



Grundwissen

7. Jahrgangsstufe

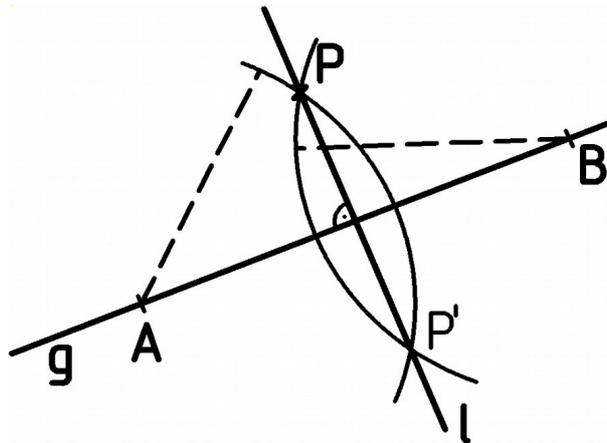
Mathematik

1 Geometrie

1.1 Grundkonstruktionen

Lotkonstruktion I:

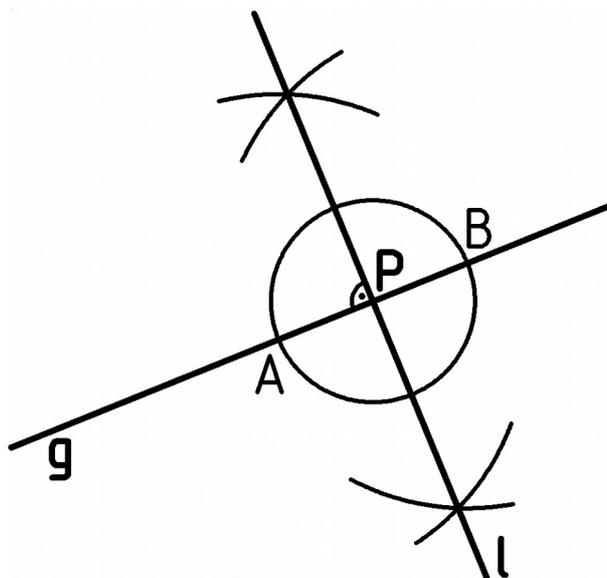
Gegeben ist die Gerade g und der Punkt P , der nicht auf g liegt. Konstruiere ein Lot auf g durch P .



Trick: Markiere zwei beliebige Punkte A und B auf g und spiegle den Punkt P an g .

Lotkonstruktion II:

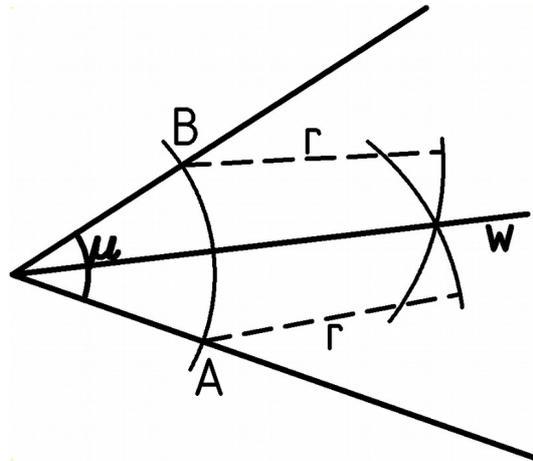
Gegeben ist die Gerade g und der Punkt P auf g . Konstruiere ein Lot auf g durch P .



Trick: Ziehe einen Kreis um P und konstruiere die Symmetrieachse der Punkte A und B auf g .

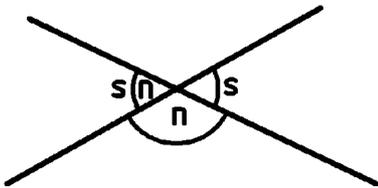
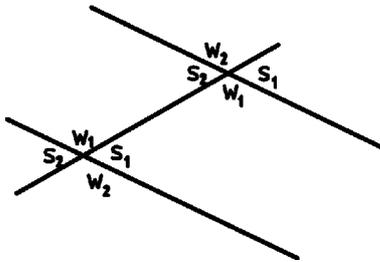
Winkelhalbierende:

Konstruiere die Winkelhalbierende des Winkels μ .



Trick: Ziehe einen Kreis um den Scheitel und finde A und B. Ziehe nun zwei Kreise mit gleichem Radius um A und B.

1.2 Winkelgesetze

<p>Markiere ein Paar Nebenwinkel grün und ein Paar Scheitelwinkel rot.</p> 	<p>Markiere zwei Paare Stufenwinkel (blau und grün) und zwei Paare Wechselwinkel (schwarz und rot)</p> 
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Gesetze:

- Scheitelwinkel sind gleich groß.
- Nebenwinkel ergeben zusammen 180° .
- Wenn zwei Geraden parallel sind, dann sind Wechselwinkel (Stufenwinkel) gleich groß.

Innenwinkelsummen:

Im Dreieck: 180°

Im Viereck: 360°

Im Fünfeck: 540°

Beispiel:

Bestimme die Winkel μ und ν .

$\underline{\mu = 30^\circ}$ (Wechselw. an Parall.)
 $\alpha = 60^\circ$ (Stufenw. an Parall.)
 $\nu = \alpha + 30^\circ$ (Scheitlw.)
 $\nu = 60^\circ + 30^\circ$
 $\underline{\underline{\nu = 90^\circ}}$

2 Rechnen mit Termen

→ Nur gleichartige Terme können addiert oder subtrahiert werden.

Zusammenfassen:

$3,4 ab + 4,5 c^2 - 1,9 ab - 2,3 c^2 = \underline{\underline{1,5 ab + 2,2 c^2}}$

$13,4 xy + 15,7 x^2 - 7,9 yx + 13,4 y^2 + 6,9 x^2 - 9,8 y^2 = \underline{\underline{5,5 xy + 22,6 x^2 + 3,6 y^2}}$

Bekannte Rechenregeln, jetzt mit Variablen

<p>Vorrangregeln</p> <ul style="list-style-type: none"> → Klammern zuerst → Potenz vor Punkt vor Strich → Bei nur Strich (oder nur Punkt) gilt "von links nach rechts" 	<p>Vertauschen</p> <ul style="list-style-type: none"> → Bei nur Plus (oder nur Mal) darf beliebig vertauscht werden. → Vertauschen bei Plus und Minus: Rechenzeichen vor der Zahl mitnehmen $a - b + c - d + e - f =$ $= - b - f + c + a + e - d$
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Klammern ohne Punkt

- Bei Plus vor der Klammer und kein Punkt hinter der Klammer → einfach weglassen
- Bei Minus vor der Klammer und kein Punkt hinter der Klammer → Vorzeichen umdrehen

$$2x + (3y - x) = 2x + 3y - x = \underline{\underline{x + 3y}}$$

$$2x - (3y - x) = 2x - 3y + x = \underline{\underline{3x - 3y}}$$

**Distributivgesetz**

$$a(b+c) = ab+ac \quad ; \quad a(b-c) = ab-ac$$

$$(-a+b)c = -ac+bc \quad ; \quad (a-b):c = a:c-b:c$$

Multiplizieren von Summen

$$(a+b) \cdot (c+d) = ac+ad+bc+bd \quad (a-b) \cdot (c-d) = ac-ad-bc+bd$$

$$(-a+b) \cdot (-c-d) = ac+ad-bc-bd \quad (-a-b) \cdot (-c+d) = ac-ad+ac-bd$$

Vereinfache:

$$(-e)^2 \cdot 3ef = \underline{\underline{3e^3 f}}$$

$$-4kc - k \cdot \frac{1}{2}c = -4kc - 0,5kc = \underline{\underline{-4,5kc}}$$

$$\begin{aligned} 2a - \left(-2a + \frac{1}{2}b\right) \cdot a &= \\ = 2a - (-2a^2 + 0,5ab) &= \\ = \underline{\underline{2a + 2a^2 - 0,5ab}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 \cdot (3a^2 - 2a) \cdot 5 &= \\ = 5a^2 \cdot (3a^2 - 2a) &= \\ = \underline{\underline{15a^4 - 10a^3}} \end{aligned}$$

$$-15x^2 - 3x(2y - 5x) = -15x^2 - 6xy + 15x^2 = \underline{\underline{-6xy}}$$



3 Gleichungen

3.1 Lösung einer Gleichung

Überprüfe, ob die gegebene Zahl eine Lösung der Gleichung ist.

$\frac{x^2+2}{x+1}=2 \quad x=2 ?$ <p>Probe:</p> $\frac{2^2+2}{2+1}=2$ $\frac{6}{3}=2 \quad \text{wahr}$ <p>$x=2$ ist eine Lösung</p>	$3x^2-4x+5=8 \quad x=2 ?$ <p>Probe:</p> $3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 5 = 8$ $12 - 8 + 5 = 8 \quad \text{falsch}$ <p>$x=2$ ist keine Lösung</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Schreibe jeweils eine zur Lösungsmenge passende Gleichung auf.

$0=0$	$1=0$	$x=3$
$L=\mathbb{Q}$	$L=\emptyset$	$L=\{3\}$

3.2 Äquivalenzumformungen

→ Man muss immer auf beiden Seiten der Gleichung dasselbe machen!

<p>Leerstellen ausfüllen</p> $6x-3=17+2x \quad / -2x$ $4x-3=17 \quad / +3$ $4x=20 \quad / :4$ $x=5$	<p>Schritte</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Alle Klammern auflösen und beide Seiten zusammenfassen. 2. Mit Plus und Minus → Auf einer Seite nur noch x, auf der anderen Seite nur noch eine Zahl. 3. Durch die Zahl teilen, die vor dem x steht.
------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

→ Beim Multiplizieren oder Teilen, muss man von beiden Seiten jeden Summanden malnehmen oder teilen.

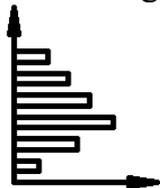
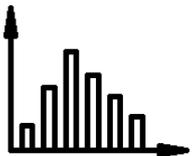
$3x-5=2x+1 \quad / \cdot 3$ $9x-15=6x+3$	$2x-3=3+4x \quad / :2$ $x-1,5=1,5+2x$
------------------------------------------	---------------------------------------

Beispiele:

$4 \cdot (2,5 - 2x) = -3 \cdot (4x - 5)$ $10 - 8x = -12x + 15 \quad / + 12x$ $10 + 4x = 15 \quad / - 10$ $4x = 5 \quad / : 4$ $\underline{x = 1,25}$	$0 = 2,2x - 0,2(8 - 2x) - 1,6(x - 1)$ $0 = 2,2x - 1,6 + 0,4x - 1,6x + 1,6$ $0 = x$ $\underline{x = 0}$
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------

4 Prozentrechnung und Diagramme

Wie heißen die Arten von Diagrammen?

Balkendiagr.	Säulendiagr.	Kreisdiagr.	Liniendiagr.	Bilderdiagr.
				
		Tortendiagr.		

Was ist der Nachteil von Bilder-Diagrammen?

Man kann Zahlen gar nicht mehr ablesen sondern nur noch sehen was größer oder kleiner ist. Auch Größenverhältnisse lassen sich nicht mehr abschätzen.

Mittelwert

<p>Berechne den Mittelwert aus 1, 2, 3, 4, 5 und 6.</p> $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) : 6 = 21 : 6 = \underline{3,5}$	<p>Anton, Bernd und Charlie bekommen im Durchschnitt 4,5€ Taschengeld. Anton bekommt 4€ und Bernd 6€. Wie viel bekommt Charlie?</p> <p>Gleichung aufstellen!</p> $(4 + 6 + x) : 3 = 4,5 \quad / \cdot 3$ $4 + 6 + x = 3 \cdot 4,5$ $10 + x = 13,5 / - 10$ $\underline{x = 3,5}$ <p>Charlie bekommt 3,50€</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Prozentrechnung

$$\text{Prozentsatz} \cdot \text{Grundwert} = \text{Prozentwert}$$

$$30\% \cdot 20 = 0,30 \cdot 20 = 6$$

Beispiele:

Bei folgenden Aufgaben ist bereits eine Gleichung aufgestellt. Du sollst die Gleichung lösen und von dem x auf die Antwort schließen.

<p>Von einer 6000€-Rechnung mussten nach Abzug des Rabatts noch 5910€ bezahlt werden. Wie viel Prozent Rabatt gab es?</p> $x \cdot 6000 = 5910 \quad /: 6000$ $x = \frac{5910}{6000}$ $x = 0,985$ <p>Es gab 1,5% Rabatt</p>	<p>Die 2000€ Startkapital wuchsen in einem Jahr auf 2050€. Wie hoch war der Zinssatz?</p> $x \cdot 2000 = 2050 \quad /: 2000$ $x = \frac{2050}{2000}$ $x = 1,025$ <p>Es gab 2,5% Zinsen</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

5 Kongruenz

<p>Was bedeutet der Begriff kongruent?</p>	<p>Der Begriff bezieht sich immer auf zwei verschiedene Figuren. Die zwei Figuren heißen kongruent, wenn sie deckungsgleich sind.</p>
<p>Wozu ist es nützlich zu wissen, dass zwei Dreiecke kongruent sind?</p>	<p>Weil die beiden Dreiecke dann in allen einander entsprechenden Seitenlängen, Winkeln, Abständen, ... übereinstimmen.</p>
<p>Wie kann man rausfinden, dass zwei Dreiecke kongruent sind?</p>	<p>Mit den Kongruenzsätzen: SSS, SWS, WSW, WWS, und SsW</p>

Beispiel:

Fehlende Längen einzeichnen!

<p>Die beiden Dreiecke unten sind kongruent.</p>	$a=f \quad b=d \quad c=e$ $\alpha=\varphi \quad \beta=\delta \quad \gamma=\epsilon$ $w_\alpha=w_\varphi \quad s_d=s_b$
--------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Beispiel:

	<p>Zeige, dass die beiden Teildreiecke des Parallelogramms kongruent sind.</p> <p>$c=a$ Gegenseiten im Parallelogr. $b=d$ Gegenseiten im Parallelogr. $[DB]$ ist gemeinsame Seite (auch gleich lang)</p> <p>Wegen SSS-Satz ist Dreieck ABD kongruent zu Dreieck CDB</p>
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

6 Besondere Dreiecke

6.1 Gleichschenklige Dreiecke

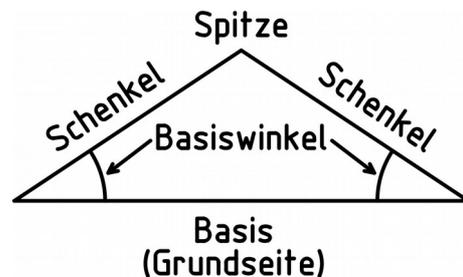
Wenn ein Dreieck zwei gleich lange Seiten hat, dann heißt es ein gleichschenkliges Dreieck.

Satz:

Wenn ein Dreieck gleichschenklig ist, dann sind die Basiswinkel gleich groß.

Gilt auch umgekehrt:

Wenn in einem Dreieck zwei Winkel gleich groß sind, dann ist das Dreieck gleichschenklig.



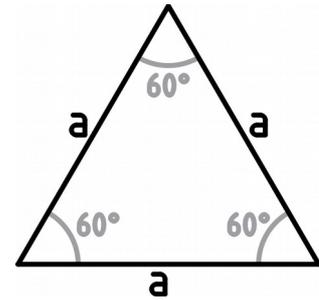
Wenn ein Dreieck drei gleich lange Seiten hat, dann heißt es ein gleichseitiges Dreieck.

Satz:

Wenn ein Dreieck gleichseitig ist, dann sind alle Innenwinkel gleich groß, nämlich 60° .

Gilt auch umgekehrt:

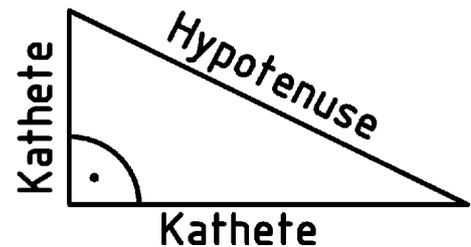
Wenn in einem Dreieck alle Innenwinkel 60° groß sind, dann ist das Dreieck gleichseitig.



Beachte:

Ein gleichseitiges Dreieck ist immer auch ein gleichschenkliges Dreieck aber ein gleichschenkliges Dreieck ist nicht unbedingt ein gleichseitiges Dreieck.

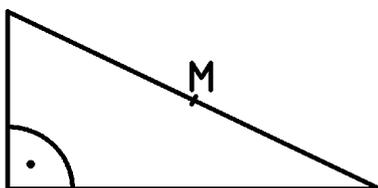
6.2 Rechtwinklige Dreiecke



6.3 Thales

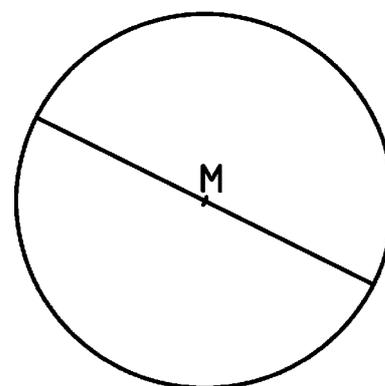
Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann liegt die rechtwinklige Ecke auf dem Kreis mit der Hypotenuse als Durchmesser.

Teste den Satz durch zeichnen des Kreises.



Wenn die dritte Ecke eines Dreiecks auf dem Kreis mit einer Seite als Durchmesser liegt, dann ist bei der dritten Ecke ein rechter Winkel.

Teste den Satz durch zeichnen eines Dreiecks.

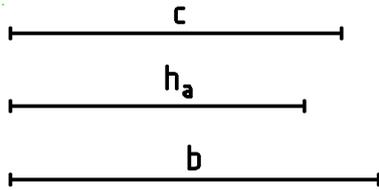


Begriff:

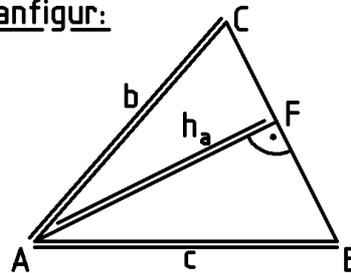
Der Kreis mit dem Durchmesser d heißt deshalb auch Thaleskreis über der Strecke d .

Beispiel:

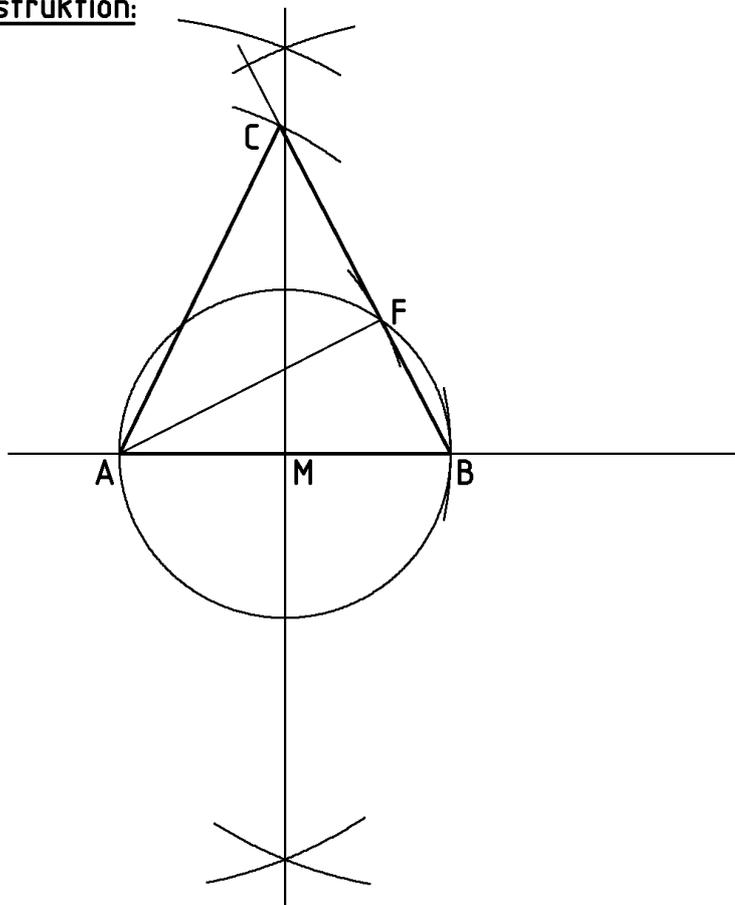
Konstruiere ein Dreieck ABC mit den gegebenen Längen. Fertige eine Planfigur und eine Beschreibung für die Konstruktion an.



Planfigur:



Konstruktion:



Beschreibung:

- Zeichne Gerade, markiere A, übertrage c und finde B
- F liegt
 - 1) auf Thaleskreis über c
 - 2) auf Kreis um A mit Radius h_a
- C liegt
 - 1) auf Gerade durch B und F
 - 2) auf Kreis um A mit Radius b