonders gut bzw. besonders schlecht zu empfangen ist. Zeichnen Sie diese in ein x-y-Koordinatensystem ein, das auch die Orte der Sendeantennen enthält.

Aufgabe 13.280:Abi ????

Das Spektrum einer Leuchtstoffröhre, die hauptsächlich Licht im Bereich zwischen 400 nm und 620nm emittiert, soll nun mit einem optischen Gitter betrachtet werden. Der Schirm steht dabei 2,50m hinter dem Gitter. Wie viele Spalte (Striche) pro mm muss ein optisches Gitter mindestens haben, damit das Interferenzspektrum 1. Ordnung auf dem Schirm mindestens eine Breite von 20cm hat? Kleinwinkelnäherung !

Aufgabe 13.281: Abi 2003; Spektralanalyse

Das Spektrum einer Helium-Spektrallampe soll mit Hilfe eines Beugungsgitters (100 Spalte pro mm) erzeugt werden. Zur Beobachtung des Spektrums befindet sich in einer Entfernung von 1,0 m ein Schirm.

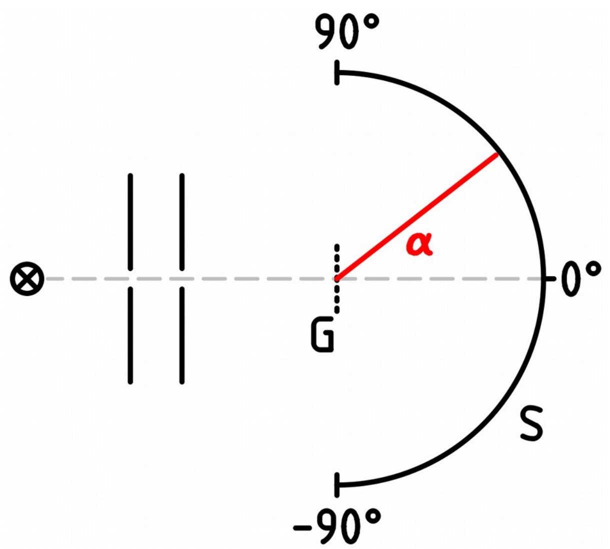
a) Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Versuchsaufbaus.

b) Auf dem Schirm ist in 1. Ordnung unter anderem eine gelbe Linie zu sehen, die vom zentralen Maximum 5,9 cm entfernt ist. Berechnen Sie die Wellenlänge dieser Linie.

c) Auf dem Schirm treten auf derselben Seite bezüglich des zentralen Maximums die Spektrallinien zweiter Ordnung des roten Lichts (λ = 667,8 nm) und des violetten Lichts (λ = 402,6 nm) auf. Berechnen Sie den gegenseitigen Abstand dieser Linien.

Aufgabe 13.282: Abi 2004; Spektralanalyse, gekürzt

Mit dem skizzierten Versuchsaufbau soll das Spektrum einer Glühlampe untersucht werden. Der von der Lampe hell ausgeleuchtete Spalt dient als schmale, linienförmige Lichtquelle. Um das Spektrum der Lampe zu untersuchen, wird ein optisches Gitter G mit 570 Strichen pro mm in den Strahlengang gebracht. Die Lampe emittiert ein Kontinuum im Wellenlängenbereich von 400 nm bis 700 nm.



a) Beschreiben Sie - nach geeigneten Berechnungen - in Abhängigkeit vom Winkel α die Beobachtungen auf dem Schirm.

b) Zwischen Spalt und Gitter wird eine durchsichtige Kammer mit Natriumdampf gebracht. Beschreiben und erklären Sie qualitativ die Beobachtung auf dem Schirm bei idealen Vorraussetzungen.

c) Beschreiben Sie qualitativ drei Änderungen des Schirmbilds von Teilaufgabe a), wenn sowohl die Glühlampe durch eine Gasentladungsröhre als auch das Gitter durch ein Glasprisma ersetzt werden. <- G9-Frage!? Geht wohl nicht mehr?

Aufgabe 13.283: Abi 2005

Ein Mittelwellenempfänger soll Radiosignale in dem Frequenzbereich zwischen 530 kHz und 1600 kHz empfangen.

a) Begründen Sie durch eine Rechnung, dass selbst bei der kürzesten in Frage kommenden Wellenlänge die benötigten Empfangsdipole auf Grund ihrer Länge in der Praxis nicht geeignet sind, sofern sie in Resonanz angeregt werden.

Statt eines Empfangsdipols verwendet man im Mittelwellenbereich so genannte Ferritantennen. Das sind im Wesentlichen Spulen mit Ferritkern, welche mit einem Kondensator einen Schwingkreis bilden. Der Schwingkreis wird in Resonanz mit der zu empfangenden elektromagnetischen Welle abgestimmt. Die im Empfänger benutzte Ferritantenne hat eine Induktivität von 0,22 mH. Die Kapazität in Form eines Drehkondensators ist variabel.

b) Über welche Kapazitätswerte muss der Drehkondensator variiert werden können, so dass über den gesamten oben genannten Frequenzbereich Resonanz möglich ist?

Im Gegensatz zum Empfang werden bei der Erzeugung von Mittelwellen durchaus Dipole eingesetzt.

c) Begründen Sie, warum die Dipolschwingungen stets gedämpft sind.

Aufgabe 13.284: Abi 2005

Bei einem Doppelspalt für optische Versuche ist die Beschriftung nicht mehr erkennbar. Der Spaltabstand b soll nun experimentell mit Hilfe eines Lasers (Herstellerangabe: λ = 633 nm ± 0,5 nm) durch einen Schüler ermittelt werden. Der Abstand l zwischen Schirm und Doppelspalt kann auf einer optischen Bank sehr genau eingestellt werden und ist 1700 mm ± 0,5 mm. Der Schüler kann am Schirm auf beiden Seiten des 0. Maximums jeweils 4 weitere Maxima beobachten. Den Abstand d der beiden äußersten Maxima zueinander misst er zu 26 mm ± 0,5 mm.

a) Skizzieren Sie den Versuchsaufbau mit den relevanten geometrischen Größen und stellen Sie unter Verwendung der Kleinwinkelnäherung die Beziehung

$$b = \frac{8 \cdot \lambda \cdot l}{d}$$

zur Berechnung des Spaltabstandes auf.

b) Berechnen Sie den kleinstmöglichen Wert sowie den größtmöglichen Wert für den Spaltabstand.

Der Schüler bildet aus den Werten von Teilaufgabe b) den Mittelwert für den Spaltabstand und will den Doppelspalt mit dem Wert 331,5 μm beschriften.

c) Begründen Sie, warum diese Aufschrift eine falsche Genauigkeit vortäuschen würde.

Aufgabe 13.285: Abi 2007; Interferenz

Ein optisches Gitter mit einer Gitterkonstante von b = 3,0 μm wird mit dem Licht einer Quecksilberdampflampe beleuchtet. Auf einem Schirm in einer Entfernung von a = 60,0 cm vom Gitter erscheint ein Spektrum in 1. Ordnung, welches zwischen der gelben (λg = 579,1 nm) und der violetten (λv = 404,7 nm) Linie liegt.

Gitter und Schirm sind senkrecht zum einfallenden Licht orientiert. Auf dem Schirm soll eine Skala angebracht werden, die das direkte Ablesen der Wellenlänge von beliebigen Spektrallinien ermöglicht. Der Nullpunkt der Skala soll in der Mitte des Schirms liegen.

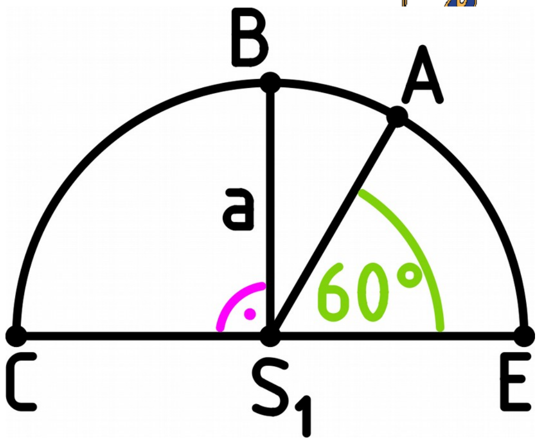
a) Welche Breite muss der Schirm mindestens haben, damit die Positionen der Maxima 1. Ordnung der beiden Farben auf der Skala eingezeichnet werden können?

b) In welcher Entfernung vom Nullpunkt müssen die Markierungen für 50 nm bzw. für 500 nm angebracht werden? Beurteilen Sie, ob die Skala über diesen Bereich des Schirms äquidistant unterteilt werden kann. Begründen Sie ihre Antwort.

c) Prüfen Sie durch Rechnung, ob auf einem Schirm der Breite 24 cm auch Linien ds Spektrums 2. Ordnung der Quecksilberdampflampe sichtbar sind.

Aufgabe 13.286: Abi 2008; Interferenz von Dipolstrahlung

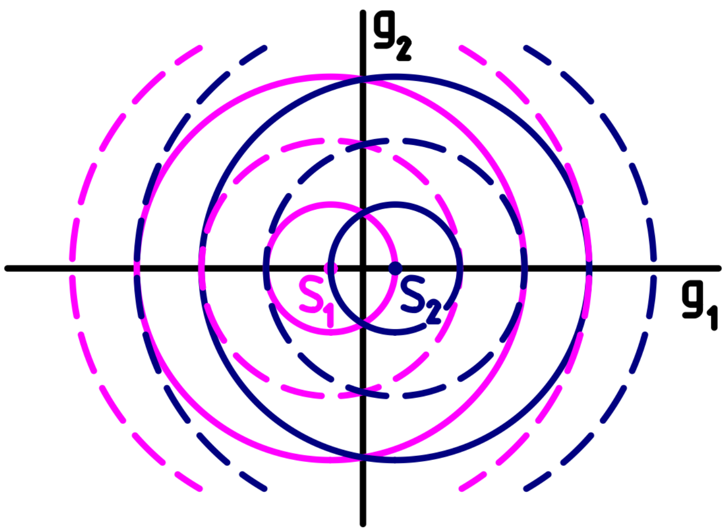
Zwei Dipolsender S1 und S2 schwingen gleichphasig mit der gleichen Frequenz und sind senkrecht zur Zeichenebene orientiert. S1 befindet sich im Mittelpunkt eines Halbkreises mit Radius a = 53 cm, auf dem S2 bewegt werden kann. Im Punkt E befindet sich ein Empfänger.



a) Der Sender S2 wird an die Stelle A gebracht. Begründen Sie, warum sich bei dieser Konstellation - unabhängig von der verwendeten Frequenz - ein Empfangsmaximum ergibt. Geben Sie die Ordnung des Maximums an.

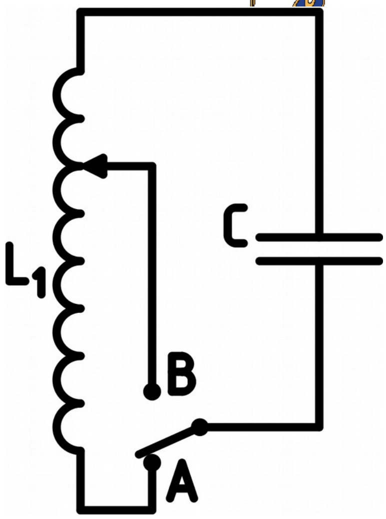
b) Bringt man den Sender S2 in Position B, so registriert man beim Empfangsdipol E ein Maximum erster Ordnung. Berechnen Sie die Wellenlänge und die Frequenz der von den beiden Sendern abgegebenen Strahlung. (Kontrolle: λ = 22 cm)

c) Der Sender S2 wird jetzt auf der Geraden CE von der Position C bis zum Sender S1 bewegt. Berechnen Sie diejenigen Abstände zwischen S1 und S2, für die der Empfänger E Minima registriert.



d) Nun werden S1 und S2 im Abstand $\lambda/2$ aufgestellt. Nebenstehendes Bild zeigt eine Momentaufnahme der Wellenfronten der einzelnen Sender (Wellentäler gestrichelt, Wellenberge durchgezogen). Erläutern Sie an Hand dieser Zeichnung die Empfangsintesität längs der Geraden g1 und g2.

Aufgabe 13.287: Abi 2009; Elektromagnetischer Schwingkreis



Ungedämpfte elektromagnetische Schwingungen kann man mithilfe eines Schwingkreises und einer geeigneten Rückkopplungsschaltung erzeugen. Nebenstehendes Bild zeigt einen Schwingkreis mit einem Kondensator der Kapazität C = 50 pF nd einer Spule mit einer Gesamtinduktivität von L1 = 1,3 μH.

Um zwei verschiedene Frequenzen zu erzeugen, kann man einen Schalter zwischen den Positionen A und B umlegen.

a) Erklären Sie kurz, weshalb eine elektromagnetische Schwingung ohne spezielle Maßnahmen gedämpft ist und was man prinzipiell tun muss, um eine ungedämpfte Schwingung zu erhalten.

b) Berechnen Sie die Frequenz f1 des gegebenen Schwingkreises für Schalterstellung A. (Kontrolle: f1 = 20 MHz)

c) In Schalterstellung B soll eine Schwingung doppelter Frequenz erzeugt werden. Zeigen Sie, dass dies erreicht werden kann, indem man nur ein Viertel der Windungen verwendet. Nehmen Sie dafür an, dass die Spule langgestreckt und die Windungsdichte (Zahl der Windungen pro Längeneinheit) konstant ist.

Der Schalter befindet sich wieder in Position A. An den Schwingkreis wird ein Sendedipol angekoppelt.

d) Berechnen Sie die kürzeste Länge des Dipols, so dass die Energieübertragung für die Abstrahlung optimal ist. Begründen Sie, dass sich mit diesem Dipol auch in Schalterstellung B elektromagnetische Wellen gut aussenden lassen.

e) Skizziere die Ladungs- und Stromverteilung längs des Dipols bei optimaler Energieübertragung für die Zeiten t = 0, T/4 und T/2, wobei T die Schwingungsdauer ist.

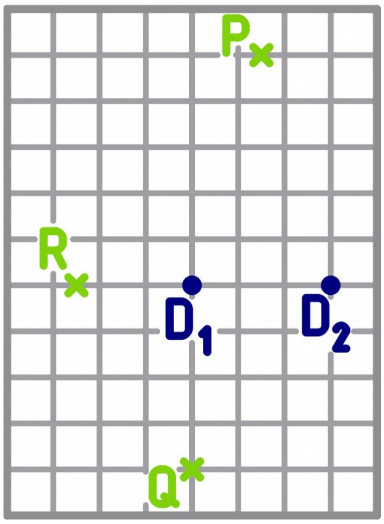
f) Beschreiben Sie kurz zwei Versuche, mit denen sich die Wellennatur der Dipolstrahlung nachweisen lässt.

Aufgabe 13.288: Abi 2010; Elektromagnetische Wellen

Zur Übertragung von Nachrichten werden seit Guglielmo Marconi (1874 - 1937) elektromagnetische Wellen mit Frequenzen bis in den GHz-Bereich verwendet.

a) Bestimmen Sie die Länge eines Dipols, der auf die im Amateurfunk häufig benutzte Frequenz von 145 MHz abgestimmt ist.

b) Die vom Dipol in der Grundschwingung abgestrahlten Wellen sollen von einem zweiten Dipol in größerer Entfernung empfangen werden. Nennen Sie zwei Bedingungen, die eingehalten werden müssen, damit der Empfang optimal ist.



Die nebenstehende Abbildung zeigt zwei baugleiche, senkrecht zur Zeichenebene aufgestellte Sendedipole D1 und D2 im Abstand $1{,}5 \cdot \lambda$. D.h. eine Kästchenbreite entspricht einer halben Wellenlänge.

c) Die Dipole werden gleichphasig zu Schwingungen angeregt. Untersuchen Sie qualitativ die Empfangsstärken an den Stellen P, Q und R.

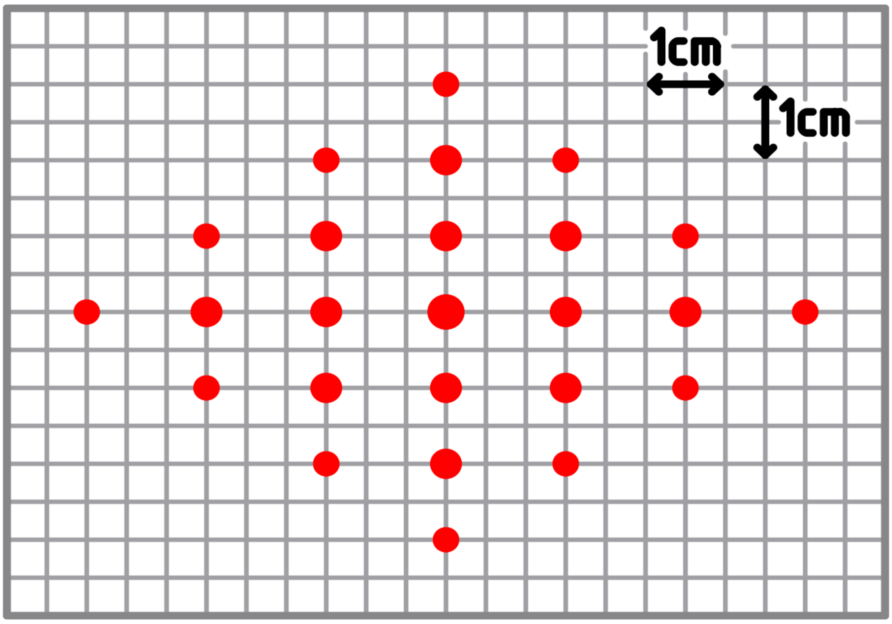
d) Geben Sie an, inwiefern sich die Empfangsintensitäten an diesen Stellen ändern, wenn die Dipole gegenphasig schwingen.

Aufgabe 13.289: Abi 2010; Optische Gitter

a) Beschreiben Sie einen Versuch zur Bestimmung der Wellenlänge eines Lasers mithilfe eines optischen Gitters. Geben Sie an, welche Größen gemessen werden bzw. bekannt sein müssen, und zeigen Sie auf, wie die Wellenlänge λ daraus berechnet werden kann.

b) Welche Vorteile ergeben sich bei Verwendung eines Gitters im Vergleich zueinem Doppelspalt?

Zur Aufnahme der nebenstehenden Interferenzfigur wurden zwei Strichgitter verwendet, die unmittelbar hintereinander so aufgestellt wurden, dass die Gitterlinien senkrecht zueinander ausgerichtet sind. Der Abstand der Gitter zum Schirm ist deutlich größer als ein Meter.



c) Bestimmen Sie das Verhältnis der beiden Gitterkonstanten und entscheiden Sie, ob bei dem Gitter mit dem größeren Strichabstand die Gitterlinien waagrecht oder senkrecht liegen. Begründen Sie ihre Antwort!

d) Bestimmen Sie die Gitterkonstante b des Gitters, dessen Linien waagrecht liegen, wenn der Abstand zwischen Gitter und Schirm a = 1,5 m beträgt und Licht der Wellenlänge λ = 630 nm verwendet wird.

Aufgabe 13.290: Abi 2010; Energieübertragung durch Magnetfelder

Nach einer Meldung der Süddeutschen Zeitung vom 27.11.2008 kann elektrische Energie "durch die Luft" übertragen werden. Dazu hat der amerikanische Physiker Marin Soljacic zwei Spulen im Abstand von zwei Metern aufgestellt. Die eine Spule gibt Energie ab und wird als "Sendespule" bezeichnet, die andere Spule ist die "Empfangsspule".

a) Schildern Sie, wie prinzipiell Energie von einer Spule auf eine andere übertragen werden kann. Gehen Sie auch darauf ein, warum Gleichstrom dabei nicht geeignet ist. Wie sollten die beiden Spulen zueinander orientiert sein, damit die Energieübertragung möglichst effektiv ist?

Durch die Sendespule mit der Induktivität $L = 25\ \mu H$ fließt ein Wechselstrom der Frequenz $f = 10$ MHz. Sie gibt dabei in jeder Sekunde die Energie 400 J ab, hat also eine "Sendeleistung" von $P = 400$ W.

b) Zur Abschätzung der maximalen Stromstärke I_0 in der Sendespule wird davon ausgegangen, dass die Sendespule während einer Schwingungsperiode doppelt so viel Energie abgibt, wie ihre maximale magnetische Energie beträgt. Zeigen Sie, dass dann für die Leistung P der Zusammenhang $P = L \cdot I_0^2 \cdot f$ gilt und berechnen Sie daraus I_0.

c) Über die Empfangsspule wird eine 60-Watt-Glühlampe betrieben. Bestimmen Sie den Wirkungsgrad der Energieübertragung. Wie könnte diese Art der Energieübertragung Verwendung finden? Diskutieren Sie kurz, welche Nachteile dabei in Kauf zu nehmen wären.

d) Sende- und Empfangsanordnung können auch als in Resonanz gestimmte Schwingkreise aufgefasst werde. Berechnen Sie die Kapazität des "Sendeschwingkreises".

Aufgabe 13.291: Abi 2011; Interferenz von sichtbarem Licht

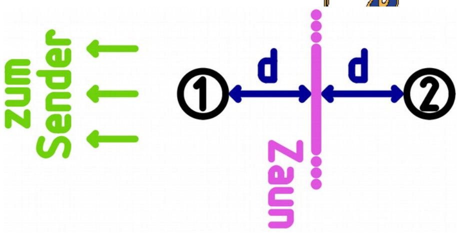
Der sichtbare Strahlungsanteil einer Kohlebogenlampe hat Wellenlängen zwischen 380 nm und 750 nm. Das Spektrum einer solchen Lampe soll mit Hilfe eines Beugungsgitters (300 Spalte pro Millimeter) untersucht werden. Dazu wird ein rechteckiger Schirm der Breite d = 2,30 m im Abstand a = 1,20 m parallel zum Gitter aufgestellt. Das Maximum 0. Ordnung liegt in der Mitte des Schirms.

a) Beschreiben Sie qualitativ das auf dem Schirm zu erwartende Bild bis zu den ersten Ordnungen. Gehen Sie dabei auch auf die Lage der Farben ein.

b) Erstellen Sie eine Skizze zum Aufbau und berechnen Sie die Anzahl der Spektren, die vollständig auf dem Schirm erscheinen.

c) Überprüfen Sie rechnerisch, ob sich die Bereiche der Maxima 1. und 2. Ordnung überlappen.

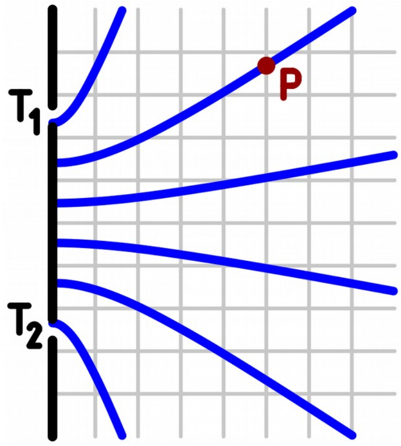
Aufgabe 13.292: G8 Muster-Abi 2010; Gestörter Empfang



Ein Sportplatz ist einseitig von einem Zaun begrenzt, der vollständig mit Blech beschlagen ist. In größerer Entfernung vom Zaun befindet sich der Sendedipol eines UKW-Senders.

Auf beiden Seiten des Zauns steht jeweils ein Sportler (1) bzw. (2) mit einem tragbaren Radio in einem bestimmten Abstand d vom Zaun. Trotz optimal eingestellter Empfänger haben beide sehr schlechten Radio-empfang, doch kann einer der beiden Sportler durch eine geringfügige Veränderung seines Abstandes vom Zaun die Empfangssituation deutlich verbessern, der andere nicht.

a) Erläutern Sie, warum anfangs beide Personen schlechten Radioempfang haben konnten und warum die Abstandsänderung nur bei einem der beiden zu einer Emp-fangsverbesserung führt.



Im Metallzaun sind zwei Türen T1 und T2. Wenn beide offen sind, hat man hinter dem Zaun auf den skizzierten sechs Linien praktisch keinen Empfang. Der Abstand der Türmitten ist 10 m.

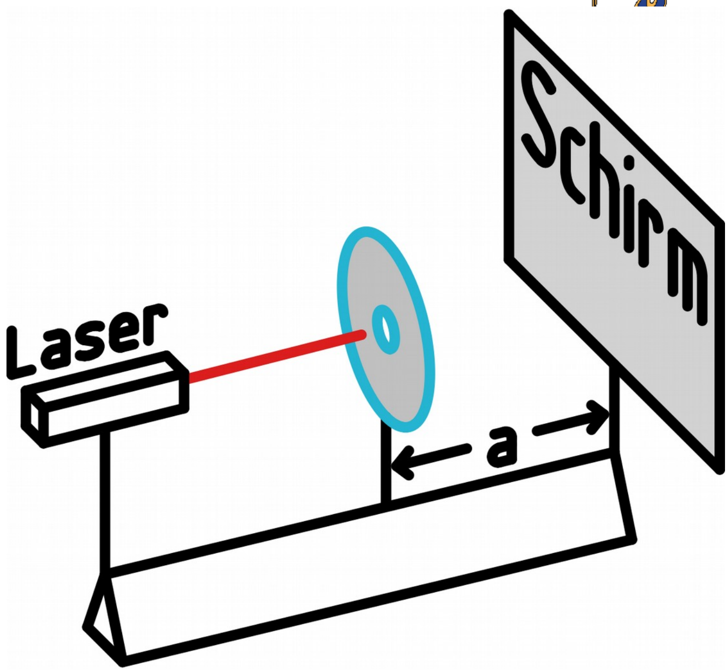
b) Berechnen Sie die Wellenlänge und die Frequenz f des Senders unter Zuhilfenahme von Punkt P. Die Breite eines Kästchens in der Zeichnung entspricht 2,0m in der Natur. Beschreiben Sie, an welchen Orten besonders guter Empfang herrscht.

(Kontrolle: f = 80 MHz)

c) Bestimmen Sie eine möglcihe Länge eines optimal abgestimmten Sendedipols.

Aufgabe 13.293: G8 Muster-Abi 2010; CD als Beugungsgitter

Auf einer CD werden Informationen digital durch Vertiefungen in spiralförmigen Spurlinien gespeichert, die sich mit einem Laser im CD-Player auslesen lassen. Der Abstand g der nebeneinander liegenden Spurlinien beträgt 1,6 μm. Wenn man die Etikettenbeschichtung der CD ablöst, kann man die CD als Beugungsgitter verwenden.



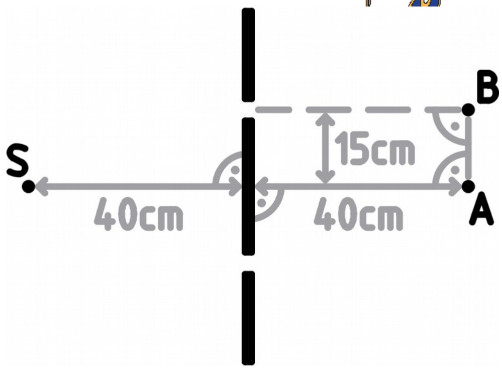
a) Der abgebildete Versuch soll zur Bestimmung der Wellenlänge des Lasers dienen. Skizzieren Sie das Interferenzbild auf dem Schirm und das Vorgehen zur Bestimmung der Wellenlänge.

b) Bei einem Versuch ergibt sich für den Abstand zwischen dem nullten und dem ersten Maximum 8,6 cm. Der Abstand zwischen CD und Schirm beträgt $a = 20$ cm. Berechnen Sie die Wellenlänge des verwendeten Lasers.

c) Beschreiben Sie die zu erwartenden Änderungen des Interferenzbildes, wenn der zunächst verwendete rote Laser durch einen grünen ersetzt wird und danach statt einer CD eine DVD verwendet wird, deren Spurlinien enger liegen.

Aufgabe 13.294: G8 Abi 2011; Interferenz von Mikrowellen

Die nebenstehende Abbildung zeigt von oben betrachtet eine Doppelspaltanordnung it drei Metallplatten. Im Punkt S befindet sich ein Mikrowellensender der Wellenlänge λ = 4,0 cm, der von beiden Spalten gleich weit entfernt ist. Die mittlere Platte ist 28 cm, die beiden Spalte sind jeweils 2,0 cm breit.



a) Zunächst werden beide Spalte mit zusätzlichen schmalen Metallplatten verschlossen, sodass eine durchgehende Metallwand entsteht. Ein Empfänger wird auf der Geraden SA von S aus zur mittleren Platte hin bewegt. In regelmäßigen Abständen registriert man Empfangsminima. Erklären Sie dieses Phänomen und bestimmen Sie den Abstand zweier aufeinanderfolgender Minima. Berechnen Sie zudem die Frequenz der verwendeten Mikrowellenstrahlung.

Nun werden die schmalen Metallplatten entfernt und somit die beiden Spalte geöffnet.

b) Stellt man den Empfänger nun im Punkt A auf, so registriert man maximalen Empfang, obwohl die Strahlung nicht direkt durch die mittlere Metallplatte von S nach A gelangen kann. Erklären Sie diese Beobachtung.

c) Zeigen Sie durch Rechnung, dass man hingegen minimalen Empfang hat, wenn der Empfänger im Punkt B aufgestellt wird.

Aufgabe 13.295: Abi 2012; DVB-T - "Überall-Fernsehen"

Seit einigen Jahren ist Fernsehen in Deutschland über das so genannte DVB-T (Digital Video Broadcasting - Terrestrial) zu empfangen. Eine dafür geeignete, vertikal orientierte Sendeantenne strahlt mit einer Frequenz von 578 MHz.

a) In großer Entfernung vom Sender ist die Empfangsfeldstärke sehr klein, so dass nur mit einer Dachantenne ein störungsfreier Empfang mglich ist. Berechnen Sie die kleinste sinnvolle Länge des Empfangsdipols und geben Sie an, wie er für einen optimalen Empfang ausgerichtet sein muss.

b) Um die Empfangsqualität zu verbessern, wird eine Metallplatte hinter der Empfangsantenne senkrecht zur Einfallsrichtung der Strahlung montiert. Nennen Sie das hier auftretende physikalische Phänomen, verdeutlichen Sie es durch eine Skizze und berechnen Sie für die Frequenz 578 MHz den kleinsten sinnvollen Abstand zwischen Antenne und Platte.

Es wird ein Schwingkreis aus Spule und Kondensator betrachtet, dessen Eigenfrequenz mit der Frequenz des DVB-T-Senders übereinstimmen soll.

c) Die langgestreckte, zylindrische Spule hat eine Länge von 8,0 cm, einen Durchmesser von 4,0 mm und 12 Windungen. Berechnen Sie die Kapazität des zugehörigen Schwingkreiskondensators.

d) Begründen Sie jeweils kurz, dass es sich bei einer Antenne auch um einen Schwingkreis handelt und dennoch eine Empfangsantenne nicht gleichwertig durch einen Schwingkreis aus Spule und Kondensator ersetzt werden kann.

Aufgabe 13.296: Abi 2012; Interferenz mit Laserlicht

Ein Laser emittiert rotes Licht einer unbekannten Wellenlänge λ. Für ein Experiment stehen Ihnen ein optisches Gitter bekannter Gitterkonstante b, ein Schirm und ein Maßband mit Millimeter-Skala zur Verfügung.

a) Beschreiben Sie unter Verwendung einer Skizze, wie man mit den gegebenen Hilfsmitteln die Wellenlänge λ des Laserlichts bestimmen kann. Gehen Sie insbesondere darauf ein, welche Größen gemessen werden müssen und wie die Auswertung erfolgt.

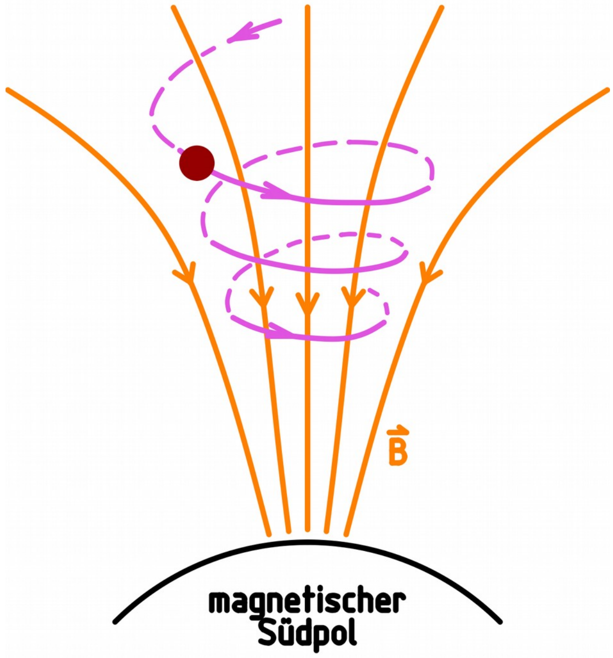
b) Im Experiment ergibt sich für die Wellenlänge des Laserlichts $\lambda = 630$ nm. Ermitteln Sie, welche Bedingung die Gitterkonstante b erfüllen muss, damit bei senkrechter Einstrahlung die Interferenzmaxima mindestens bis zur 10.Ordnung entstehen können.

c) Beschreiben und begründen Sie jeweils knapp, wie sich das Interferenzmuster auf dem Schirm verändert, wenn bei sonst gleichen Versuchsbedingungen ...

- α) ... grünes Laserlicht verwendet wird.
- β) ... das Gitter bei unverändert senkrechtem Einfall des Laserstrahls um 90° gedreht wird.

Aufgabe 13.297: Abi 2013; Polarlicht und magnetische Stürme

Das Polarlicht ist eine am Himmel über den Polarregionen der Erde sichtbare farbige Leuchterscheinung. Sie entsteht, wenn geladene Teilchen des so genannten Sonnenwinds auf die obersten Schichten der Atmosphäre treffen und deren Gasteilchen zum Leuchten anregen. Die nebenstehende schematische Abbildung zeigt die Flugbahn eines geladenen Teilchens im Erdmagnetfeld.



a) Geben Sie zwei Gründe an, weshalb sich das geladene Teilchen im Erdmagnetfeld auf der in obiger Abbildung dargestellten Bahnform bewegt, und bestimmen Sie das Ladungsvorzeichen des Teilchens.

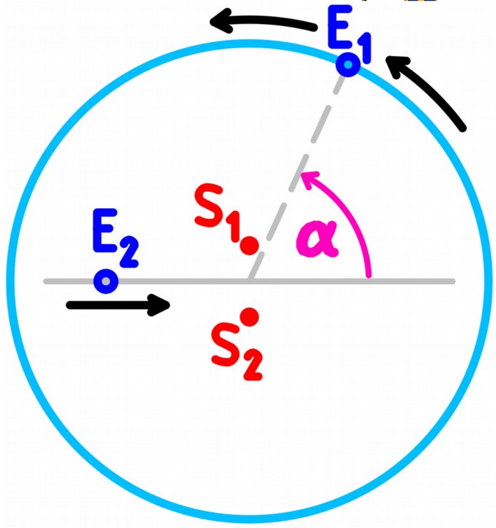
Leuchtender Stickstoff emittiert vor allem rotes und blaues Licht, das insgesamt den Farbeindruck Magenta ergibt und im Labor mit Hilfe eines Gitterspektralapparats untersucht werden kann.

b) Zeigen Sie allgemein, dass innerhalb einer Ordnung rotes Licht stärker gebeugt wird als blaues Licht. Skizzieren Sie qualitativ unter Kennzeichnung aller auf dem Schirm sichtbaren Farben das zu beobachtende Interferenzbild bis zur 2.Ordnung.

Die Intensität des von der Sonne emittierten Teilchenstroms ist manchmal besonders groß und verursacht Schwankungen des Erdmagnetfeldes. Spiegel Online berichtete am 10.08.2006 über die Trans-Alaska-Pipeline: "Sonnenstürme setzen Pipeline unter Strom."

c) Begründen Sie kurz das Entstehen der elektrischen Ströme in der Pipeline und beschreiben Sie unter Zuhilfenahme einer Skizze einen Versuch, mit dem das zugrunde liegende Phänomen im Labor demonstriert werden kann.

Aufgabe 13.298: Abi 2013; Interferenz von Dipolstrahlung

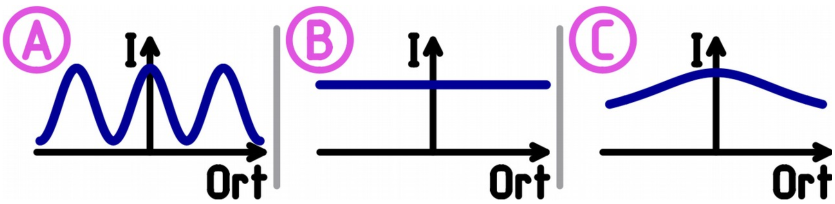


Zwei Hertzsche Dipole S1 und S2 stehen senkrecht zur Zeichenebene, im Abstand von 15 cm und schwingen phasengleich mit einer Frequenz von f = 5,0 GHz.

a) Berechnen Sie die Länge der Dipole, falls sie in ihrer Grundschwingung schwingen.

b) Skizzieren Sie für charakteristische Zeitpunkte während einer Periode das elektrische Feldlinienbild im Nahbereich eines Dipols.

c) Der Empfangsdipol E1 bewegt sich entlang einer Kreislinie in mehreren Metern Abstand um die Senderanordnung. Bestimmen Sie die Anzahl der Empfangsmaxima bei einem Umlauf.



d) Der Empfangsdipol E2 bewegt sich entlang der Mittelsenkrechten der Senderanordnung. Begründen Sie, welches der drei nachfolgenden Diagramme die Empfangsintensität I qualitativ richtig darstellt.